ОЦІНКА ВЕРХНЬОЇ МЕЖІ ДЛЯ ПАРАМЕТРА НЕКОМУТАТИВНОСТІ НА ОСНОВІ ПРИНЦИПУ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ

Х. П. Гнатенко
Кафедра теоретичної фізики,
Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Драгоманова, 12, Львів, 79005, Україна

(Отримано 04 листопада 2013 р.; в остаточному вигляді 27 грудня 2013 р.)

Проаналізовано рух тіла у ґравітаційному полі у просторі з некомутуючими координатами. Для прикладу розглянуто рух Місяця. Досліджено виконання принципу еквівалентності. На основі даних експерименту LLR (Lunar Laser Ranging, лазерна далекометрія Місяця) оцінено верхню межу для параметра некомутативності.

Ключові слова: некомутуючі координати, принцип еквівалентності, ефективний параметр некомутативності.

PACS number(s): 02.40.Gh, 04.20.Cv

I. ВСТУП

Останніми роками властивості простору з некомутуючими координатами привернули велику увагу. Ідея про те, що просторові координати можуть бути некомутуючими

$$[\hat{X}_i, \hat{X}_j] = i\hbar\theta_{ij}, \tag{1}$$

де θ_{ij} є елементами антисиметричної сталої матриці, з'явилася недавно в теорії струн [1, 2] та в теорії квантової ґравітації [3], проте історія її виникнення є досить тривалою. Першим ідею про некомутуючі просторові координати запропонував Гайзенберґ. Математично оформив її Снайдер у першій публікації з цього питання [4].

Зауважимо, що у класичній границі $\hbar \to 0$ комутатор (1) переходить у деформовану дужку Пуассона:

$$\frac{1}{i\hbar}[\hat{X}_i, \hat{X}_j] \to \{X_i, X_j\}, \tag{2}$$
$$\{X_i, X_j\} = \theta_{ij}. \tag{3}$$

У квантовій механіці прикладом із некомутуючими координатами є рух електричного заряду в сильному зовнішньому магнітному полі. Оператори координат частинки із зарядом e та масою m, яка рухається на площині (X, Y) за наявності сильного однорідного магнітного поля $\mathbf{B}$, яке напрямлене вздовж осі Z, задовольняють таке комутаційне співвідношення:

$$[\hat{X}, \hat{Y}] = -i\hbar\frac{c}{eB}, \tag{4}$$

де c — швидкість світла [5].

Багато фізичних задач вивчали в некомутативному просторі, серед них задача Ландау [6–9], гармонічний осцилятор [10–13], двовимірні квантові системи в центральному потенціалі [14] та інші.

У статтях [15–17] розглянуто рух частинки в центральному потенціалі та знайдено зміщення перигелію, зумовлене некомутативністю. Стійкість колової орбіти частинки у просторі з некомутуючими координатами досліджували у [18].

Вивченню систем кількох та багатьох частинок у некомутативному просторі присвячені праці [19–24].

Важливою проблемою у просторі з некомутуючими координатами є порушення принципу еквівалентності. У роботі [25] побудовано квантовомеханічну модель експерименту COW (Colella, Overhauser and Werner) та показано, що некомутативність приводить до невиконання цього принципу. Також порушення принципу еквівалентності в некомутативному просторі встановлено у працях [26,27]. У статті [28] показано, що у випадку вільного падіння в однорідному ґравітаційному полі принцип еквівалентності виконується. Також висновок про непорушення цього принципу в некомутативному просторі-часі зроблено в контексті скрученої симетрії Пуанкаре [29].

Проблему порушення принципу еквівалентності досліджували у просторі з мінімальною довжиною $[\hat{X}, \hat{P}] = i\hbar(1 + \beta\hat{P}^2)$ [30]. У статті розглянуто вільне падіння макроскопічного тіла в однорідному полі. На основі висновків щодо опису руху макроскопічного тіла за допомогою ефективного параметра деформації, отриманих у [31], запропоновано шлях для відновлення цього принципу.

У нашій попередній статті [24] досліджено рух макроскопічного тіла у ґравітаційному полі в некомутативному просторі. Установлено, що некомутативність координат приводить до порушення принципу еквівалентності, та запропоновано шлях для його відновлення.

