РОЗДІЛ 8. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВИТКУ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ДИНАМІЧНОЇ МІЖГАЛУЗЕВОЇ ЕКОНОМІКИ ФОННЕЙМАНІВСЬКОГО ТИПУ

MODELING OF THE OPTIMAL DEVELOPMENT OF A GENERALIZED DYNAMIC INTER-INDUSTRY ECONOMY VON NEUMANN TYPE

УДК 330.101:519.866
https://doi.org/10.32843/infrastruct33-52

Бойчук М.В.
к.ф.-м.н.,
доцент кафедри економіко-математичного моделювання
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Маханець Л.Л.
к.е.н., доцент кафедри економіко-математичного моделювання
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Запропоновано модель оптимального розвитку узагальненої динамічної міжгалузевої економіки фоннейманівського типу та проведено її дослідження. Введено обмеження на інвестування: галузь або декілька галузей не інвестують інші галузі на рівні великих концернів або об'єднань держав. Сформульовано припущення для побудови економіко-математичної моделі оптимального керування, в якій керуваннями виступають невиробниче споживання, валові інвестиції, затрати живої праці, а фазовою траєкторією – капітал. Для дослідження моделі без обмежень на кінцевий стан капіталу використано достатні умови оптимальності. Сформовано задачу опуклого програмування, яка без урахування обмежень на кінцевий стан капіталу має розв'язок за теоремою Куна-Таккера. Показано, що під час урахування обмежень на кінцевий стан капіталу задача опуклого програмування може не мати розв'язку. Це означає, що кінцеві стани капіталів є неосяжними. У цьому разі треба послабити умови на вхідну інформацію побудованої моделі.

Ключові слова: *модель оптимального розвитку, узагальнена динамічна міжгалузева економіка фоннейманівського типу, задача опуклого програмування, оптимальне керування, оптимальний процес.*

Предложена модель оптимального развития обобщенной динамической межотраслевой экономики фоннеймановского типа и проведено ее исследование. Введены ограничения на инвестирование: отрасль или несколько отраслей не инвестируют другие отрасли на уровне крупных концернов или объединений государств. Сформулированы предположения для построения экономико-математической модели оптимального управления, в которой управлениями выступают непроизводственное потребление, валовые инвестиции, затраты живого труда, а фазовой траекторией – капитал. Для исследования модели без ограничений на капитал использованы достаточные условия оптимальности. Сформулирована задача выпуклого программирования, которая без учета ограничений на капитал имеет решение по теореме Куна-Таккера. Показано, что при учете ограничений на капитал задача выпуклого программирования может не иметь развязки. Это означает, что конечные состояния капиталов являются необъятными. В этом случае надо ослабить условия на входную информацию построенной модели.

Ключевые слова: *модель оптимального развития, обобщенная динамическая межотраслевая экономика фоннеймановского типа, задача выпуклого программирования, оптимальное управление, оптимальный процесс.*

It must be taken into account that the costs are incurred in the initial period of activity and the production can be obtained only after the end of the activity. So the matrix of the coefficients of cost and output factors must be separated from each other. Considering the possible production of all benefits, the model takes the form of von Neumann's model. A model for the optimal development of a generalized dynamic interdisciplinary von Neumann type economy is proposed in the paper. There are restrictions on investment in the model: an industry or several industries do not invest other industries at the level of large concerns or associations of states. The assumptions for building an economic-mathematical model of optimal control are formulated. The task of technological choice in order to minimize the average (integral) aggregate labor costs at a certain time interval is proposed. It is indicated that the vector of a pure product is decomposed into a vector of non-productive consumption (consumption) and a vector of gross investments. It is assumed that the level of activity is a macro production function of capital and living labor. It has the properties: twice continuously-differentiated, monotonically growing, concave. The law of dynamics of movement of capital is specified. Initial capital and limitations on the final state of capital are set. Control in model consists of non-productive consumption, gross investment, the cost of living labor, and the phase trajectory is capital. The model was explored. The sufficient optimality conditions were used for study the model without restrictions on capital. A convex programming problem is formulated. It does not take into account restrictions on capital and has a solution according to the Kuhn-Tucker theorem. It is shown that when taking into account restrictions on capital, the problem of convex programming may not be decoupled. This means that the final states of capital is immense. In this case, it is necessary to weaken the conditions on the input information of the constructed model. If the convex programming problem has a solution, then the optimal process was obtained. This method can be used to model the criteria under perfect competition. This method is valid for the model at sectoral investment sectors.

