

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2022-47-16>

УДК 519.876.5; 621.31.33

**Лишук Віктор Васильович**, доцент<https://orcid.org/0000-0003-4049-8467>**Євсюк Микола Миколайович**, доцент<https://orcid.org/0000-0002-2421-1844>**Приступа Станіслав Олексійович**, доцент<https://orcid.org/0000-0002-2421-1844>**Селепина Йосип Романович**, доцент<https://orcid.org/0000-0002-2421-1844>**Якимчук Наталія Миколаївна**, асистент<https://orcid.org/0000-0002-8173-449X>

Луцький національний технічний університет

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАПІВПРОВІДНИКОВОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА АС-DC

**Лишук В.В., Євсюк М.М., Приступа С.О., Селепина Й.Р., Якимчук Н.М.** Математична модель напівпровідникового перетворювача АС-DC. У статті запропоновано математичну модель напівпровідникового перетворювача АС-DC, рівняння електромагнітного стану якого записані в нормальній формі Коші. Як відомо, такі диференціальні рівняння суттєво спрощують алгоритми інтегрування під час дослідження перехідних станів пристрою. Запропонована модель мостового випрямляча дасть змогу правильно проектувати та експлуатувати такі пристрої. Результати комп'ютерної симуляції приведені графічними залежностями.

**Ключові слова:** математична модель, перетворювач, ключ, алгебраїчні та диференціальні рівняння.

**Lyshuk V.V., Yevsiuk M.M., Prystupa S.O., Selepyna Y.R., Yakymchuk N.M.** Mathematical model of the AC-DC semiconductor converter. The article proposes a mathematical model of an AC-DC semiconductor converter, the equations of the electromagnetic state of which are written in the Cauchy normal form. As is known, such differential equations greatly simplify the integration algorithms in the study of transient modes of the device. The proposed model of a bridge rectifier will make it possible to correctly design and operate such devices. The results of computer simulation are shown by graphical dependencies.

**Key words:** mathematical model, converter, key, algebraic and differential equations.

**Постановка наукової проблеми.** На сьогодні математичне моделювання є потужним інструментом при дослідженні та аналізі перехідних процесів у електротехнічних та електронних силових пристроях. Невпинний прогрес побудови сучасних пристроїв силової електроніки, електротехніки та телекомунікацій неминуче призводить до морального зношення існуючих. Розробка сучасних технологій та методів аналізу таких пристроїв є невід'ємною задачею фахівців в області математичного моделювання. На сьогодні теоретичні положення, що спираються на фундаментальні закони електротехніки є достатньо розроблені [1, 2, 3].

Як відомо, динамічні процеси в електронних та електротехнічних пристроях описуються як правило системою нелінійних алгебро-диференціальних рівнянь, а в деяких випадках і диференціальних рівнянь з частинними похідними. Вдосконалення апарату математичного моделювання, а також математичних моделей складних електронних та електротехнічних пристроїв є визначальним і належить до важливих задач в області математичного моделювання. Аналіз таких пристроїв спирається на знання математичних моделей їхніх окремих компонентів [4].

Методи розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь вимагають все нових і нових підходів у залежності від застосування того чи іншого чисельного методу. Тому практичний підхід до розв'язання задач математичного моделювання електронних та електротехнічних пристроїв, в тому числі пристроїв силової перетворювальної техніки є об'єктивною реальністю.

**Аналіз досліджень.** Основними досліджуваними електронними та електротехнічними пристроями можуть бути трансформатори, перетворювачі АС-DC, інвертори, виконавчі, крокові двигуни постійного та змінного струму. У залежності від умов постановки задачі, прийнятих вихідних допущень та використання математичного апарату (звичайні диференціальні рівняння чи рівняння з частинними похідними) математичні моделі в математичному аспекті можна розглядати як задачу Коші (звичайні диференціальні рівняння) або мішану задачу (диференціальні рівняння з частинними похідними).

Побудову моделі продемонструємо на прикладі випрямляча, виконаного за мостовою схемою. Така математична модель дасть змогу розв'язати такі задачі як використання у системах автоматизованого проектування, застосування різних видів моделей і комп'ютерних програм при

проектуванні та експлуатації електротехнічних пристроїв, використання комп'ютерної симуляції для відмови від натурних експериментів.