У цій статті як приклад руху макроскопічного тіла у ґравітаційному полі досліджено рух Місяця. Припустивши, що порушення принципу еквівалентності, спричинене некомутацією координат, є в межах точності виконання цього принципу за даними експерименту LLR (Lunar Laser Ranging, лазерна далекометрія Місяця), знайдено верхню межу для параметра некомутативності.

Розділ II присвячено проблемі опису руху макроскопічного тіла у просторі з некомутуючими координатами. У розділі III розглянуто рух макроскопічного тіла у ґравітаційному полі. Знайдено рівняння руху

Місяця у випадку координатної некомутативності. На основі даних експерименту LLR оцінено верхню межу для параметра некомутативності. Висновки представлені в розділі IV.

II. МАКРОСКОПІЧНЕ ТІЛО У ДВОВИМІРНОМУ ПРОСТОРІ З НЕКОМУТУЮЧИМИ КООРДИНАТАМИ

Загалом різним елементарним частинкам можуть відповідати різні параметри некомутативності. Нехай система (макроскопічне тіло) складається з N частинок із масами m_i та параметрами некомутативності θ_i відповідно. Припустімо, що координати різних частинок комутують. Нагадаємо, що у класичному випадку комутатори зводяться до відповідних дужок Пуассона. Отже, виконуються такі співвідношення:

$$\{X_1^{(i)}, X_2^{(j)}\} = -\{X_2^{(i)}, X_1^{(j)}\} = \delta^{ij}\theta_i, \tag{5}$$

$$\{X_\mu^{(i)}, P_\nu^{(j)}\} = \delta_{\mu\nu}\delta^{ij}, \tag{6}$$

$$\{P_\mu^{(i)}, P_\nu^{(j)}\} = 0, \tag{7}$$

де $X_\mu^{(i)}$, $P_\mu^{(i)}$ — координати та імпульси i-тої частинки, індекси i та j набувають значення 1,2,. . . ,N, та $\mu = (1, 2)$, $\nu = (1, 2)$. Зауважимо, що в (5) немає сумування за індексом i, який повторюється.

Отже, виникає проблема опису руху цієї системи (макроскопічного тіла) у просторі з некомутуючими координатами. Цю задачу розглянуто в [19–21, 24]. Установлено, що параметр некомутативності для координат центра мас ніколи не є більшим від параметрів некомутативності для елементарних частинок, із яких складається система.

У нашій попередній статті [24] показано, що у просторі з некомутуючими координатами повний імпульс, координати центра мас, координати та імпульси відносного руху мають звичний вигляд:

$$\tilde{\mathbf{P}} = \sum_i \mathbf{P}^{(i)}, \tag{8}$$

$$\tilde{\mathbf{X}} = \sum_i \mu_i \mathbf{X}^{(i)}, \tag{9}$$

$$\Delta\mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{X}^{(i)} - \tilde{\mathbf{X}}, \tag{10}$$

$$\Delta\mathbf{P}^{(i)} = \mathbf{P}^{(i)} - \mu_i\tilde{\mathbf{P}}, \tag{11}$$

де $\mu_i = \frac{m_i}{\sum_j m_j}$.

Варто зауважити, що в некомутативному просторі координати центра мас та відносного руху не є незалежними. Центр мас “відчуває” відносний рух у системі

$$\{\tilde{X}_1, \Delta X_2^{(i)}\} = \mu_i\theta_i - \sum_j \mu_j^2\theta_j, \tag{12}$$

$$\{\Delta X_1^{(i)}, \tilde{X}_2\} = \mu_i\theta_i - \sum_j \mu_j^2\theta_j. \tag{13}$$

Легко переконатися, що координати центра мас задовольняють таке співвідношення:

$$\{\tilde{X}_1, \tilde{X}_2\} = -\{\tilde{X}_2, \tilde{X}_1\} = \frac{\sum_i m_i^2\theta_i}{(\sum_j m_j)^2}. \tag{14}$$

Отже, для опису руху макроскопічного тіла у просторі з некомутуючими координатами необхідно вводити ефективний параметр некомутативності:

$$\tilde{\theta} = \frac{\sum_i m_i^2\theta_i}{(\sum_j m_j)^2}. \tag{15}$$

Зауважимо, що ці висновки можна легко узагальнити на квантовий випадок, увівши відповідні оператори фізичних величин та перейшовши до їхніх комутаторів.