Key words: *model of optimal development, generalized dynamic interdisciplinary von Neumann type economy, convex programming problem, optimal control, optimal process.*

Постановка проблеми. Якщо врахувати, що затрати здійснюються в початковий період діяльності, а продукція може бути одержана тільки після закінчення діяльності, то матриці коефіцієнтів затрат і коефіцієнтів випуску необхідно відділити один від одного. Вважаючи можливим виробництво всіх благ, модель приймає форму моделі фон Неймана [1, с. 255–256].

Тому актуальним є як у теоретичному, так і в практичному значенні дослідження моделі оптимального розвитку узагальненої міжгалузевої економіки фоннейманівського типу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сьогодні виділяють два напрями дослідження динамічних систем.

До першого напряму можна віднести роботи Р. Габасова, В. Григорківа [2; 3] та ін., в яких необхідні умови оптимальності використовуються для дослідження оптимальних динамічних систем (принцип Понтрягіна).

Другий напрям базується на роботах В. Кротова, Б. Лагоші, С. Лобанова [4; 5] та ін., в яких використовуються достатні умови оптимальності для дослідження оптимальних динамічних систем із міжгалузевими балансами.

У даній роботі для дослідження моделі статичного оптимального розвитку узагальненої міжгалузевої економіки фоннейманівського типу використовувалися достатні умови оптимальності. При цьому відсутнє галузеве інвестування галузей.

Постановка завдання. Мета статті – запропонувати модель оптимального розвитку узагальненої динамічної міжгалузевої економіки фоннейманівського типу та провести її дослідження, враховуюче те, що галузь або декілька галузей не інвестують інші галузі на рівні великих концернів або об’єднань держав.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Економіко-математична модель

Сформулюємо припущення для побудови економіко-математичної моделі.

Припущення 1. Матриця коефіцієнтів затрат A та матриця коефіцієнтів випуску B мають вигляд:

$$\begin{array}{cccc} & \textit{галузь } 1 & \textit{галузь } 2 & \qquad \textit{галузь } m \end{array}$$

$$A=\begin{pmatrix} a_{11}^{(1)}\ldots a_{11}^{(v(1))} & a_{12}^{(1)}\ldots a_{12}^{(v(2))} & \cdots & a_{1m}^{(1)}\ldots a_{1m}^{(v(m))} \\ a_{21}^{(1)}\ldots a_{21}^{(v(1))} & a_{22}^{(1)}\ldots a_{22}^{(v(2))} & \cdots & a_{2m}^{(1)}\ldots a_{2m}^{(v(m))} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1}^{(1)}\ldots a_{m1}^{(v(1))} & a_{m2}^{(1)}\ldots a_{m2}^{(v(2))} & \cdots & a_{mm}^{(1)}\ldots a_{mm}^{(v(m))} \end{pmatrix},$$

$$\begin{array}{cccc} & \textit{галузь } 1 & \textit{галузь } 2 & \qquad \textit{галузь } m \end{array}$$

$$B=\begin{pmatrix} b_{11}^{(1)}\ldots b_{11}^{(v(1))} & b_{12}^{(1)}\ldots b_{12}^{(v(2))} & \cdots & b_{1m}^{(1)}\ldots b_{1m}^{(v(m))} \\ b_{21}^{(1)}\ldots b_{21}^{(v(1))} & b_{21}^{(1)}\ldots b_{21}^{(v(2))} & \cdots & b_{2m}^{(1)}\ldots b_{2m}^{(v(m))} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{m1}^{(1)}\ldots b_{m1}^{(v(1))} & b_{m2}^{(1)}\ldots b_{m2}^{(v(2))} & \cdots & b_{mm}^{(1)}\ldots b_{mm}^{(v(m))} \end{pmatrix},$$

де коефіцієнти $a_{ij}^{(k)} \geq 0$ відносяться до одиниці рівня діяльності: кількість ресурсу i необхідність для виробництва одиниці продукції виду j за технологією k, $b_{ij}^{(k)} \geq 0$ – запас i-го блага для виготовлення продукту j на одиницю рівня діяльності процесу виробничої технології k.

