В. Осадчук

Професор, д-р фіз.-мат. наук, Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів

Ю. Банахевич

Канд. техн. наук, УМГ "Львівтрансгаз", м. Львів

Л. Цимбалюк

Доцент, канд. фіз.-мат. наук, Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя, м. Тернопіль

УДК 539.3

ВПЛИВ ШИРИНИ ЗОНИ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ НА РОЗПОДІЛ ТРИВІСНИХ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У ПЛИТІ З БАГАТОШАРОВИМ ПРЯМОЛІНІЙНИМ ЗВАРНИМ ШВОМ

плита, багатошаровий прямолінійний зварний шов, тривісні залишкові напруження, зона пластичних деформацій

Негативний вплив незрелаксованих залишкових напружень на міцність і утримувальну здатність зварних конструкцій, особливо за наявності гострих концентраторів, добре відомий. Локальність залишкових пластичних деформацій зумовлює в елементах конструкцій у зоні зварного шва в загальному випадку тривісний напружений стан, і для його оцінки потрібно розв'язувати тривимірну задачу. Проте, на основі фундаментальних праць багатьох дослідників встановлено, що в залежності від геометричних розмірів конструкцій і умов зварювання тривимірну задачу визначення залишкових напружень можна звести до двовимірної (плоскої) або одновимірної.

Стаття присвячена оцінці впливу ширини зони пластичних деформацій на величину й розподіл тривісних залишкових напружень у плиті з прямолінійним зварним швом. Нижче для характерного розподілу локальних несумісних власних пластичних деформацій у плиті з прямолінійним зварним швом, яка моделюється плоским шаром, визначено залишкові напруження й досліджено вплив ширини зони пластичних деформацій на їхній рівень і характер розподілу.

Розглянемо нескінченний плоский шар завтовшки 2h під дією зумовлених зварюванням пластичних деформацій e_{ij}^0 і подамо компоненти тензора малої деформації у вигляді суми $e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^0$, де e_{ij}^e — компоненти тензора пружної деформації [1]. Віднесемо шар до декартової системи координат X_1, X_2, X_3 і введемо безрозмірну систему координат $x = X_1/h$, $y = X_2/h$, $z = X_3/h$, спрямувавши вісь у вздовж осі шва, а вісь z — вздовж нормалі до серединної поверхні шару. Нехай шар знаходиться в

умовах плоскої деформації ($e_{yy} = 0$, $\sigma_{xy} = \sigma_{yz} = 0$, σ_{ij} — компоненти тензора дотичних напружень) і його поверхні $z = \pm 1$ вільні від навантаження, а поле деформацій e_{ij}^0 описується функціями:

$$e_{xx}^{0} = e_{xx}^{0}(x,z), \quad e_{yy}^{0} = e_{yy}^{0}(x,z), \quad e_{zz}^{0} = e_{zz}^{0}(x,z),$$
$$e_{xz}^{0} = e_{xz}^{0}(x,z), \quad e_{yz}^{0} = e_{xy}^{0} = 0.$$
(1)

Тоді, використавши, запропонований у [2], метод безпосереднього інтегрування рівнянь рівноваги й суцільності у напруженнях без використання допоміжних потенціальних функцій, визначальні рівняння про напружений стан такого шару запишемо у вигляді

$$\nabla^2 \mathbf{\sigma} = \mathbf{\theta}(x, z), \quad \nabla^2 \mathbf{\sigma}_{zz} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{\sigma},$$
 (2)

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad \sigma = \sigma_{xx} + \sigma_{zz}; \quad \sigma_{ii} \qquad (i = x, y, z) \qquad -$$

компоненти тензора нормальних напружень; *Е* — модуль Юнга; µ — коефіцієнт Пуасона.

Дотичні σ_{xz} , нормальні σ_{xx} та осьові σ_{yy} напруження визначаються через розв'язувальні функції σ та σ_{zz} за формулами:

$$2\sigma_{xz} = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \sigma_{zz}(\eta, z)}{\partial z} \operatorname{sgn}(x-\eta) d\eta, \qquad (3)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma - \sigma_{zz}, \quad \sigma_{yy} = -E e_{yy}^0 + \mu \sigma . \tag{4}$$

Граничні умови на поверхнях шару, використавши рівняння рівноваги, виразимо через розв'язувальну функцію σ_{zz} так:

$$\sigma_{zz} = 0, \qquad \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0, \qquad z = \pm 1.$$
 (5)

У випадку, коли $e_{xz}^0 = 0$ аналогічна система визначальних рівнянь наведена в [3, 4].