III. РУХ ТІЛА У ҐРАВІТАЦІЙНОМУ ПОЛІ

Задачу про вільне падіння тіла в однорідному ґравітаційному полі у просторі з некомутуючими координатами досліджено в роботах [24, 28]. У статті [24] показано, що швидкість падіння та траєкторія тіла не залежать від його маси. Тобто, як і в звичайному випадку, у просторі з некомутуючими координатами слабкий принцип еквівалентності виконується.

Узагальнивши задачу, розгляньмо рух макроскопічного тіла з масою m у неоднорідному ґравітаційному полі $V(X, Y)$. Запишемо класичну функцію Гамільтона:

$$H = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{P_y^2}{2m} + mV(X, Y). \tag{16}$$

При цьому ми вважаємо, що вплив відносного руху на рух центра мас не суттєвий. Таке припущення справедливе, наприклад, для системи жорстко зв’язаних частинок.

Знайдімо рівняння руху тіла з гамільтоніаном H, враховуючи при розкритті дужок Пуассона такі співвідношення:

$$\{X, Y\} = \tilde{\theta}, \tag{17}$$

$$\{X, P_x\} = 1, \tag{18}$$

$$\{Y, P_y\} = 1, \tag{19}$$

$$\{P_x, P_y\} = 0. \tag{20}$$

Отримаємо:

$$\dot{X} = \{X, H\} = \frac{P_x}{m} + m\tilde{\theta}\frac{\partial V(X, Y)}{\partial Y}, \tag{21}$$

$$\dot{Y} = \{Y, H\} = \frac{P_y}{m} - m\tilde{\theta}\frac{\partial V(X, Y)}{\partial X}, \tag{22}$$

$$\dot{P}_x = \{P_x, H\} = -m\frac{\partial V(X, Y)}{\partial X}, \tag{23}$$

$$\dot{P}_y = \{P_y, H\} = -m\frac{\partial V(X, Y)}{\partial Y}. \tag{24}$$

Бачимо, що швидкість тіла (21), (22) в неоднорідному ґравітаційному полі залежить від його маси та ефективного параметра некомутативності.

Згідно зі слабким принципом еквівалентності в ґравітаційному полі всі тіла, незалежно від їхньої маси, рухаються однаково. Цей принцип можна також сформулювати як принцип рівності інерційної та ґравітаційної мас. Отже, з (21), (22) бачимо, що в цьому випадку слабкий принцип еквівалентності порушується [24].

Як приклад руху тіла у ґравітаційному полі розгляньмо рух Місяця. Запишімо функцію Гамільтона

$$H = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{P_y^2}{2m} + mV(X,Y) = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{P_y^2}{2m} - G\frac{mM}{\sqrt{X^2+Y^2}}, \quad (25)$$

де m — маса Місяця, M — маса Землі та G — ґравітаційна стала.

Знайдімо рівняння руху

$$\dot{X} = \{X, H\} = \frac{P_x}{m} + \tilde{\theta} G \frac{MmY}{R^3}, \quad (26)$$

$$\dot{Y} = \{Y, H\} = \frac{P_y}{m} - \tilde{\theta} G \frac{MmX}{R^3}, \quad (27)$$

$$\dot{P}_x = \{P_x, H\} = -G\frac{MmX}{R^3}, \quad (28)$$

$$\dot{P}_y = \{P_y, H\} = -G\frac{MmY}{R^3}, \quad (29)$$

де $R = \sqrt{X^2+Y^2}$. Із (26), (27) бачимо, що принцип еквівалентності порушується. За даними експерименту LLR, принцип еквівалентності виконується з точністю $\eta = \frac{\Delta a}{a} = (-0.8 \pm 1.3)\cdot 10^{-13}$ [32]. Припустивши, що порушення цього принципу, зумовлене некомутативністю координат, є в межах точності η, знайдемо верхню межу для ефективного параметра некомутативності.