Якщо $Y=(Y_1,\ldots,Y_m)'$ ($'$ – операція транспонування матриць) – вектор чистого продукту, $X=\left(X_1^{(1)},\ldots,X_1^{(v(1))}, X_2^{(1)},\ldots,X_2^{(v(2))},\ldots, X_m^{(1)},\ldots,X_m^{(v(m))}\right)'$ – вектор рівня діяльності, то для виготовлення чистої продукції в обсязі Y діяльності здійснюється на рівні X і, відповідно, протягом виробничого періоду запас благ зменшується на AX. Продукт BX, використання якого стає можливим у кінці періоду, компенсує затрати AX і різниця між загальним продуктом і затратами становить чистий продукт Y. Тоді задача технологічного вибору з метою мінімізації середніх (інтегральних) сукупних затрат праці на часовому відрізку $[t_0, \mathrm{T}]$ приймає вигляд:

$$BX(t)-AX(t)\geq Y(t),$$
$$X(t)\geq 0,$$
$$\int_{t_0}^{\mathrm{T}} d\mathrm{X}(t)dt \to \min$$

або в покомпонентній формі запису:

$$\int_{t_0}^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{v(i)} d_i^{(j)} X_i^{(j)}(t)dt \to \min, \qquad (1)$$

де $d_i^{(j)}$ – коефіцієнт затрат живої праці, $j=\overline{1,v(i)}$, $i=\overline{1,m}$.

Припущення 2. Вектор чистого продукту Y розпадається на вектор невиробничого споживання (споживання) C та вектор валових інвестицій I [6, с. 28–29]

$$Y_i(t)=C_i(t)+I_i(t),\ t\in[t_0,\mathrm{T}],\ i=\overline{1,m}. \qquad (2)$$

Припущення 3. Рівень діяльності $\mathrm{X}_i^{(v(i))}$, $i=\overline{1,m}$ є макровиробничою функцією капіталу $K_i^{(v(i))}$, $i=\overline{1,m}$ та живої праці $L_i^{(v(i))}$, $i=\overline{1,m}$:

$$\mathrm{X}_i^{(v(i))}=F_i^{(v(i))}\left(K_i^{(v(i))}, L_i^{(v(i))}\right) \qquad (3)$$

із властивостями: двічі неперервно-диференційована, монотонно зростаюча, вгнута [6, с. 6–14].

Припущення 4. Динаміка руху капіталу відбувається згідно з таким законом:

$$\dot{K}_i^{(v(i))}(t)=-\mu_i^{(v(i))}K_i^{(v(i))}(t)+I_i(t),$$
$$t\in[t_0,\mathrm{T}],\ i=\overline{1,m}, \qquad (4)$$
$$\text{де } \dot{K}_i^{(v(i))}(t)\equiv dK_i^{(v(i))}\big/dt.$$

Припущення 5. Задаються початковий стан капіталу:

$$K_j^{(i)}(t_0)=K_{j_0}^{(i)},\ j=\overline{1,v(i)},\ i=\overline{1,m} \qquad (5)$$

та обмеження на кінцевий стан капіталу:

$$K_j^{(i)}(\mathrm{T})\geq K_{jT}^{(i)},\ j=\overline{1,v(i)},\ i=\overline{1,m}. \qquad (6)$$

Економіко-математична модель оптимального розвитку узагальненої міжгалузевої економіки фоннейманівського типу набуває вигляду:

$$\int_{t_0}^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{v(i)} d_i^{(j)}F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}(t), L_i^{(j)}(t)\right)dt \to \min,$$

$$\sum_{j=1}^{v(i)}\sum_{l=1}^{j}\left(b_{ij}^{(l)}-a_{ij}^{(l)}\right)F_j^{(l)}\left(K_j^{(l)}(t), L_j^{(l)}(t)\right)\geq C_i+I_i,$$

$$\dot{K}_i^{(v(i))}(t) = -\mu_i^{(v(i))} K_i^{(v(i))}(t) + I_i(t),\ t \in [t_0, \mathrm{T}],$$

$$K_i^{(j)}(t_0) = K_{i0}^{(j)},$$

$$K_i^{(j)}(\mathrm{T}) \geq K_{iT}^{(j)},\ j = \overline{1, v(i)},\ i = \overline{1, m}. \qquad (7)$$

Модель (7) у математичному плані є задачею оптимального керування, в якій керуваннями виступають невиробниче споживання (споживання) $C_i^{(j)}$, валові інвестиції $I_i^{(j)}$, затрати живої праці $L_i^{(j)}$, $j = \overline{1, v(i)}$, $i = \overline{1, m}$, а фазовою траєкторією – капітал $K_i^{(j)}$, $j = \overline{1, v(i)}$, $i = \overline{1, m}$.