Сучасні методи та алгоритми розрахунку перехідних процесів у всіх електротехнічних пристроях повинні ґрунтуватись на ідентичному математичному апараті. Для цього слід відмовитись від традиційних підходів в області електротехніки та сформувати таку систему нелінійних диференціальних рівнянь електромагнітного стану досліджуваного пристрою, яка була б записана у нормальній формі Коші.

Саме така форма запису дає змогу застосувати прийнятні з точки зору алгоритмічної реалізації явні чисельні методи, що потребують менше машинного часу і задовольняють показникам точності інтегрування. З іншого боку аналізуючи розв'язок диференціальних рівнянь, а саме перехідні процеси електричних величин можна уникнути багатьох небажаних режимів роботи [3].

**Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження.** Покажемо спосіб побудови моделі на прикладі перетворювача змінного струму в постійний, а саме формування нелінійних диференціальних рівнянь. Залежно від параметрів електричної схеми, а саме вхідної напруги та номіналу і характеру навантаження можна отримати різні перехідні процеси.

Подання роботи напівпровідникових вентилів за схемою ідеального ключа значно спрощує алгоритм аналізу та зменшує кількість обчислювальних операцій [4, 5].

Випрямляч складається з понижувального трансформатора з насиченою магнітною системою, напівпровідникових вентилів та активного навантаження. Саме така структура електромагнітного кола зумовлює нелінійність рівнянь. Такий пристрій характеризується досить складною логікою роботи вентилів, а саме їх послідовністю спрацьовування (відкриття-закриття). Вважатимемо вентиля ідеальними ключами.

Встановимо логіку роботи вентилів, тобто визначимо максимальну можливу кількість комбінацій відкритих і закритих вентилів. Після цього слід записати рівняння стану випрямляча для кожної комбінації. Рівняння окремих комбінацій вентилів можна звести до однієї, використавши додаткові логічні змінні.

Обмежимося найвживанішим випадком, а саме одночасного відкриття не більше трьох вентилів. На інтервалі одного періоду вхідної напруги існує дванадцять комбінацій, з яких шість – по три відкритих і шість по два відкритих вентиля.

Запишемо рівняння для однієї комбінації, коли відкриті три вентиля. Застосувавши логічні змінні, можемо записати інші. Таку схему для відкритих вентилів однієї полярності у фазі В та іншої полярності у фазах А і С зображено на рис.1.

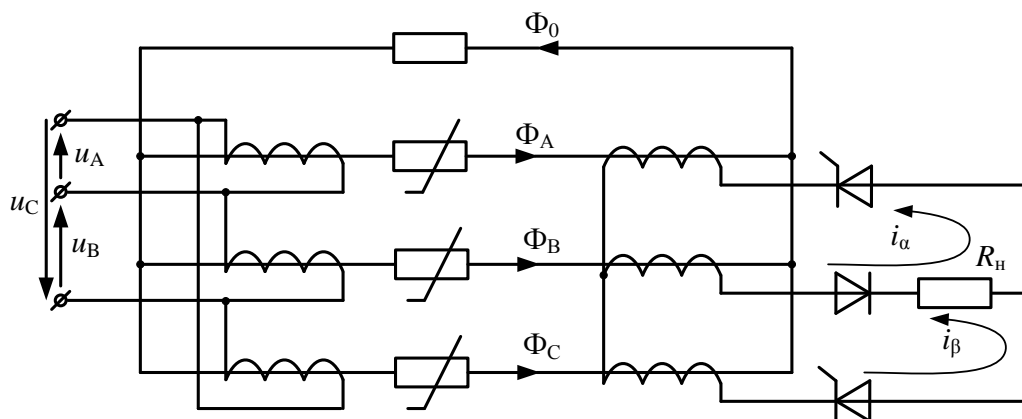


Рисунок 1 – Електрична схема пристрою на одній з комбінацій відкриття вентилів

Рівняння первинної обмотки трансформатора запишемо за II законом Кірхгофа

$$E_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = U_1 - I_1 \cdot R_1, \quad (1)$$

Тут  $\psi_1$  – колонка повних потокозчеплень,  $U_1$ ,  $I_1$  – колонка електричних напруг та струмів обмотки відповідно.

