

Линейная модель глиссирования в каверне в условиях влияния весомости жидкости и других возмущений

Linear model of planing in a cavity under conditions of the liquid weight influence and other disturbances

В.В. Серебряков, канд. физ.-мат. наук
Институт гидромеханики НАН Украины, Київ

Цель. Разработка приближенных моделей учета дополнительных воздействий на силу глиссирования, обусловленных условиями маломасштабных экспериментов.

Методы исследования. Как основу применяли фундаментальные положения гидродинамики, методы теории глиссирования.

Результаты исследования. Показано, что при учёте эффектов взаимодействия глиссирующей поверхности с поверхностью каверны возможно существенное улучшение результатов расчета по известной линейной теории глиссирования в каверне.

Выводы. Результаты сравнения данных расчетов, выполненных на основании предложенной методики, с экспериментальными значениями коэффициентов подъемной силы свидетельствуют о различии в пределах 5—10 %.

Ключевые слова: гидродинамика, кавитация, глиссирование.

Обозначения

U_{∞}	Скорость движения
ρ	Массовая плотность жидкости
g	Ускорение свободного падения
α	Угол атаки тела
x, y	Декартова систем координат
R	Форма осесимметричной каверны
R_b	Форма тела, радиус цилиндра
Δ	Величина зазора между каверной и телом
h	Величина погружения тела в каверну
m_h^*	Ударная присоединенная масса
m_g^*	Ударная присоединенная масса

Введение

Исследования глиссирования в каверне на основе маломасштабных экспериментов проводятся в основном при небольших скоростях движения в условиях существенного влияния весомости, подъемной силы на кавитаторе и влияния свободной границы на величину сил глиссирования. Попытки верификации точности расчета в этих условиях на основе известных зависимостей для сил глиссирования [1, 2], на основе ряда экспериментальных данных чаще всего приводят к выводу, что эта теория скорее всего может давать результаты, близкие к реальности, без оценки уровня возможных погрешностей. При этом данные оценок на основе специально поставленных экспериментов [3] указывают на возможность существенного завышения расчетных данных по сравнению с экспериментом. Ниже предпринимается попытка разработки приближенных моделей учета дополнительных воздействий на силу глиссирования, обусловленных условиями маломасштабных экспериментов, дающих возможность для более точных оценок величин сил глиссирования, соответствующих движению в безграничном потоке без воздействия весомости жидкости и других возмущений обтекания.

1. Основы линейной теории глссирования

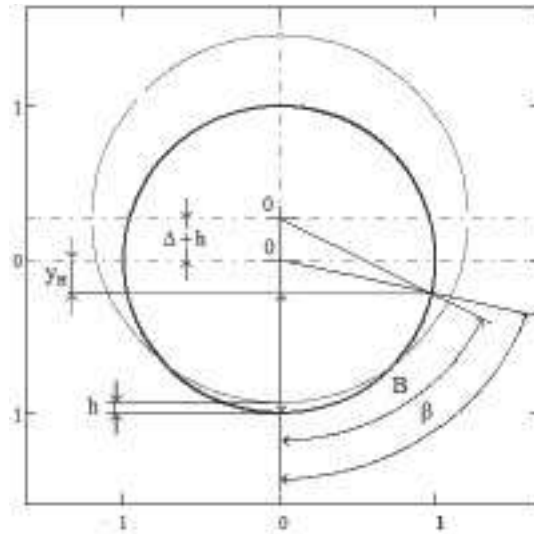


Рисунок 1 — Схема модели погружения цилиндра в цилиндрическую свободную границу, включающая результаты расчета ширины H смоченной поверхности цилиндра при $\Delta=0,2$; $h=0,075$ при обезразмеривании по радиусу цилиндра $R_0 = 1$

Одной из наиболее эффективных моделей расчета глссирования является модель плоских сечений в рамках ударной постановки теории идеальной несжимаемой жидкости. Основы этого подхода были разработаны еще в начале прошлого столетия в известной работе Wagner 1930 [4] и затем были применены Е. Парышевым в 2002-м¹ [1, 2] для разработки теории глссирования в осесимметричной каверне на основе модели погружения цилиндра в цилиндрическую свободную границу. Согласно этой модели плоское течение при погружении жесткого круга с изменяющимся радиусом в свободную границу в форме круга в неподвижной жидкости (рисунок 1) рассматривается происходящим в результате серии непрерывных ударов погружающегося и расширяющегося жесткого круга о свободную поверхность жидкости.

Нормальные к радиусам свободной границы скорости на поверхности погружающегося круга сносятся на окружность свободной границы, сводя задачу определения течения в плоской постановке к задаче при смешанных граничных условиях на этой окружности с применением теоремы Келдыша–Седова. Решение задачи обтекания при заданных величинах угла B , фиксирующего замытую часть круга, определяют зависимости (1, а) и (1, б) для ударных присоединенных масс, давая также возможность определения величины угла замыва B , зависимость (2), под воздействием этого течения.

$$a) m_x^* = \rho\pi R (1 - \cos B / 2) , \quad b) m_x^* = \rho\pi R^2 2 \sin^2 B / 2 , \quad (1)$$

$$\cos B = \frac{\Delta - h}{\Delta + h} = \frac{1 - h_\Delta}{1 + h_\Delta} , \quad h_\Delta = h / \Delta . \quad (2)$$

Процесс вертикального погружения цилиндра с постоянной скоростью U_y относительно центра свободной границы, начиная с момента касания цилиндра поверхности жидкости, приводит, как это показано на рисунке 1, к интенсивному замыву поверхности цилиндра уже при малых величинах погружения h . При этом размер дуги замытой поверхности цилиндра заметно превышает величину дуги при геометрическом пересечении поверхностей жесткого цилиндра и невозмущенной свободной границы.

Решения (1), (2) определяют две из известных зависимостей² для ударных присоединенных масс (3):

¹ Впервые один из основных результатов этой теории, полученный, но неопубликованный Е. Парышевым, был применен со ссылкой на него в известной работе Логвиновича [5].

² Данные по ударной присоединенной массе m_x^* , соответствующей боковому движению составляют предмет отдельного рассмотрения. Вначале эта величина определялась аналогично величине m_y^* [1—4] в предположении непрерывности обтекания и затем была уточнена с учетом отрыва в задней боковой части тела [5].