Дослідження математичної моделі

Для дослідження моделі (7) без обмежень (нерівностей) використаємо достатні умови оптимальності [6, с. 15], за якими треба оптимізувати дві функції багатьох змінних:

$$R(t, K, C, I, L, V) \equiv \partial V/\partial t + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{v(i)} \partial V/\partial K_i^{(j)}\left[-\mu_i^{(j)} K_i^{(j)} + I_i\right] + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{v(i)} d_i^{(j)} F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}, L_i^{(j)}\right) \to \max_{K_i^{(j)}, I_i, C_i, L_i^{(j)}}, \qquad (8)$$

$$V(\mathrm{T}, K(\mathrm{T})) \to \min_{K_i^{(j)}(\mathrm{T}) \geq K_{iT}^{(j)}}, \qquad (9)$$

де $V(t, K)$ – невідома функція двічі неперервно-диференційована на декартовому добутку $[t_0, \mathrm{T}] \times \bigcap_{i=1}^{m}\bigcap_{j=1}^{v(i)}\left\{K_i^{(j)} \geq 0\right\}$, $K = \left(K_1^{(1)}, \ldots, K_1^{(v(1))}, \ldots, K_m^{(1)}, \ldots, K_m^{(v(m))}\right)$.

Шукану функцію V можна подати у вигляді:

$$V(t, K) = -\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{v(i)} K_i^{(j)}(t),\ t \in [t_0, \mathrm{T}]. \qquad (10)$$

Зауважимо, що знак «–» у (10) взятий для того, щоб оптимізаційна задача (9) мала б розв'язок $K_i^{(j)}(\mathrm{T}) = K_{iT}^{(j)}$, $j = \overline{1, v(i)}$, $i = \overline{1, m}$.

Підставимо (10) у (8) та до отриманого співвідношення допишемо обмеження моделі (7). У результаті одержимо:

$$-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\left[-\mu_i^{(j)} K_i^{(j)} + I_i\right] + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{v(i)} d_i^{(j)} F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}, L_i^{(j)}\right) \to \max_{K, I, C, L},$$

$$\sum_{j=1}^{v(i)}\sum_{l=1}^{j}\left(b_{ij}^{(l)} - a_{ij}^{(l)}\right) F_j^{(l)}\left(K_j^{(l)}, L_j^{(l)}\right) \geq C_i + I_i,$$

$$K_i^{(j)}(t_0) = K_{i0}^{(j)},$$

$$K_i^{(j)}(\mathrm{T}) \geq K_{iT}^{(j)},\ j = \overline{1, v(i)},\ i = \overline{1, m}. \qquad (11)$$

Отримали задачу опуклого програмування (11), яка без урахування обмежень $K_i^{(j)}(\mathrm{T}) \geq K_{iT}^{(j)}$ за теоремою Куна-Таккера має розв'язок [7, с. 195–199].

За врахування обмежень $K_i^{(j)}(\mathrm{T}) \geq K_{iT}^{(j)}$, $j = \overline{1, v(i)}$, $i = \overline{1, m}$ задача опуклого програмування може не мати розв'язку. Це означає, що кінцеві стани капіталів $K_{iT}^{(j)}$, $j = \overline{1, v(i)}$, $i = \overline{1, m}$ є неосяжними. У цьому разі треба послабити умови на вхідну інформацію моделі (7).

Нехай задача опуклого програмування має розв'язок: $I_{\text{ОП}}(t)$ – оптимальне керування за валовими інвестиціями, $C_{\text{ОП}}(t)$ – оптимальне керування за споживанням, $L_{\text{ОП}}(t)$ – оптимальне керування за затратами живої праці $t \in [t_0, \mathrm{T}]$. Задачу опуклого програмування можна розв'язати одним із числових методів [8].