Із (26), (27) маємо:

$$\ddot{X} = \frac{\dot{P}_x}{m} + \tilde{\theta} G \frac{Mm\dot{Y}}{R^3} - \tilde{\theta} G \frac{3mMY}{R^5}(X\dot{X} + Y\dot{Y}), \quad (30)$$

$$\ddot{Y} = \frac{\dot{P}_y}{m} - \tilde{\theta} G \frac{Mm\dot{X}}{R^3} + \tilde{\theta} G \frac{3mMX}{R^5}(X\dot{X} + Y\dot{Y}). \quad (31)$$

Підставивши (26)–(28) у (30) та обмежившись членами першого порядку за $\tilde{\theta}$, отримаємо:

$$\ddot{X} = -G\frac{MX}{R^3} + \tilde{\theta} G \frac{MP_y}{R^3} - \tilde{\theta} G \frac{3MY}{R^5}(XP_x + YP_y). \quad (32)$$

Аналогічно, врахувавши (26), (27), (29) та (31), можемо записати

$$\ddot{Y} = -G\frac{MY}{R^3} - \tilde{\theta} G \frac{MP_x}{R^3} + \tilde{\theta} G \frac{3MX}{R^5}(XP_x + YP_y). \quad (33)$$

Оцінімо відхилення від виконання принципу еквівалентності в перигеї $X = r_p$, $Y = 0$, $P_x = 0$, $P_y = m\upsilon_p$, де r_p — перигейна відстань, υ_p — максимальна орбітальна швидкість Місяця. Тоді

$$\ddot{X} = -G\frac{M}{r_p^2} + \tilde{\theta} G \frac{Mm\upsilon_p}{r_p^3}, \quad (34)$$

$$\ddot{Y} = 0. \quad (35)$$

Позначимо через Δa_x^{nc} поправку до прискорення, зумовлену некомутативністю координат

$$\Delta a_x^{\mathrm{nc}} = \tilde{\theta} G \frac{Mm\upsilon_p}{r_p^3}, \quad (36)$$

тоді $\ddot{X} = a_x + \Delta a_x^{\mathrm{nc}}$, де $a_x = -G\frac{M}{r_p^2}$.

Отже, припустивши, що порушення принципу еквівалентності є в межах точності η, можемо оцінити верхню межу для параметра $\tilde{\theta}$

$$\frac{|\Delta a_x^{\mathrm{nc}}|}{|a_x|} = \frac{\tilde{\theta} m\upsilon_p}{r_p} \le |\eta|, \quad (37)$$

$$\tilde{\theta} \le \frac{|\eta| r_p}{m\upsilon_p}. \quad (38)$$

Підставивши у (38) найбільше за модулем значення η, $|\eta| = 2.1\cdot 10^{-13}$ та $m = 7.3477\cdot 10^{22}$ кг, $\upsilon_p = 1076$ м/с, $r_p = 3.631 \cdot 10^8$ м, знайдемо:

$$\hbar\tilde{\theta} \le 1 \cdot 10^{-64}\ \text{м}^2. \quad (39)$$

Переобчислимо отриманий результат (39) для параметра некомутативності для елементарних частинок. Знайдімо ефективний параметр некомутативності для Місяця за аналогією до розрахунків, які проводили у [24] для планети Меркурій, а також для деформації з мінімальною довжиною у [31].

Урахувавши (15), можемо записати

$$\tilde{\theta} = N_{\mathrm{nuc}}\theta_{\mathrm{nuc}} \left(\frac{m_{\mathrm{nuc}}}{m}\right)^2 + N_e\theta_e \left(\frac{m_e}{m}\right)^2. \quad (40)$$

Оскільки основний внесок у масу Місяця дають нуклони, їхню кількість можемо наближено визначити зі співвідношення:

$$N_{\mathrm{nuc}} \simeq \frac{m}{m_{\mathrm{nuc}}} = 4.4 \cdot 10^{49}, \quad (41)$$

де $m_{\mathrm{nuc}} = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг — маса нуклона. Кількість протонів наближено дорівнює $N_{\mathrm{nuc}}/2$ та відповідає кількості електронів. Зауважимо, що

$$\frac{m_e}{m} \simeq \frac{m_e}{N_{\mathrm{nuc}} m_{\mathrm{nuc}}} \simeq \frac{1}{1840 N_{\mathrm{nuc}}}. \quad (42)$$

Крім того, оскільки нуклони складаються з кварків, то для них відповідно до (15) $\tilde{\theta}_{\mathrm{nuc}} = \frac{\theta_q}{3}$, де θ_q — параметр некомутативності для кварків.