Оскільки трансформатор є симетричним пристроєм, то опори первинної обмотки всіх фаз однакові. Матриця опорів  $R_1$  має вигляд [4], причому  $r_{1A} = r_{1B} = r_{1AC} = r_{1A}$ .

$$R_1 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2r_{1A} & -r_{1B} & -r_{1C} \\ -r_{1A} & 2r_{1B} & -r_{1C} \\ -r_{1A} & -r_{1B} & 2r_{1C} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Рівняння електричної рівноваги вторинної обмотки записуємо за методом контурних струмів. Приймавши вітки фаз А і С за хорди, а вітку фази В до ребра, отримаємо [4]

$$\frac{d\psi_2^K}{dt} = U_2^K - I_2^K \cdot R_2. \quad (3)$$

Матриця опорів  $R_1$  має вигляд (2). Колонку реальних струмів вторинної обмотки знайдемо згідно [4], використавши топологічну матрицю  $F$

$$I_2 = F \cdot I_2^K, \quad (4)$$

де

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \\ -1 & -1 \\ 1 & \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Фазні струми первинної обмотки

$$I_1 = \alpha_1 (\psi_1 - w_1 \cdot \Phi), \quad (6)$$

Тут  $\alpha_1 = \frac{1}{L_1} = \frac{\omega}{X_1}$  – обернена індуктивність розсіяння обмоток,  $\text{Гн}^{-1}$ ,  $\psi_k$ ,  $w_1 \cdot \Phi$  – колонка робочого потокозчеплення обмотки.

Контурні струми вторинної обмотки

$$I_2^K = \alpha_2 H (E \psi_2^K - w_2 \cdot \Phi), \quad (7)$$

де

$$H = \chi \sigma = \begin{bmatrix} \frac{2}{4-\xi} & -\frac{2-\xi}{4-\xi} & -\frac{\xi}{3} \\ -\frac{\xi}{3} & -\frac{\xi}{3} & \frac{2\xi}{3} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & \\ & \\ & 1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Величини  $\xi$ ,  $\chi$ ,  $\sigma$  визначають логіку відкриття вентилів. Змінна  $\xi$  приймає значення 0 і 1. При  $\xi = 1$  маємо випадок, що показаний на рис. 1, а при  $\xi = 0$  – стан, коли вентиль фази С закритий, при цьому контурний струм  $i_\beta = 0$ .

Рівняння стану стану магнітопровода запишемо у вигляді

$$\left. \begin{aligned} w_1 i_{1A} + \chi \sigma w_2 i_\alpha &= (\rho'_A + \rho_0) \Phi_A + \rho_0 (\Phi_B + \Phi_C), \\ w_1 i_{1B} - \chi \sigma w_2 (i_\alpha + i_\beta) &= (\rho'_B + \rho_0) \Phi_B + \rho_0 (\Phi_A + \Phi_C), \\ w_1 i_{1C} + \chi \sigma w_2 i_\beta &= (\rho'_C + \rho_0) \Phi_C + \rho_0 (\Phi_A + \Phi_B). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Змінні  $\chi$  і  $\sigma$  приймають значення  $\pm 1$ . Для опису роботи випрямляча при різних комбінаціях відкриття вентилів достатньо в колонках  $U_1, I_1$  та  $\Phi$ , а також у виразах (9), (10) здійснити циклічну заміну індексів, яка визначається умовою відкриття цих вентилів. Умови відкриття відповідних пар вентилів  $j$  і  $k$  визначаємо за величиною робочих ЕРС вторинної обмотки трансформатора:

$$\text{mod}(e_{jk}) = \max; \quad \sigma = \text{sign}(e_{jk}); \quad j, k = A, B, C, \quad j \neq k, \quad (11)$$

де

$$e_{jk} = w_2 \left( \frac{d\Phi_j}{dt} - \frac{d\Phi_k}{dt} \right). \quad (12)$$

Приведемо таблицю відповідності змінних  $j$  і  $k$  та  $\xi, \chi$  при циклічній зміні індексів

$j, k$	$B, A$	$A, C$	$C, B$
$\xi$	1 0	1 0	1 0
$\chi$	1	-1	1
	$A, B, C$	$C, A, B$	$B, C, A$

(13)

В умовах (12) фігурує три ЕРС трьох фаз, причому найбільше абсолютне значення однієї з них визначає значення індексів  $j$  і  $k$ .