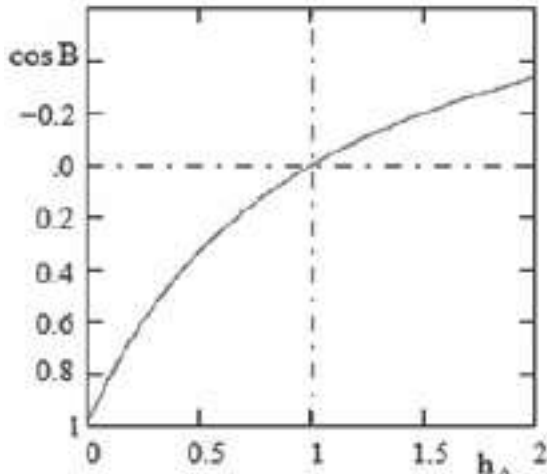


Рисунок 2 — Зависимость угла замыва цилиндра B от отношения величин погружения и зазора $h_{\Delta} = h/\Delta$

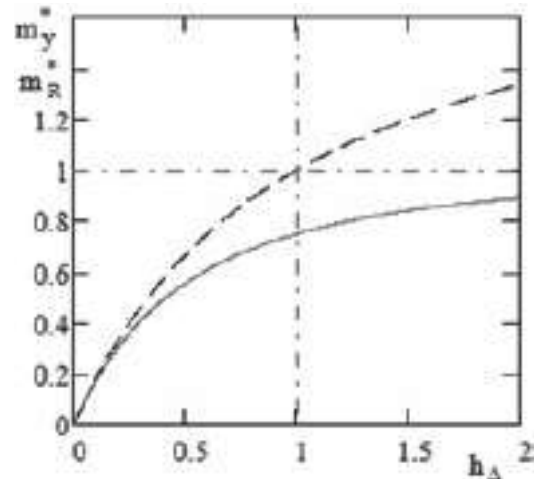


Рисунок 3 — Зависимость ударных присоединенных масс m_y^* , m_g^* от отношения погружения к зазору h_{Δ}

$$m_h^* = \rho \pi R_b^2 \left(h \frac{2\Delta + h}{(\Delta + h)^2} \right), \quad m_{\Delta}^* = \rho \pi R_b^2 \left(\frac{2h}{\Delta + h} \right). \quad (3)$$

Результаты расчета по зависимостям (2) и (3) в безразмерном относительно радиуса цилиндра $R_b = 1$ виде показаны на рисунках 2 и 3. Обе зависимости (3) понятны с точки зрения физики, однако факт значительного труднообъяснимого возрастания величины m_R^* , потребует в дальнейшем отдельного рассмотрения.

2. Элементы геометрии области замытой части плоского сечения цилиндра

Рассмотрение проводится в системе координат, связанной с центром цилиндра при обезразмеривании по величине его радиуса, $R_b = 1$.

Определение координаты линии начала замыва y_H

Координата по вертикали линии начала замыва поверхности цилиндра y_H , исходя из рисунка 1, может определяться через длину расстояния ρ_c от центра масс окружности свободной границы до точки начала замыва на цилиндре. В рамках линейной постановки это расстояние может находиться в пределах $\rho_c \sim 1 \div (1 + \Delta)$. Более точно значения ρ_c определяется путем перехода в полярную систему координат, связанную с центром цилиндра, из уравнения (4, а) по зависимости (4, б)

$$a) \quad \rho^2 - 2(\Delta - h)\rho + (1 - (\Delta + h)^2) = 0, \quad b) \quad \rho = (\Delta - h) + \sqrt{1 - 4\Delta h} \approx (\Delta - h) + (1 - 2\Delta h). \quad (4)$$

С учетом решения (4, б) координата y_H определяется одной из зависимостей (5)

$$a) \quad y_H = \frac{(1 - h_{\Delta})\sqrt{1 - 4\Delta^2 h_{\Delta}} - 4\Delta h_{\Delta}}{1 + h_{\Delta}}, \quad b) \quad y_H \approx \frac{(1 - h_{\Delta})(1 - 2\Delta^2 h_{\Delta}) - 4\Delta h_{\Delta}}{1 + h_{\Delta}}. \quad (5)$$

Данные расчета зависимости (5) показаны на рисунке 4 при $\Delta = 0,2$, $h = 0,075$, $h_{\Delta} = 0,38$ также соответствуют координате $y_H = 0,22$ начальной точки замыва цилиндра, отмеченной линией на рисунке 1. Применение значение ρ_c в диапазоне $\rho_c \sim 1 \div 1 + \Delta$ при определении y_H приводит к близким результатам, особенно в районе малых h_{Δ} .

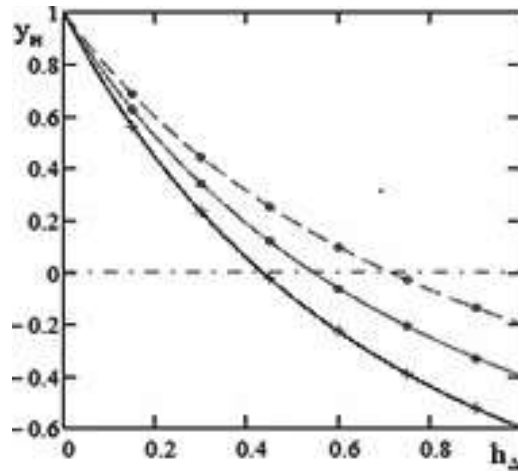


Рисунок 4 — Координата замыва y_H поверхности цилиндра в зависимости от зазора Δ и величины h_Δ . Расчет по зависимости (5) при $\Delta = 0.1$: 5a) ----, 5b) ••••• $\Delta = 0.2$: 5a) —, 5b) ••••• $\Delta = 0.3$: 5a) —, 5b) + + + +

Существенной может быть зависимость (6, b) для определения величины погружения $h = h_{05}$, при которой происходит замыв половины нижней части цилиндра, которая достаточно точно определяется уравнением (5, a). Близкие значения определяются также зависимостью (5, c) в приближении $\rho_c \sim (1 + \Delta)$.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{(\Delta - h)(1 - 2\Delta h) - 4\Delta h}{\Delta + h} = 0, \\
 \text{b)} \quad & 1 + \frac{1 + 2\Delta^2}{4\Delta} - \sqrt{\frac{4\Delta^4 + 16\Delta^3 + 12\Delta^2 + 8\Delta + 1}{16\Delta^2}}, \\
 \text{c)} \quad & h \approx \frac{\sqrt{(1 + \Delta)(1 + 9\Delta)} - (1 + 3\Delta)}{2\Delta}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Результаты расчета по зависимости (6, b) изображены на рисунке 5.