Припустивши, що для елементарних частинок параметри некомутативності однакові, тобто $\theta_q = \theta_e$, та врахувавши (42), останнім доданком у (40) можемо знехтувати. Отже, ефективний параметр некомутативності визначатимемо зі співвідношення:

$$\tilde{\theta} = \frac{\theta_{\mathrm{nuc}}}{N_{\mathrm{nuc}}} = \frac{\theta_{\mathrm{nuc}} m_{\mathrm{nuc}}}{m}. \quad (43)$$

Урахувавши (43), знайдемо:

$$\hbar\theta_{\rm nuc} \leq 4.5 \cdot 10^{-15}\,\text{м}^2. \qquad (44)$$

Аналогічно оцінімо відхилення від виконання принципу еквівалентності в апогеї $X = -r_a = -4.051 \cdot 10^8$ м, $Y = 0$, $P_x = 0$, $P_y = -mv_a$, де $v_a = 964$ м/с — мінімальна орбітальна швидкість Місяця

$$\frac{\tilde\theta m v_a}{r_a} \leq |\eta|, \qquad (45)$$

$$\tilde\theta \leq \frac{|\eta| r_a}{m v_a}. \qquad (46)$$

Підставивши числові дані у (46) та врахувавши (43), знайдемо:

$$\hbar\theta_{\rm nuc} \leq 5.6 \cdot 10^{-15}\,\text{м}^2. \qquad (47)$$

Зауважимо, що отримані результати (44), (47) накладають сильніше обмеження на параметр некомутативності, ніж верхні межі, отримані на основі даних експерименту GRANIT $\hbar\theta \leq 0.771 \cdot 10^{-13}\,\text{м}^2, (n = 1)$, $\hbar\theta \leq 1.021 \cdot 10^{-13}\,\text{м}^2, (n = 2)$ [28], а також результати, одержані у [24], $\hbar\theta_{\rm nuc} \leq 4.2 \cdot 10^{-13}\,\text{м}^2$, $\hbar\theta_{\rm nuc} \leq 2 \cdot 10^{-12}\,\text{м}^2$, $\hbar\theta_{\rm nuc} \leq 7.9 \cdot 10^{-11}\,\text{м}^2$.

IV. ВИСНОВКИ

У статті проаналізовано рух макроскопічного тіла у ґравітаційному полі у випадку некомутації координат. Для прикладу розглянуто рух Місяця.

Досліджено виконання принципу еквівалентності у просторі з некомутуючими координатами. Порівнявши відхилення від виконання цього принципу для Місяця в перигеї та апогеї з даними експерименту LLR, знайдено верхні межі для параметра некомутативності

$$\hbar\theta_{\rm nuc} \leq 4.5 \cdot 10^{-15}\,\text{м}^2, \qquad (48)$$

$$\hbar\theta_{\rm nuc} \leq 5.6 \cdot 10^{-15}\,\text{м}^2. \qquad (49)$$

При цьому зроблено припущення, що відхилення від виконання принципу еквівалентності, зумовлене некомутативністю координат, є в межах точності виконання цього принципу за даними експерименту LLR. Отримані результати накладають сильніше обмеження на параметр некомутативності, ніж верхні межі, отримані на основі даних експерименту GRANIT [28], та результати статті [24].

Важливо зауважити, що порушення принципу еквівалентності у просторі з некомутуючими координатами можна уникнути за допомогою такої умови:

$$m_i\theta_i = \gamma = \text{const}, \qquad (50)$$

де m_i — маса і-тої частинки, з якої складається система (макроскопічне тіло), θ_i — параметр некомутативності, що відповідає цій частинці, γ — константа, яка має розмірність часу, $\gamma = 2.3 \cdot 10^{-66}$ с [24]. Із (50) випливає, що параметр некомутативності визначається масою частинки. Зауважимо, що припущення про рівність параметрів некомутативності для різних елементарних частинок, яке використовується у нашій роботі, а саме: $\theta_e = \theta_q = 3\theta_{\rm nuc}$, суперечить умові (50) і приводить до порушення принципу еквівалентності.

V. ПОДЯКИ

Автор висловлює щиру подяку своєму науковому керівникові професорові В. М. Ткачукові за ідеї та допомогу під час проведення досліджень.