Застосувавши до рівнянь (2) і граничних умов (5) інтегральне перетворення Фур'є за координатою x, у просторі зображень отримаємо:

$$\overline{\nabla}^2 \overline{\sigma} = \overline{\theta}(s, z), \qquad \overline{\nabla}^2 \overline{\sigma}_{zz} = -s^2 \overline{\sigma} , \qquad (6)$$

$$\overline{\Theta}(s,z) = -\frac{E}{1-\mu^2} \left(-s^2 \overline{e}_{xx}^0 + \frac{\partial^2 \overline{e}_{xx}^0}{\partial z^2} - 2is \frac{\partial \overline{e}_{xz}^0}{\partial z} + \mu \overline{\nabla}^2 \overline{e}_{yy}^0 \right),$$
$$\overline{\sigma}_{zz} = 0, \qquad \frac{\partial \overline{\sigma}_{zz}}{\partial z} = 0, \qquad z = \pm 1.$$
(7)

Тут $\overline{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2} - s^2$; *s* — параметр інтегрального пере-

творення; $i = \sqrt{-1}$; символами з рисками позначено відповідні величини у просторі зображення.

Для побудови розв'язків цих рівнянь використаємо фундаментальний розв'язок рівняння $\overline{\nabla}^2 \phi^* = \delta(z - \eta)$, де $\delta(z - \eta)$ — дельта-функція Дірака, який можна записати у вигляді

$$\varphi^*(z,s,\eta) = \frac{1}{2s} \operatorname{sh} s |z-\eta|, \qquad (8)$$

і операцію згортки.

Тоді розв'язки диференціальних рівнянь (6), що задовольняють граничні умови (7), можна подати у формі:

$$\overline{\sigma}_{zz}(s,z) = -\frac{s}{2} \int_{-1}^{1} \overline{\sigma}(s,\eta) \operatorname{sh} s \left| z - \eta \right| d\eta, \qquad (9)$$

$$\overline{\sigma}(s,z) = \frac{\operatorname{sh} sz}{s(2s-\operatorname{sh} 2s)} \int_{-1}^{1} \overline{\Theta}(s,\eta)(s\eta \operatorname{ch} s\eta - \operatorname{ch}^{2} s \operatorname{sh} s\eta) d\eta -$$

$$-\frac{\operatorname{ch} sz}{s(2s+\operatorname{sh} 2s)} \int_{-1}^{1} \overline{\Theta}(s,\eta)(s\eta \operatorname{sh} s\eta + \operatorname{sh}^{2} s \operatorname{ch} s\eta) d\eta + \\ +\frac{1}{2s} \int_{-1}^{1} \overline{\Theta}(s,\eta) \operatorname{sh} s \left| z - \eta \right| d\eta,$$
(10)

Застосувавши тепер обернене перетворення Фур'є, отримаємо вирази для обчислення $\sigma(x,z)$, $\sigma_{zz}(x,z)$ і $\sigma_{xz}(x,z)$ у довільній точці нормального до осі шва перерізу шару:

$$\sigma(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\sigma}(s, z) \exp(isx) ds,$$

$$\sigma_{zz}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\sigma}_{zz}(s, z) \exp(isx) ds,$$

$$\sigma_{xz}(x, z) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{s} \frac{d\overline{\sigma}(s, z)}{dz} \exp(isx) ds, \qquad (11)$$

Розглянемо далі випадок, коли залишкові напруження зумовлені тільки власними пластичними деформаціями, тобто сума $e_{xx}^0 + e_{yy}^0 + e_{zz}^0 = 0$, і вираз для $\overline{\theta}(s, z)$ подамо у вигляді:

$$\overline{\theta}(s,z) = -\frac{E}{1-\mu^2} \left[\left(\frac{d^2}{dz^2} + s^2 \right) \overline{e}_{xx}^0(s,z) + \left(\mu \overline{\nabla}^2 + s^2 \right) \overline{e}_{yy}^0(s,z) - 2is \frac{d \overline{e}_{xz}^0(s,z)}{dz} \right].$$
(12)