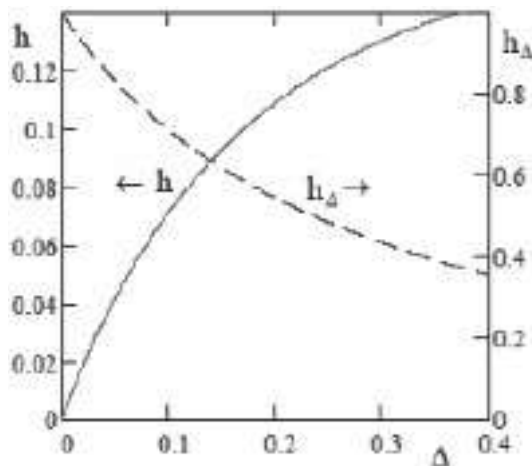


Рисунок 5 — Результаты расчета зависимости величин h и Δ от зазора Δ , соответствующих замыву нижней половине поверхности цилиндра

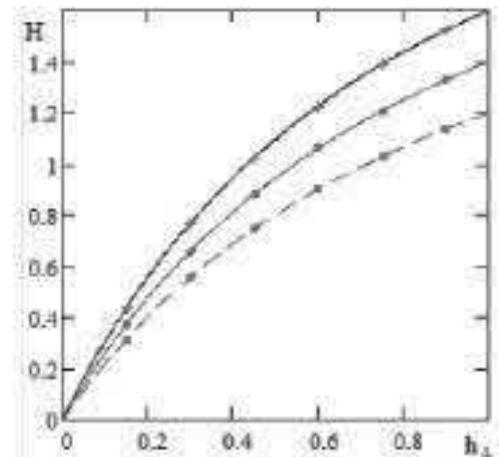


Рисунок 6 — Высота H замытой поверхности цилиндра $\Delta = 0,1$: (7, a) ----, (7, b) ••••• $\Delta = 0,2$: (7, a) —, (7, b) ••••• $\Delta = 0,3$: (7, a) —, (7, b) + + + +

Высота H замытой части цилиндра

Высота замытой части цилиндра H определяется одной из следующих зависимостей

$$a) H = 1 - \frac{1 - h_{\Delta} \sqrt{1 - 4\Delta^2 h_{\Delta} - 4\Delta h_{\Delta}}}{1 + h_{\Delta}}, \quad (7)$$

$$b) H = \left[(1 + \Delta)^2 - \Delta^2 h_{\Delta} \right] \left(\frac{2h_{\Delta}}{1 + h_{\Delta}} \right).$$

Результаты расчета высоты $H = H(h_{\Delta})$ замытой части поверхности цилиндра изображены на рисунке 6.

Площадь круга замытой части цилиндра S_n .

Площадь замытой части круга S_n определяется интегралом (8, а) в (8, б), включая зависимость для H (7). С учетом разложения (8, с) удается найти простую достаточно точную асимптотическую аппроксимацию зависимости для S_n в виде (8, с).

Возможной здесь также является более грубая линейная аппроксимация этой зависимости (8, е)

$$a) S_H = 2 \int_{1-H}^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$b) S_H = \frac{\pi}{2} - a \sin(1-H) + \sqrt{1-(H-1)^2} (H-1), \quad (8)$$

$$c) S_H = \frac{4\sqrt{2}}{3} H^{\frac{3}{2}} \left[1 - \frac{3}{20} H \right] + \dots$$

$$d) S_H \approx 5 \left[h_{\Delta} \left(\frac{1+2\Delta}{1+1.2h_{\Delta}} \right) \right]^{\frac{3}{2}}$$

$$e) S_H \approx 1.75(1+1.4\Delta)^2 h_{\Delta}$$

Результаты расчета величины замытой площади круга S_n по зависимостям (8, d), 8, с) в сравнении с численным расчетом показаны на рисунках 7 и 8.

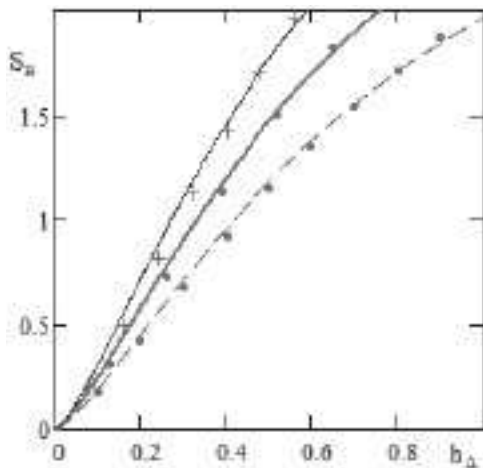


Рисунок 7 — Площадь замытой части круга S_n
 $\Delta = 0,1$: ---- (8, d), ••••• численный расчет
 $\Delta = 0,2$: — (8, d), ••••• численный расчет
 $\Delta = 0,3$: — (8, d), + + + + численный расчет

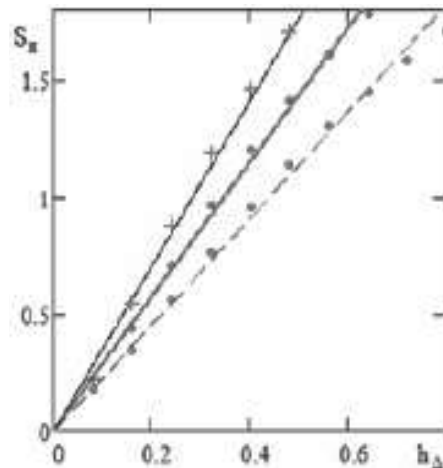


Рисунок 8 — Площадь замытой части круга S_n ,
 линейная аппроксимация :
 ---- (8, e), ••••• численный расчет
 — (8, e), ••••• численный расчет
 — (8, e), + + + + численный расчет

Полуширина цилиндра a в сеченні начала замыва, угол замыва β .