Маючи значення цих індексів з (12) визначаємо  $\xi, \chi$ , а також порядок зміни індексів. Так при  $j = C, k = A$ , то при початковому значенні  $\xi = 0$  необхідно замінити індекси  $A \rightarrow C, B \rightarrow A, C \rightarrow B$ . У момент зміни індексів  $j$  і  $k$   $\xi = 1$  і стає рівним нулю лише при умові природного закриття третього вентиля при зміні напрямку його струму.

$$i_\beta \leq 0. \quad (14)$$

Повна система алгебро-диференціальних рівнянь (1), (3), (6), (7), (10) інтегрується неявним чисельним методом Ейлера, що є складнішим в комп'ютерній реалізації [5]. Щоб перейти до явно-го методу Ейлера продиференціюємо вирази (6), (7), (11) за часом і виключимо струми первинної обмотки, отримуємо систему диференціальних рівнянь і зводимо її до нормальної форми Коші.

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} &= D_1 (U_1 - R_1 I_1) + D_2 (U_d - R_d I_d), \\ \frac{dI}{dt} &= A_3 (U_1 - R_1 I_1) + A_4 (U_d - R_d I_d). \end{aligned} \quad (15)$$

Матриці  $D_1, D_2$  мають вигляд [3]

$$D_1 = w_1 \alpha_1 \Lambda; \quad D_2 = w_2 \alpha_2 \Lambda. \quad (16)$$

Тут  $\Lambda$ -матриця магнітних провідностей [3]

$$\Lambda = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \rho_B \rho_C - a^2 & a^2 - b \rho_C & a(b - \rho_B) \\ a^2 - b \rho_C & \rho_A \rho_C - a^2 & a(b - \rho_A) \\ a(b - \rho_B) & a(b - \rho_A) & \rho_A \rho_B - b^2 \end{vmatrix} \quad (17)$$

Причому

$$\Delta = \rho_C (\rho_A \rho_B - b^2) + a^2 (2b - \rho_A - \rho_C); \quad a = \rho_0 - \frac{\xi \alpha_2 w_2^2}{3}; \quad \rho_A = \rho_A'' + \rho_0 + \alpha_1 w_1^2 + \frac{2\alpha_2 w_2^2}{4 - \xi};$$

$$b = \rho_0 - \frac{\alpha_2 w_2^2 (2 - \xi)}{4 - \xi}; \quad \rho_B = \rho_B'' + \rho_0 + \alpha_1 w_1^2 + \frac{2\alpha_2 w_2^2}{4 - \xi}; \quad \rho_C = \rho_C'' + \rho_0 + \alpha_1 w_1^2 + \frac{2\alpha_2 w_2^2 \xi}{3}.$$

(18)

Матриці  $A_3, A_4$  записуємо наступним чином

$$A_3 = -\alpha_1 w_1 \alpha_2 w_2 H \Lambda; \quad A_4 = \alpha_2 H (E - \alpha_2 w_2 \Lambda).$$

(19)

Розглянемо алгоритм розрахунку перехідних процесів змодельованого випрямляча.

1. Маючи поточне значення (на першому кроці початкове) значення потоку  $\Phi$  обчислюємо статичний та диференціальні магнітні опори магнітопроводу трансформатора за характеристикою намагнічування відомої марки сталі.

2. Маючи поточні значення (на першому кроці початкові) умови відкриття ключів (11) за таблицею (12) визначаємо змінні  $j, k, \xi, \chi$ , формуємо матриці (8), (17).

3. Маючи поточні значення струмів  $i_a, i_\beta$  знаходимо за формулами (9), (4) струми первинної та вторинної обмоток.

4. Маючи значення напруг на вході та на навантаженні визначаємо за формулами (15) похідні потоків та струмів.

5. За даними пункту 4 перевіряємо умову відкриття вентилів (10).

6. Інтегруємо систему рівнянь (15), в результаті чого знаходимо потоки та струми, що відповідають приросту часу  $t$ .

7. Перевіряємо умову (14) і якщо вона виконується, то  $\xi = 0$ .

8. Інтегрування продовжуємо до тих пір, поки  $t < t_{end}$ .