На основі аналізу літературних джерел, зокрема [5 — 7], залишкові деформації e_{ij}^0 апроксимуємо функціями:

$$e_{yy}^{0}(x,z) = -k_{1} \mathcal{E}_{T} \phi_{1}(x) f_{1}(z),$$

$$e_{xx}^{0}(x,z) = -k_{2} \mathcal{E}_{T} \phi_{2}(x) f_{2}(z),$$

$$e_{xz}^{0}(x,z) = -k_{0} \mathcal{E}_{T} \phi_{0}(x) f_{0}(z),$$
(13)

де

$$\varphi_i(x) =$$

$$=\begin{cases} 1+a_{j}\frac{x^{2}}{x_{0j}^{2}}-(3+2a_{j})\frac{x^{4}}{x_{0j}^{4}}+(2+a_{j})\frac{x^{6}}{x_{0j}^{6}}, & |x| \le x_{0j}, \\ 0, & j=1,2; & |x| \ge x_{0j}; \end{cases}$$
(14)

$$=\begin{cases} \frac{x}{x_0} + a_0 \frac{x^3}{x_0^3} - (3 + 2a_0) \frac{x^5}{x_0^5} + (2 + a_0) \frac{x^7}{x_0^7}, & |x| \le x_0, \\ 0, & |x| \ge x_0; \end{cases}$$
(15)

 $\varphi_0(x) =$

$$f_j(z) = 1 - m_j (1 - z)^2, \quad j = 0, 1, 2,$$
 (16)

 $E_T = \sigma_T / E$; σ_T — межа плинності (текучості); $2x_{0j}$ — ширини зон пластичних деформацій; k_j , a_j , m_j — числові параметри. При цьому функції $\phi_j(x)$ задовольняють умови гладкості на межі їхніх зон. Графіки функції $\phi_j(x)$ для деяких значень параметрів a_j зображені на рис. 1, рис. 2.

Застосувавши до виразів (14), (15) інтегральне перетворення Фур'є, отримаємо:

$$\overline{\varphi}_{j}(s) = -\frac{16}{x_{0j}^{6}s^{7}} \left\{ 3x_{0j}s \left[-30(2+a_{j}) + (7+3a_{j})x_{0j}^{2}s^{2} \right] \times \right. \\ \left. \times \cos(x_{0j}s) + \left[90(2+a_{j}) - 3(27+13a_{j})x_{0j}^{2}s^{2} + \left. + (3+a_{j})x_{0j}^{4}s^{4} \right] \sin(x_{0j}s) \right\}, \ j = 1, 2,$$

$$(17)$$



Рис. 1. Графіки функції ј (х)



Рис. 2. Графік функції ј (x)

$$\overline{\varphi}_{0}(s) = -\frac{16}{x_{0}^{7}s^{8}} \left\{ x_{0}s \left[630(2+a_{0}) - 15(11+5a_{0})x_{0}^{2}s^{2} + (3+a_{0})x_{0}^{4}s^{4} \right] \cos(x_{0}s) - 3 \left[210(2+a_{0}) - 5(39+19a_{0})x_{0}^{2}s^{2} + 2(5+2a_{0})x_{0}^{4}s^{4} \right] \sin(x_{0}s) \right\}.$$
 (18)

Тоді в просторі зображень маємо:

$$\overline{e}_{yy}^{0}(s,z) = -k_{1} \mathcal{E}_{T} \overline{\varphi}_{1}(s) f_{1}(z),$$

$$\overline{e}_{xx}^{0}(s,z) = -k_{2} \mathcal{E}_{T} \overline{\varphi}_{2}(s) f_{2}(z),$$

$$\overline{e}_{xz}^{0}(s,z) = -k_{0} \mathcal{E}_{T} \overline{\varphi}_{0}(s) f_{0}(z),$$
(19)

Підставивши тепер вирази (17), (18) у (19), а потім у (12), (10), (9), (11) та проінтегрувавши, отримаємо формули для обчислення напружень, які подамо у такому вигляді:

$$\sigma(x,z) = -\frac{k_1 \sigma_T}{(1-\mu^2)\pi} \int_0^\infty \{\Phi_1(s)\alpha_1(s,z) + \Phi_2(s) \times \\ \times [2\alpha_3(s,z) - \alpha_2(s,z)] - 4m_0 p_0 s \overline{\varphi}_0(s) \times \\ \times [\alpha_1(s,z) - \alpha_3(s,z)] \} \cos sx \, ds \,, \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(x,z) &= -\frac{k_1 \sigma_T}{2(1-\mu^2)\pi} \int_0^\infty s \left\langle \Phi_1(s) \left[\Lambda_3(s) \Gamma_3(s,z) - \frac{1}{s^2} \Gamma_0(s,z) \right] - \Phi_2(s) \left\{ 2\Lambda_4(s) \Gamma_4(s,z) + 2\Gamma_1(s,z) - -\Lambda_5(s) \Gamma_3(s,z) + \frac{1}{s^2} \left[\frac{2}{s^2} \Gamma_0(s,z) + \Gamma_2(s,z) \right] \right\} - \\ &- 4m_0 p_0 s \overline{\phi}_0(s) \left\{ -\Lambda_3(s) \Gamma_3(s,z) + \Lambda_4(s) \Gamma_4(s,z) + \frac{1}{s^2} \left[\Gamma_0(s,z) - \Gamma_1(s,z) \right] \right\} \right\} \cos sx \, ds \,, \end{aligned}$$
(21)
$$\begin{aligned} \sigma_{xz}(x,z) &= \frac{k_1 \sigma_T}{(1-\mu^2)\pi} \int_0^\infty \left\langle \Phi_1(s) \Lambda_3(s) \operatorname{sh} sz + \right. \\ &+ \Phi_2(s) \left[2 \left(\Lambda_4(s) - \frac{1}{s^3} \right) \operatorname{ch} sz - \Lambda_5(s) \operatorname{sh} sz + \frac{2}{s^3} z \right] - \\ &- 4m_0 p_0 s \overline{\phi}_0(s) \left\{ \Lambda_0(s) \operatorname{sh} sz - \Lambda_1(s) \operatorname{ch} sz + \frac{1}{s^2} \left[\frac{1}{s} + \right] \\ &+ \operatorname{ch} s \operatorname{sh} sz + \left(\operatorname{sh} s - \frac{\operatorname{ch} s}{s} \right) \operatorname{ch} sz \right] \right\} \end{aligned}$$

Тут позначено:

$$\Phi_{1}(s) = \left[2\mu m_{1} - (1-\mu)(1-m_{1})s^{2}\right]\overline{\phi}_{1}(s) + p_{2}\left[2m_{2} - (1-m_{2})s^{2}\right]\overline{\phi}_{2}(s),$$

$$\Phi_{2}(s) = s^{2}\left[(\mu-1)m_{1}\overline{\phi}_{1}(s) - p_{2}m_{2}\overline{\phi}_{2}(s)\right]; \qquad (23)$$

$$\begin{aligned} &\alpha_{1}(s,z) = \Lambda_{0}(s) \operatorname{ch} sz + \Gamma_{0}(s,z)/(2s) \\ &\alpha_{2}(s,z) = \Lambda_{2}(s) \operatorname{ch} sz + \Gamma_{2}(s,z)/(2s) ; \quad (24) \\ &\Gamma_{0}(s,z) = \frac{2}{s} (\operatorname{ch} s \operatorname{ch} sz - 1) , \\ &\Gamma_{1}(s,z) = -\frac{2}{s} \left[\left(\operatorname{sh} s - \frac{\operatorname{ch} s}{s} \right) \operatorname{sh} sz + z \right] , \\ &\Gamma_{2}(s,z) = -\frac{2}{s} \left[\frac{2}{s^{2}} - \left(\frac{2\operatorname{ch} s}{s^{2}} + \operatorname{ch} s - \frac{2}{s} \operatorname{sh} s \right) \operatorname{ch} sz + z^{2} \right] , \\ &\Gamma_{3}(s,z) = \frac{1}{s} \operatorname{sh}^{2} s \operatorname{ch} sz + z \operatorname{sh} sz , \\ &\Gamma_{4}(s,z) = z \operatorname{ch} sz - \frac{1}{s} \operatorname{ch}^{2} s \operatorname{sh} sz ; \quad (25) \\ &\Lambda_{0}(s) = -\frac{1}{s^{2}} \Psi(s) \left(s \operatorname{cth} s - 1 + \operatorname{sh}^{2} s \right) , \\ &\Lambda_{1}(s) = -\frac{1}{s^{2}} R(s) \left[s - 2 \operatorname{cth} s + \frac{2}{s} - \operatorname{ch}^{2} s \left(\operatorname{cth} s - \frac{1}{s} \right) \right] , \\ &\Lambda_{2}(s) = -\frac{1}{s^{2}} \Psi(s) \left[\left(1 + \frac{6}{s^{2}} \right) s \operatorname{cth} s - \left(\left(1 + \frac{2}{s^{2}} \right) (3 - \operatorname{sh}^{2} s) - \frac{1}{s} \operatorname{sh} 2s \right] . \\ &\Lambda_{3}(s) = \Lambda_{0}(s) + \frac{\operatorname{ch} s}{s^{2}} , \\ &\Lambda_{4}(s) = \Lambda_{1}(s) - \frac{1}{s^{2}} \left[\left(\operatorname{sh} s - \frac{\operatorname{ch} s}{s} \right) , \\ &\Lambda_{5}(s) = \Lambda_{2}(s) + \frac{2}{s^{3}} \left[\left(\frac{1}{s} + \frac{s}{2} \right) \operatorname{ch} s - \operatorname{sh} s \right] ; \quad (26) \\ &\Psi(s) = -\frac{2 \operatorname{sh} s}{s} , \quad R(s) = -\frac{2 \operatorname{sh} s}{s} . \end{aligned}$$