Полуширина цилиндра a в сеченні начала замыва с учетом зависимостей (5) определяется одним из выражений (9, a), (9, b). С учетом равенства $\rho_c = 1$ величина угла β определяется зависимостью (9, c)

$$\begin{aligned} \text{a) } a &= \sqrt{1 - \left[\frac{(1-h_\Delta)\sqrt{1-4\Delta^2 h_\Delta} - 4\Delta h_\Delta}{1+h_\Delta} \right]^2}, \\ \text{b) } a &= \sqrt{1 - \left[\frac{(1-h_\Delta)(1-2\Delta^2 h_\Delta) - 4\Delta h_\Delta}{1+h_\Delta} \right]^2}, \\ \text{c) } \sin \beta &= a. \end{aligned} \tag{9}$$

Результаты расчета зависимостей (9) представлены на рисунке 9

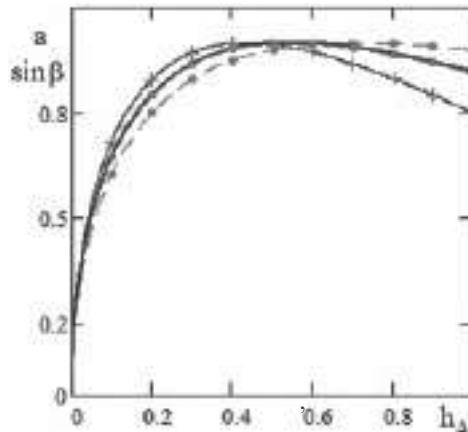


Рисунок 9 — Полуширина цилиндра в сечении начального сечения замыва с координатой $y = y_i$

$\Delta = 0.1$: ---- (9, a), ••••• (9, b), $\Delta = 0.2$: ——— (9, a), ••••• (9, b), $\Delta = 0.3$: ——— (9, a), + + + + (9, b)

Зависимость подъемной силы от угла атаки

С учетом представления зависимости погружения $h = h(x)$ тела $R_b = R_b(x)$ тела под углом атаки α в каверну $R = R(x)$ в системе координат при $x = 0$ в сечении отрыва струй кавитатора

$$h(x) = (\alpha)x - [R(x) - R_b(x)] = [\alpha x - \Delta(x)] . \tag{10}$$

Зависимости для ударных присоединенных масс (3) могут быть представлены в виде

$$\text{a) } m_h^* = \pi \rho R_b^2 \left(h \frac{2\Delta + h}{(\Delta + h)^2} \right) \Rightarrow, \tag{11}$$

$$\text{b) } m_h^* = \pi \rho R_b^2(x) \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x} \right)^2 \right],$$

$$m_R^* = \pi \rho R_b^2 \left(\frac{2h}{\Delta + h} \right) \Rightarrow, \tag{12}$$

$$m_R^* = \pi \rho R_b^2(x) 2 \left(1 - \frac{\Delta(x)}{\alpha x} \right) .$$

$$F_p = \int_{x_p}^{L_b} U_\infty^2 \frac{d}{dx} \pi \rho R_b^2(x) \left\{ \alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x} \right)^2 \right] - 2 \frac{d\Delta(x)}{dx} \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x} \right) \right] \right\} dx \tag{13}$$

$$F_p = \pi \rho U_\infty^2 \left[R_b^2(x) \left[\alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{(\alpha_0 + \alpha_\bullet)x} \right)^2 \right] - 2 \left[\frac{d\Delta(x)}{dx} \right] \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{(\alpha_0 + \alpha_\bullet)x} \right) \right] \right] \right]_{x=L_b}$$

При этом зависимость для подъемной силы стационарного глиссирования осесимметричного тела по поверхности осесимметричной каверны может быть представлена выражениями (13).

Здесь угол атаки тела состоит из двух частей $\alpha = (\alpha_0 + \alpha_\bullet)$, α_0 — соответствует повороту тела до касания каверны задним сечением тела.

Глиссирование при постоянной величине зазора между поверхностями тела и каверны

Этот случай соответствует глиссированию тела с формой, близкой к эллипсоиду, обеспечивающей постоянство зазора для большей части задней поверхности тела. В этом случае имеет место только первая часть для подъемной силы на основе только величины m_h^* , при этом, исходя из структуры зависимостей (11, 13), расстояние $x = x_n$ от сечения отрыва на кавитаторе до начального сечения глиссирования определяется зависимостью $x_n = \Delta/\alpha$. Это позволяет упростить зависимости силы глиссирования, перейдя в систему координат, связанную с начальным сечением глиссирования $x = x_0$ при длине поверхности глиссирования $l_b = L_b - \Delta/\alpha$. Далее обозначение x будет соответствовать системе координат при $x = 0$ в начальном сечением замыва. При этом величина подъемной силы определяется в соответствии с зависимостями (14)–(16).

$$F_{py} = \int_0^{l_b} U_\infty^2 \frac{d}{dx} \left\{ \pi \rho R_b^2 (\Delta / \alpha + x) \alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta + \alpha x} \right)^2 \right] \right\} dx \quad (14)$$

$$F_{py} = \pi \rho U_\infty^2 R_b^2 (L_b) \alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta + (\alpha_0 + \alpha_\bullet) l_b} \right)^2 \right], \quad (15)$$

$$F_{py} = \pi \rho U_\infty^2 R_b^2 (L_b) \alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta + h} \right)^2 \right]. \quad (16)$$

Здесь $h = \alpha L_b$ — координата заднего сечения тела.

Форма замытой часть тела близкого к эллипсоиду в средней части каверны близка к цилиндру при совпадении выражения зависимости для ударной присоединенной массы с данными работы [7].