[1] A. Connes, M. R. Douglas, A. Schwarz, J. High Energy Phys. **9802**, 003 (1998).

[2] N. Seiberg, E. Witten, J. High Energy Phys. **9909**, 032 (1999).

[3] S. Doplicher, K. Fredenhagen, J. E. Roberts, Phys. Lett. B **331**, 39 (1994).

[4] H. Snyder, Phys. Rev. **71**, 38 (1947).

[5] R. Jackiw, arXiv:hep-th/0305027v2 (2003).

[6] P. A. Horvathy, Ann. Phys. **299**, 128 (2002).

[7] O. F. Dayi, L. T. Kelleyane, Mod. Phys. Lett. A **17**, 1937 (2002).

[8] Li Kang, Xiao-Hua Cao, Dong-Yan Wang, Chin. Phys. **15**, 2236 (2006).

[9] S. Dulat, K. Li, Chin. Phys. C **32**, 92 (2008).

[10] A. Hatzinikitas, I. Smyrnakis, J. Math. Phys. **43**, 113 (2002).

[11] A. Kijanka, P. Kosinski, Phys. Rev. D **70**, 127702 (2004).

[12] Jing Jian, Jian-Feng Chen, Eur. Phys. J. C **60**, 669 (2009).

[13] A. Jahan, Braz. J. Phys. **38**, 144 (2008).

[14] J. Gamboa, M. Loewe, J. C. Rojas, Phys. Rev. D **64**, 067901 (2001).

[15] J. M. Romero, J. D. Vergara, Mod. Phys. Lett. A **18**, 1673 (2003).

[16] B. Mirza, M. Dehghani, Commun. Theor. Phys. **42**, 183 (2004).

[17] A. E. F. Djemai, Int. J. Theor. Phys. **43**, 299 (2004).

[18] K. Nozari, S. Akhshabi, Chaos Solitons Fractals **37**, 324 (2008).

[19] Pei-Ming Ho, Hsien-Chung Kao, Phys. Rev. Lett. **88**, 151602 (2002).

[20] A. E. F. Djemai, H. Smail, Commun. Theor. Phys. **41**, 837 (2004).

[21] S. Bellucci, A. Yeranyan, Phys. Lett. B **609**, 418 (2005).

[22] I. Jabbari, A. Jahan, Z. Riazi, Turk. J. Phys. **33**, 149 (2009).

[23] M. Daszkiewicz, C. J. Walczyk, Mod. Phys. Lett. A **26**, 819 (2011).

[24] Kh. P. Gnatenko, Phys. Lett. A **377**, 3061 (2013).

[25] A. Saha, Phys. Rev. D **89**, 025010 (2014); arXiv:1306.4202 (2013).

[26] C. Bastos, O. Bertolami, N. C. Dias, J. N. Prata, Class.

Quant. Grav. **28**, 125007 (2011).
[27] S. Hamid Mehdipour, A. Keshavarz, Europhys. Lett. **98**, 10002 (2012).
[28] K. H. C. Castello-Branco, A. G. Martins, J. Math. Phys. **51**, 102106 (2010).
[29] Y. Lee, Phys. Rev. D **76**, 025022 (2007).
[30] V. M. Tkachuk, Phys. Rev. A **86**, 062112 (2012).
[31] C. Quesne, V. M. Tkachuk, Phys. Rev. A **81**, 012106 (2010).
[32] J. G. Williams, S. G. Turyshev, D. H. Boggs, Class. Quantum Grav. **29**, 184004 (2012).

ESTIMATING THE UPPER BOUND OF THE PARAMETER OF NONCOMMUTATIVITY ON THE BASIS OF THE EQUIVALENCE PRINCIPLE

Kh. P. Gnatenko
Department for Theoretical Physics, Ivan Franko National University of Lviv,
12, Drahomanov St., Lviv, UA-79005, Ukraine
e-mail: khrystyna.gnatenko@gmail.com

The motion of a macroscopic body in a gravitational field is analyzed in a space with noncommutative coordinates. As an example the motion of the Moon is considered. The equivalence principle is examined. The upper bound of the parameter of noncommutativity is estimated on the basis of the LLR (Lunar Laser Ranging) experiment results.