На рис.2 показано результати симуляції випрямляча, а саме розрахункових кривих лінійного струму (1) та фазного струмів (2) первинної обмотки, випрямленого струму вторинної обмотки (3) трансформатора ТС 2,5/0,5, навантаженим опором 30 Ом у стані раптового ввімкнення на номінальну напругу. Слід зауважити, що при наявності в колі керованих ключів в умовах (11) слід забезпечити час затримки зміни індексів.

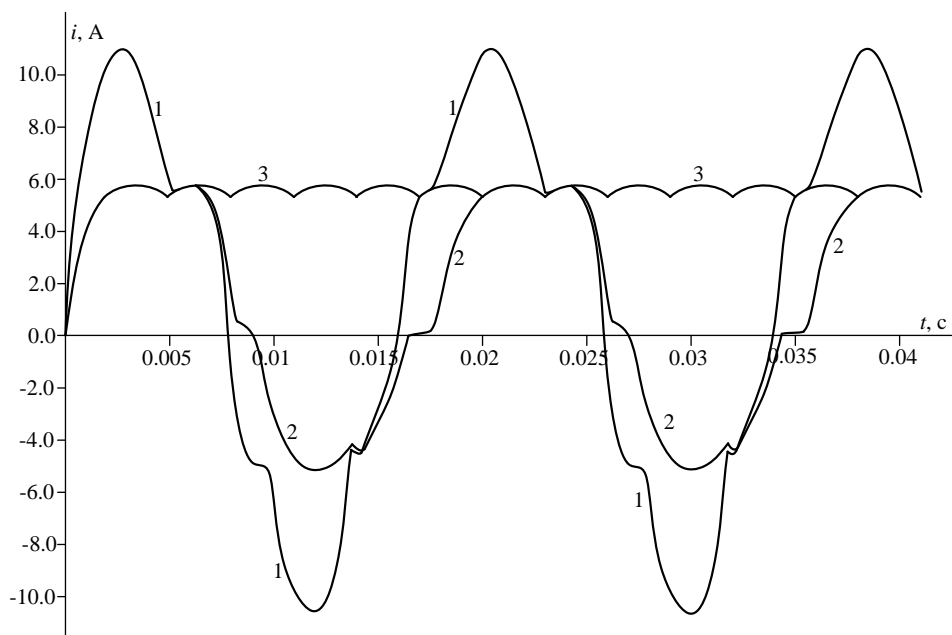


Рисунок 2 – Результати симуляції

**Висновки та перспективи подальшого дослідження.** Основною перевагою математичної моделі мостового випрямляча є те, що диференціальні рівняння стану дають змогу з високою точністю просимулювати динамічні процеси і максимально спростити обчислювальний процес в процесі інтегрування. Одержано практичну можливість аналізу перехідних процесів у мостовому випрямлячі в робочих та аварійних режимах роботи.

#### Список бібліографічного опису

1. Казачковський М.М. Керовані випрямлячі: Навчальний посібник / М.М. Казачковський. – Дніпропетровськ, 1999. – 229 с.
2. Мельник В. П. Математичні моделі електроенергетичних систем. Навч. посібник / В. П. Мельник. – К., 1993. – 336 с.
3. Руденко В.С. Преобразовательная техника / В.С. Руденко, В.І. Сенько, І. М. Чиженко. – К.: Вища школа, 1978. – 424 с.
4. Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів / В. Чабан. – Львів : Видавництво Державного університету „Львівська політехніка”, 1997. – 342 с.
5. Чабан В. Чисельні методи / В. Чабан. Львів: Вид-во Національного університету „Львівська політехніка”, 2001. – 186 с.

#### Referenses

1. Kazachkovsky MM Controlled rectifiers: Textbook / M.M. Kazachkovsky. - Dnepropetrovsk, 1999. – 229 p.
2. Melnyk VP Mathematical models of electric power systems. Teaching manual / VP Melnik. – K, 1993. - 336 c.
3. Rudenko V.S. Converting technology / V.S. Rudenko, V.I. Senko, I. M. Chizhenko. - K. : High school, 1978. - 424 p.
4. Tchaban V. Mathematical modeling of electromechanical processes / V. Tchaban. – Lviv: Publisher of the State university "Lviv Polytechnic", 1997. – 342 p.
5. Tchaban V. Numerical methods / V. Tchaban. – Lviv: Publisher of the National university "Lviv Polytechnic". 2001. – 186 p.