Коэффициенты подъемной силы C_L , рассчитываемой по площади заднего сечения тела, могут определяться одной из зависимостей [17]

$$\begin{aligned} \text{a) } C_L &= 2(\alpha_0 + \alpha_\bullet) \left[1 - \left(\frac{\Delta}{(\alpha_0 + \alpha_\bullet) L_b} \right)^2 \right], \\ \text{b) } C_L &= 2(\alpha_0 + \alpha_\bullet) \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta + \alpha_\bullet L_b} \right)^2 \right], \\ \text{c) } C_L &= 2\alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta + \alpha L_b} \right)^2 \right] = 2\alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta + h} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Результаты расчета зависимости для C_L , рассчитываемой по площади заднего сечения тела, близкого к эллипсоиду, при обезразмеривании Δ и h_0 по $R_b (L_k)$ показаны на рисунке 10.

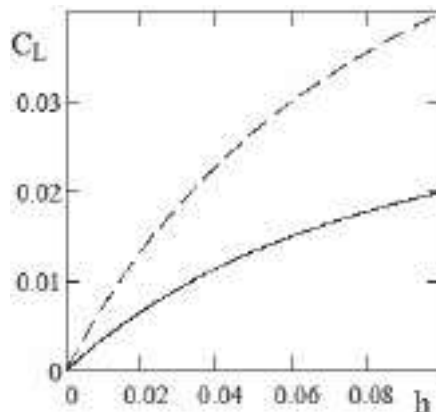


Рисунок 10 — Коэффициент подъемной силы по площади заднего сечения тела, близкого к эллипсоиду, под углом атаки: — $\Delta = 0,1, \alpha = 0,02, (17, c)$, - - - $\Delta = 0,1, \alpha = 0,04, (17, c)$

Положение замытой части тела относительно каверны, в частности расстояния x_p от кавитатора до начального сечения глиссирования, при заданных значениях Δ , α и удлинения каверны λ определяется зависимостью

$$\bar{x}_p = \frac{\bar{\Delta}}{(1 + \bar{\Delta}) \alpha \lambda}, \quad \bar{\Delta} = \Delta / R_b, \quad (18)$$

где $\lambda = L_k / R_k$, L_k — длина послемидельной части каверны, R_k — наибольший радиус каверны, определяемый по известным формулам, в зависимости от числа кавитации σ .

Положение начального сечения глиссирующей поверхности по длине каверны x_p / L_k в зависимости от удлинения каверны и угла атаки тела при постоянной величине зазора Δ при обезразмеривании по R_b изображено на рисунке 11.

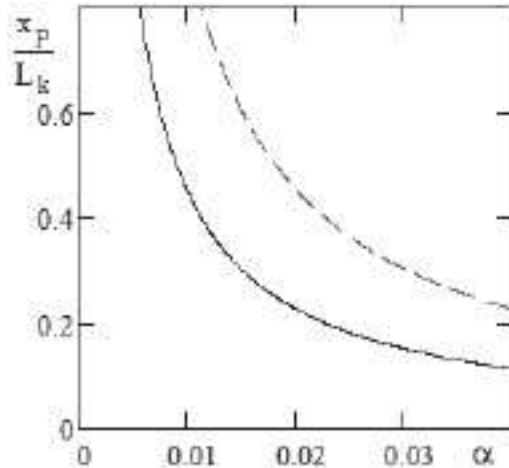


Рисунок 11 — Положение начала глиссирующей поверхности по длине каверны в зависимости от удлинения и угла атаки тела :
 — $\Delta = 0.1$, $\lambda = 20$, (18), - - - $\Delta = 0.1$, $\lambda = 10$, (18)

Подъемная сила с учетом взаимодействия глиссирующей поверхности с каверной

Под воздействием распределенных вдоль каверны сил глиссирования происходит деформация формы каверны в основном в виде искривления ее оси $h_p = h_p(x)$ в районе глиссирующей поверхности. Это приводит к изменению величин ударных присоединенных масс в виде выражений (19) и углов атаки в каждом из сечений каверны в области глиссирующей поверхности и зависимости для распределенных на единицу длины вдоль оси x сил глиссирования $f(x)$ в виде выражения (20). В системе координат при $x = 0$ в сечении отрыва струй с кавитатора, эти зависимости имеют вид

$$a) \quad m_h^* = \pi \rho R_b^2(x) \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x - h_p(x)} \right)^2 \right], \quad (19)$$

$$b) \quad m_R^* = \pi \rho R_b^2(x) 2 \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x - h_p(x)} \right) \right],$$

$$f(x) = \rho U_\infty^2 \frac{d}{dx} \left[\left(\alpha - \frac{dh_p}{dx} \right) m_h^* - \frac{d\Delta(x)}{dx} m_R^* \right]. \quad (20)$$

С учетом зависимостей (19, 20) зависимость для искривления оси каверны под воздействием сил глиссирования может быть сведена к уравнению (21) при $m_s = \pi \rho R^2(x)$ и нулевых начальных условиях

$$\frac{d}{dx} \left[\left(\alpha - \frac{dh_p}{dx} \right) m_h^* - \frac{d\Delta(x)}{dx} m_R^* \right] - \frac{d}{dx} \left[m_s \frac{d\xi_p}{dx} \right] = 0. \quad (21)$$

При этом коэффициенты подъемной силы в виде двух составляющих определяются зависимостями

$$\begin{aligned}
 \text{a) } C_{Lh} &= 2 \left(\alpha - \frac{dh_p(x)}{dx} \right) \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x - h_p(x)} \right)^2 \right]_{x=L_b}, \\
 \text{b) } C_{Lh} &= 4 \left(\frac{d\Delta(x)}{dx} \right) \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x - h_p(x)} \right)^2 \right]_{x=L_b}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

Тестовая модель с учетом взаимодействия глссирующей поверхности с каверной

С учетом существенности обнаруженных эффектов наиболее целесообразным с точки зрения понимания физики и оценки величин может быть расчет в наиболее простой модели глссирования цилиндра по цилиндрической свободной границе. В этом случае существенной является только первая составляющая силы глссирования.

Решение задачи в системе координат с началом в сечении отрыва от кавитатора при обезразмеривании по радиусу цилиндра определяется простым дифференциальным уравнением (23, а), легко решаемым методом последовательных приближений на основе уравнений (23, а) и (23, б), или в системе координат, связанной с начальным сечением глссирования, (23, с) и (23, д).