Тоді оптимальне керування за кінцевим попитом обчислюється за формулою:

$$Y_{i\text{ОП}}(t) = C_{i\text{ОП}}(t) + I_{i\text{ОП}}(t),\ t \in [t_0, \mathrm{T}].$$

Відповідні оптимальні траєкторії за капіталами визначаються за формулами:

$$K_i^{(j)}{}_{\text{ОП}}(t) = K_{io}^{(j)} e^{-\mu_i^{(j)}(t - t_0)} + \int_{t_0}^{\mathrm{T}} e^{-\mu_i^{(j)}(t - y)} I_i(y)\,dy,$$

а оптимальні керування за рівнем діяльності:

$$X_i^{(j)}{}_{\text{ОП}}(t) = F_i^{(j)}\left(K_i^{(j)}{}_{\text{ОП}}(t), L_i^{(j)}{}_{\text{ОП}}(t)\right),\ t \in [t_0, \mathrm{T}],$$

$$j = \overline{1, v(i)},\ i = \overline{1, m}.$$

Таким чином, одержали оптимальний процес $\{C_{\text{ОП}}(t),\ I_{\text{ОП}}(t),\ L_{\text{ОП}}(t),\ X_{\text{ОП}}(t),\ Y_{\text{ОП}}(t),\ K_{\text{ОП}}(t),\ t \in [t_0, \mathrm{T}]\}$.

Зауваження. 1. Вищеописана методика має місце для моделі (7) за критерію досконалої конкуренції:

$$\int_{t_0}^{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{m}\left[p_i Y_i(t) - I_i(t)\right]dt \to \max,$$

де p_i – ціна продукції (кінцевого попиту) $Y_i = C_i + I_i$, $i = \overline{1, m}$.

2. Вищеописана методика справедлива для моделі (7) за галузевого інвестування галузей, тобто за подання кінцевого випуску в такому вигляді:

$$Y_i(t) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{m} \gamma_{ij} I_j(t) + C_i(t), i = \overline{1, r}, \\ C_i(t), i = \overline{r+1, m}, \end{cases}$$

де γ_{ij}, $j = \overline{1, m}$, $i = \overline{r+1, m}$ – коефіцієнти галузевого інвестування, $\sum_{i=1}^{r} \gamma_{ij} = 1$ для всіх $j = \overline{1, m}$, $\gamma_{ij} = 0$ для всіх $i = \overline{r+1, m}$, r – кількість фондоутворюючих галузей, які інвестують усі галузі $j = \overline{1, m}$; $m - r$ – кількість нефондоутворюючих галузей.

3. Зауваження 1 за галузевого інвестування галузей.

Висновки з проведеного дослідження. Запропоновано модель оптимального розвитку узагальненої міжгалузевої економіки фоннеймановського типу. Проведено її дослідження. Сформовано задачу опуклого програмування, яка без урахування обмежень на кінцевий стан капіталу має розв'язок за теоремою Куна-Таккера. Показано, що за врахування обмежень на кінцевий стан капіталу задача опуклого програмування може не мати розв'язку. Це означає, що кінцеві стани капіталів є неосяжними. У цьому разі треба послабити умови на вхідну інформацію моделі.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Математическая экономика на персональном компьютере / М. Кубонива и др. ; под ред. М. Кубонива. Москва : Финансы и статистика, 1991. 304 с.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. Принцип максимума в теории оптимального управления. Москва : Наука и техника, 1974. 272 с.
3. Григорків В.С., Ярошенко О.І. Моделювання оптимальної кредитної стратегії ріелтора. *Економіка та кібернетика.* 2007. № 1–2 (43–44). С. 4–9.
4. Основы теории оптимального управления / В.Ф. Кротов и др. ; под ред. В.Ф. Кротова. Москва : Высшая школа, 1990. 430 с.
5. Бойчук М.В., Шмуригіна Н.М. Моделювання та оптимізація еколого-економічних систем міжгалузевих балансів з інвестиційними запізненнями. Чернівці : Місто, 2013. 212 с.
6. Бойчук М.В., Семчук А.Р. Моделювання та оптимізація повного циклу однопродуктової макроекономіки зростання з урахуванням еконологічного фактора. Чернівці : Місто, 2012. 208 с.
7. Математичне програмування / І.М. Богаєнко та ін. Київ : Логос, 1996. 266 с.
8. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. Москва : Высшая школа, 1986. 319 с.
9. Ясинський В.К. Основи обчислювальних методів. Чернівці : Золоті литаври, 2005. 396 с.