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{dh_p(x)}{dx} &= \frac{\alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\alpha x - h_p(x)} \right)^2 \right]}{\left[(1 + \Delta)^2 + \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\alpha x - h_p(x)} \right)^2 \right] \right]}, \\
 \text{b) } h_p(x) &= \int_{x_p}^x \frac{\alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\alpha x - h_p(x)} \right)^2 \right]}{\left[(1 + \Delta)^2 + \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\alpha x - h_p(x)} \right)^2 \right] \right]} dx, \\
 \text{c) } \frac{dh_p(x)}{dx} &= \frac{\alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\alpha x + \Delta - h_p(x)} \right)^2 \right]}{\left[(1 + \Delta)^2 + \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\alpha x + \Delta - h_p(x)} \right)^2 \right] \right]}, \\
 \text{d) } h_p(x) &= \int_0^x \frac{\alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\alpha x + \Delta - h_p(x)} \right)^2 \right]}{\left[(1 + \Delta)^2 + \left[1 - \left(\frac{\Delta}{\alpha x + \Delta - h_p(x)} \right)^2 \right] \right]} dx.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Если представить, что глссирование происходит по верхней части каверны, характер возмущения оси каверны после начального сечения под действием глссирующего тела иллюстрируется результатами расчета по уравнению (23, д) на рисунке 12.

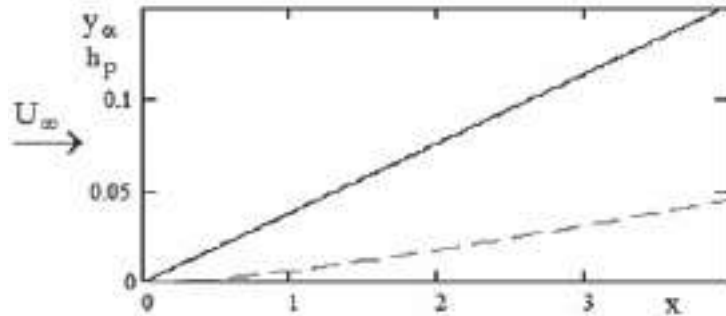


Рисунок 12 — Иллюстрация возмущения оси каверны $h_p = h_p(x)$ при взаимодействии глсссирующего цилиндра под углом атаки α его оси $y_\alpha = \alpha x$ с каверной

— ось цилиндра при $L_b/R_b = 4$, $\alpha = 2.2^\circ$
 - - - - возмущение оси каверны (23, a), $\Delta/R_b = 0,1$

Аналогичный характер уменьшения реальных углов атаки при воздействии глсссирующего цилиндра на каверну показан на рисунке 13.

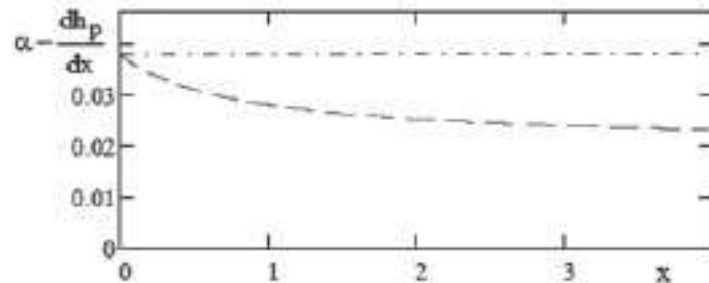


Рисунок 13 — Иллюстрация уменьшения реальных углов атаки в результате искривления оси каверны под действием глсссирующей поверхности

- - - - - отметка угла атаки оси цилиндра $\alpha = 2,2^\circ$
 — $\alpha - \frac{dh_p}{dx}$ уменьшенное значение реального угла атаки (23, b) при глсссировании цилиндра L_b/h , $\Delta/R_b = 0,1$

Динамика изменения величины ударной присоединенной массы с учетом взаимодействия глсссирующей поверхности с поверхностью каверны иллюстрируется рисунком 14.

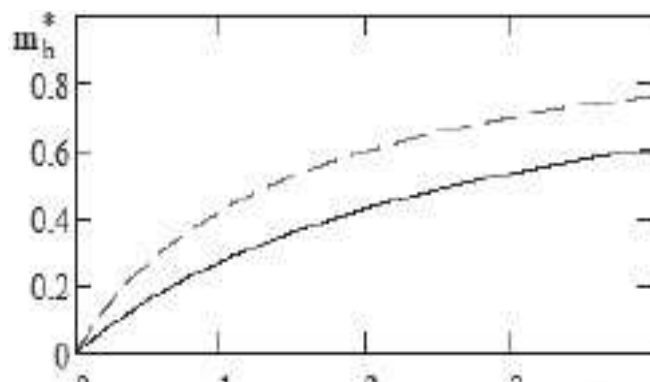


Рисунок 14 Динамика изменения безразмерной относительн R_b цилиндра величины ударной присоединенной массы

- - - - $\Delta/R_b = 0,1$, $\alpha = 2.2^\circ$,
 — $\Delta/R_b = 0,2$, $\alpha = 2.2^\circ$

Уравнения (23, с), (23, d) могут бы преобразованы в уравнения (24, а), (24, b) относительно независимой переменной $h = \alpha x$ в системе координат, связанной с сечением начала глиссирования с соответствующим преобразованием коэффициентов подъемной силы (22) к виду: (24, с), (24, d) при $x = l_b$.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } h_p(h) &= \int_0^h \frac{\left[1 - \left(\frac{\Delta}{h - h_p(h)} \right)^2 \right]}{\left[(1 + \Delta)^2 + \left[1 - \left(\frac{\Delta}{h - h_p(h)} \right)^2 \right] \right]} dh, \\
 \text{b) } \left. \frac{dh_p(x)}{dx} \right|_{\alpha x = h} &= \frac{\alpha \left[1 - \left(\frac{\Delta}{h - h_p(h)} \right)^2 \right]}{\left[(1 + \Delta)^2 + \left[1 - \left(\frac{\Delta}{h - h_p(h)} \right)^2 \right] \right]}, \\
 \text{c) } C_{Lh} &= 2 \left(\alpha - \frac{dh_p(x)}{dx} \right) \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x + \Delta - h_p(x)} \right)^2 \right], \\
 \text{d) } C_{LR} &= 4 \left(\frac{d\Delta(x)}{dx} \right) \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x - h_p(x)} \right)^2 \right]_{x=L_b}.
 \end{aligned} \tag{24}$$

Динамика изменения коэффициента подъемной силы C_{Lh} , зависимость (24, с), с учетом взаимодействия глиссирующей поверхности с поверхностью каверны в сравнении с величиной C_{Lo} без учета этого взаимодействия, зависимость (17, с), показана на рисунке 15.

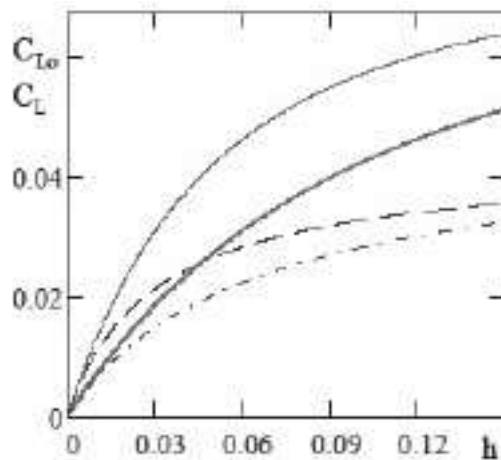


Рисунок 15 — Динамика изменения коэффициента подъемной силы с учетом взаимодействия глиссирующей поверхности с каверной в сравнении с величиной без учета этого взаимодействия

- C_{Lo} $\Delta = 0,1$, $\alpha = 2,2^\circ$, зависимость (17, с),
- C_{Lo} $\Delta = 0,2$, $\alpha = 2,2^\circ$, (17, с),
- - - C_{Lo} $\Delta = 0,1$, $\alpha = 2,2^\circ$, зависимость (24, с),
- . - . C_{Lo} $\Delta = 0,2$, $\alpha = 2,2^\circ$, зависимость (24, с).

Глиссирование в условиях существенного влияния весомости жидкости и подъемной силы кавитатора

В этом случае подъемная сила кавитатора сообщает сечениям каверны начальный импульс и дальше сечения каверны ускоряются под действием сил Архимеда. В области до начала глиссирования искривление оси $h_{g\alpha}(x)$ стационарной каверны при постоянном числе кавитации определяется системой уравнений (25), исходя из уравнения сохранения импульсов. Ряд зависимостей этого подхода представлены в работе [8] Решение этой системы уравнений находится на основе элементарного уравнения для формы каверны $R = R(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \rho U_{\infty}^2 \frac{d}{dx} \pi R^2 \frac{dh_g}{dx} - \rho g (\pi R^2) = 0, \\
 \text{b)} \quad & \rho U_{\infty}^2 \pi R^2 \frac{dh_{\alpha g}}{dx} = \rho g \pi \int_0^x R^2 dx - \rho U_{\infty}^2 \pi \left[R^2 \frac{dh_{\alpha}}{dx} \right]_{x=0}, \\
 \text{c)} \quad & h_{\alpha g} = \frac{g}{U_{\infty}^2} \int_0^x \left[\frac{1}{R^2} \int_0^x R^2 dx \right] dx - \left[R^2 \frac{dh_{\alpha}}{dx} \right]_{x=0} \int_0^x \frac{1}{R^2} dx.
 \end{aligned} \tag{25}$$

Решение этой системы уравнений находится на основе элементарного уравнения для формы каверны

$$R^2 = R_k^2 \left(\frac{x}{L_k} + \frac{a}{L_k} \right) \left[2 - \left(\frac{x}{L_k} + \frac{a}{L_k} \right) \right]. \tag{26}$$

Здесь R_k , L_k — максимальный радиус и длина каверны после миделя. Здесь возможно нахождение достаточно простых надежных решений искривления оси каверны при некоторых преодолимых сложностях расчета искривления от воздействия кавитаторов типа диска.

Движение сечений каверны в области глиссирования определяется результатом совместного воздействия весомости, начального импульса от кавитатора и глиссирующей поверхности. Уравнение искривления оси каверны в процессе этого движения определяется аналогично уравнению (24), с учетом воздействия сил глиссирования в виде (27, а)–(27, с) при ненулевых начальных условиях (27, d) и уравнения для определения координаты $x = x_p$, соответствующейначальному сечению глиссирующей поверхности.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \rho U_{\infty}^2 \frac{d}{dx} \pi R^2 \frac{dh_{\Sigma}}{dx} - \rho g \pi R^2 + \rho g S_n + U_{\infty}^2 \frac{d}{dx} \left[\left(\alpha - \frac{dh_{\Sigma}}{dx} \right) m_h^* - \frac{d\Delta}{dx} m_R^* \right] = 0, \\
 \text{b)} \quad & m_h^* = \pi \rho R_b^2(x) \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x - h_{\Sigma}(x)} \right)^2 \right], \\
 \text{c)} \quad & m_R^* = \pi \rho R_b^2(x) 2 \left[1 - \left(\frac{\Delta(x)}{\alpha x - h_{\Sigma}(x)} \right) \right], \\
 \text{d)} \quad & \left. \frac{dh_{\Sigma}}{dx} \right|_{x=x_p} = \left. \frac{dh_{g\alpha}}{dx} \right|_{x=x_p}, \quad h_{\Sigma} \Big|_{x=x_p} = h_{g\alpha} \Big|_{x=x_p}, \\
 \text{e)} \quad & \alpha x_p - \Delta(x_p) + h_{g\alpha}(x_p) = 0.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Здесь S_n — часть площади сечения тела, погруженного в жидкость в процессе глиссирования, определяемая одной из зависимостей (8). Решение задачи (27) относительно величины искривления каверны $h_{\Sigma}(x)$ аналогично решению (23) и зависимости (22) позволяет определить коэффициенты подъемной силы при глиссировании в каверне с учетом комплексного взаимодействия начального импульса на кавитаторе, весомости, глиссирующей поверхности и поверхности каверны.