REFERENCES:

1. Kuboniva M., Tabaka M., Tabaka S., Khasebe YU. (1991) *Matematicheskaya ekonomika na personal’nom komp’yutere* [Mathematical Economics on a Personal Computer]. Moscow: Finance and Statistics. (in Russian)
2. Gabasov R., Kirillova F. (1974) *Printsip maksimuma v teorii optimal’nogo upravleniya* [The maximum principle in the theory of optimal control]. Moscow: Science and Technology. (in Russian)
3. Hryhorkiv V.S., Yaroshenko O.I. (2007) Modelyuvannya optymal'noyi kredytnoyi stratehiyi rieltora [Modeling of the realtor optimal credit strategy]. *Economy cybernetics*. No 1-2 (43-44). pp. 4-9.
4. Krotov V.F., Lagosha B.A., Lobanov S.M. et al. (1990) *Osnovy teorii optimal’nogo upravleniya* [Basis of the theory of optimal control]. Moscow: Higher School. (in Russian)
5. Boychuk M.V., Shmuryhina N.M. (2013) *Modelyuvannya ta optymizatsiya ekoloho-ekonomichnykh system mizhhaluzevykh balansiv z investytsiynymy zapiznennyamy* [Modeling and optimization of ecological-economic systems of inter-industry balances with investment delays]. Chernivtsi: City. (in Ukrainian)
6. Boychuk M.V., Semchuk A.R (2012) *Modelyuvannya ta optymizatsiya povnoho tsyklu odnoproduktovoyi makroekonomiky zrostannya z urakhuvannyam ekolohichnoho faktora* [Modeling and optimization of the complete cycle of one-product macroeconomics of growth, taking into account the environmental factor]. Chernivtsi: City. (in Ukrainian)
7. Bohayenko I.M., Hryhorkiv V.S., Boychuk M.V., Ryumshyn M.O. (1996) Matematychne prohramuvannya [Mathematical programming]. Kyiv: Logos. (in Ukrainian)
8. Akulich I.L. (1986) Matematicheskoye programmirovaniye v primerakh i zadachakh [Mathematical programming in examples and problems]. Moscow: Higher School. (in Russian)
9. Yasinsky V.K. (2005) Osnovy obchyslyuval'nykh metodiv [The basis of computational methods]. Chernivtsi: Gold Lithavers. (in Ukrainian)

Boychuk Myroslav
Candidate of Physic and Mathematic Sciences,
Senior Lecturer at Department of Economic Modeling
and Business Informatics
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University
Makhanets Liubov
Candidate of Economic Sciences,
Senior Lecturer at Department of Economic Modeling
and Business Informatics
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University

MODELING OF THE OPTIMAL DEVELOPMENT OF A GENERALIZED DYNAMIC INTER-INDUSTRY ECONOMY VON NEUMANN TYPE

The purpose of the article. It must be taken into account that the costs are incurred in the initial period of activity and the production can be obtained only after the end of the activity. So the matrix of the coefficients of cost and output factors must be separated from each other. Considering the possible production of all benefits, the model takes the form of von Neumann's model. Therefore, it is relevant both in the theoretical and practical sense of the research of the model of optimal development of a generalized interdisciplinary von Neumann type economy.

Methodology. The sufficient conditions for optimality were used to study the model of static optimal development of a generalized intersectoral economy of von Neumann type in this paper. At the same time, there is no sectoral investment of industries.

Results. A model for the optimal development of a generalized dynamic interdisciplinary von Neumann type economy is proposed. There are restrictions on investment in the model: an industry or several industries do not invest other industries at the level of large concerns or associations of states.

The assumptions for building an economic-mathematical model of optimal control are formulated. The task of technological choice in order to minimize the average (integral) aggregate labor costs at a certain time interval is proposed. It is indicated that the vector of a pure product is decomposed into a vector of non-productive consumption (consumption) and a vector of gross investments. It is assumed that the level of activity is a macro production function of capital and living labor. It has the properties: twice continuously-differentiated, monotonically growing, concave. The law of dynamics of movement of capital is specified. Initial capital and limitations on the final state of capital are set.

Control in model consists of non-productive consumption, gross investment, the cost of living labor, and the phase trajectory is capital. The model was explored. The sufficient optimality conditions were used for study the model without restrictions on capital. According to them, it is necessary to optimize two functions of many variables.

As a result it is formulated a convex programming problem. It does not take into account restrictions on capital and has a solution according to the Kuhn-Tucker theorem. It is shown that when taking into account restrictions on capital, the problem of convex programming may not be decoupled. This means that the final states of capital is immense. In this case, it is necessary to weaken the conditions on the input information of the constructed model. If the convex programming problem has a solution, then the optimal process was obtained.

Practical implications. This method can be used to model the criteria under perfect competition. This method is valid for the model at sectoral investment sectors.