В результате ускоренного движения сечения в течение времени до начала глиссирования, при подходе сечения каверны кначальному сечению глиссирования это сечение может иметь уже существенные поперечную скорость движения и искривления оси каверны. При небольших размерах глиссирующей поверхности по сравнению с расстоянием от кавитатора до начала глиссирования здесь возможен приближенный подход на основе решения для $\Delta = \text{const}$, наиболее пригодный для несложных первоначальных оценок. Исходя из уравнения (27, е), определяется расстояние до начала глиссирования. Определяются величины (28, а), (28, б) на основе решения уравнений (25) для участка до начала глиссирования

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } \left. \frac{dh_{g\alpha}}{dx} \right|_{x=x_p}, \quad \text{b) } h_{g\alpha} \Big|_{x=x_p}, \\
 & \text{c) } h_{\Sigma} \approx h_{g\alpha} \Big|_{x=x_p}, \quad \text{d) } \alpha_+ = \alpha + \left. \frac{dh_{g\alpha}}{dx} \right|_{x=}.
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

В предположении (28, c) для приближенного расчета ударных присоединенных масс применяется решение (23) при увеличенном угле атаки цилиндра α в соответствии с (28, d).

Результаты сравнения некоторых экспериментальных величин коэффициентов подъемной силы с данными расчета на основе грубой оценки (26) лежат в основном в пределах 5—10%.

Выводы

Результаты предварительных расчетов указывают на возможность существенного улучшения результатов расчета по известной линейной теории глиссирования тел в каверне [1, 2] при учете эффектов взаимодействия глиссирующей поверхности с поверхностью каверны. Дальнейшее продвижение аналитических и экспериментальных исследований в этой области может быть результатом разработки очень эффективного метода расчета глиссирования кавитирующих тел.

Литература

1. Paryshev, E. V. «The plane problem of immersion of an expanding cylinder trough a cylindrical free surface of variable radius». Proceedings. of Intern. Summer Scientific School «High-Speed Hydrodynamics»— HSH2002, Cheboksary, 2002, pp. 277—285.
2. Paryshev, E.V. Approximate mathematical models in high-speed hydrodynamics// J of Engineering Mathematics 2006, 55, pp. 41—64.
3. Vladimir V. Serebryakov, Vladimir V. Moroz, Viktor V. Kochin, and John E. Dzielski. Experimental Study on Planing Motion of a Cylinder at Angle of Attack in the Cavity Formed behind an Axisymmetric Cavitator // Journal of Ship Research, 2019, pp. 1—15.
4. Wagner, H. Uber Stoss- und Gleitvorgange an der Oberflache von Flussigkeiten. — Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. S., 1932, 193—213.
5. Логвинович, Г. В. (1980) Некоторые вопросы глиссирования [Some Planing Issues]// Труды ЦАГИ Вып. 2052 Сборн. Статей Некоторые вопросы глиссирования и кавитации, ЦАГИ, Москва, 1980. С. 3—12.
6. Paryshev, E. V. «Some problems of planing of a cylinder in a cavity». Proceedings. of Intern. Summer Scientific School «High Speed Hydrodynamics», HSH 2013, Chebocsary, 2013, pp. 136—142.
7. Dzielski, J. «Longitudinal stability of a supercavitating vehicle». Journal of Ocean Engeeniring, Vol. 36, No. 4, 2011, pp. 562—570.
8. Логвинович, Г. В. 1969 Гидродинамика течений со свободными границами. [— Киев: Наукова думка, 1969. — 215 с.

Литература

1. Paryshev, E. V. «The plane problem of immersion of an expanding cylinder trough a cylindrical free surface of variable radius». Proceedings. of Intern. Summer Scientific School «High-Speed Hydrodynamics»— HSH2002, Cheboksary, 2002, pp. 277—285.
2. Paryshev, E.V. Approximate mathematical models in high-speed hydrodynamics// J of Engineering Mathematics 2006, 55, pp. 41—64.
3. Vladimir, V. Serebryakov, Vladimir V. Moroz, Viktor V. Kochin, and John E. Dzielski Experimental Study on Planing Motion of a Cylinder at Angle of Attack in the Cavity Formed behind an Axisymmetric Cavitator Journal of Ship Research, 2019, pp. 1—15.

4. Wagner, H. Uber Stoss- und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten. — Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. S. , 1932, 193—213.
5. Logvinovich, G. V. (1980) Nekotorye voprosy glissirovaniia [Some Planing Issues] // *Trudy TsAGI Nekotorye voprosy glissirovaniia i kavitatsii* — *Proceedings TsAGI. Some issues of planing and cavitation. Issue 2052*, 3—12 [In Russian].
6. Paryshev E. V. «Some problems of planing of a cylinder in a cavity». Proceedings. of Intern. Summer Scientific School «High Speed Hydrodynamics», HSH 2013, Chebocary, 2013, pp. 136—142.
7. Dzielski J. «Longitudinal stability of a supercavitating vehicle». Journal of Ocean Engineering, Vol. 36, No. 4, 2011, pp. 562—570.
8. Logvinovich, G. V. (1969) *Gidrodinamika techeniy so svobodnymi granitsami* [Fluid dynamics of flows with free boundaries] — Kiev: Naukova dumka [In Russian].

УДК 532-528

Лінійна модель глісування в каверні за умови впливу вагомості рідини та інших збурень

В. В. Сєребряков

Наведено дані досліджень глісування за умови ударної постановки теорії ідеальної нестисливої рідини при розрахунку сил глісуванні в каверні на основі відомих залежностей, включаючи розробку можливих способів їх уточнення. Результати досліджень можуть знайти застосування при обробці даних маломасштабних експериментів в області кавітації.

Ключові слова: гідродинаміка, кавітація, глісування/

UDC 532-528

Linear model of planing in a cavity under conditions of the liquid weight influence and other disturbances

V. V. Serebryakov

The data of studies of planing within the framework of the shock formulation of the theory of an ideal incompressible fluid when calculating planing forces in a cavity on the basis of known dependencies, including the development of possible ways to refine them, are presented. The research results can find application in data processing of small-scale experiments in the field of cavitation. Key words: hydrodynamics, cavitation, planing

Key words: hydrodynamics, cavitation, planing