$$F(s) = \frac{1}{\sin 2s + 2s}, \quad K(s) = \frac{1}{\sin 2s - 2s},$$
$$p_0 = k_0/k_1, \qquad p_2 = k_2/k_1. \quad (27)$$

Нормальні поздовжні (осьові) σ_{yy} і поперечні σ_{xx} напруження знаходимо за формулами:

$$\sigma_{xx}(x,z) = \sigma(x,z) - \sigma_{zz}(x,z), \qquad (28)$$

$$\sigma_{yy}(x,z) = k_1 \sigma_T \,\varphi_1(x) [1 - m_1 (1 - z)^2] + \mu \,\sigma(x,z) \,. \tag{29}$$

Числовий аналіз проведено для значень коефіцієнта Пуасона $\mu = 0.3$ і параметрів $a_1=1$, $a_2=0.5$, $a_0=1$, $k_1=1$, $p_2=0.5$, $p_0=0.1$, $m_1=m_2=0.07$, $m_0=0.1$ при різних ширинах зон пластичних деформацій: $x_{01}=0.5$, $x_{02}=x_0=0.4$; $x_{01}=1$, $x_{02}=x_0=0.7$; $x_{01}=1.3$, $x_{02}=x_0=1.0$; $x_{01}=1.5$, $x_{02}=x_0=1.2$.

На рис. З графічно зображено розподіли безрозмірних ($\mathfrak{M}_{ij} = \sigma_{ij} / \sigma_T$) осьових \mathfrak{M}_{yy} , поперечних \mathfrak{M}_{xx} , нормальних до серединної поверхні \mathfrak{M}_{zz} , дотичних \mathfrak{M}_{xz} напружень і величини \mathfrak{M} вздовж нормальної до осі шва координати *х*



Рис. 3. Розподіл безрозмірних залишкових напружень і функції 🕉 вздовж нормалі до осі шва на зовнішніх ($z = \pm 1$) і серединній (z = 0) поверхнях плити





у випадку, коли $x_{01}=0.5$, $x_{02}=x_0=0.4$. Суцільними лініями зображено рівні цих величин на поверхні z=1, штриховими — на поверхні z=-1, пунктирними — на серединній поверхні z=0.

Аналіз отриманих числових результатів показує, що для досліджених параметрів осьові σ_{yy} і поперечні σ_{xx} напруження на осі шва досягають найбільших рівнів на поверхні z = 1 і найменших — на поверхні z = 0. Нормальні напруження σ_{zz} найбільших рівнів досягають на серединній поверхні z = 0, а дотичні — на поверхні z = -1.

Зі збільшенням ширини зони пластичних деформацій (рис. 4) рівень нормальних напружень σ_{zz} зменшується. Коли ширина пластичних деформацій перевищує 1,3 товщини плити, цими напруженнями можна нехтувати порівняно з нормальними напруженнями σ_{yy} , σ_{xx} . Проте, як зазначено в [5], для таких оцінок зручніше оперувати шириною шва, ніж шириною зони пластичних деформацій, оскільки остання добре корелює з шириною шва, але при її вимірюванні виникають труднощі.

Отже, у випадках, коли ширина шва дорівнює товщині пластини або перевищує її, нормальними напруженнями σ_{zz} за товщиною можна знехтувати порівняно з нормальними напруженнями σ_{xx} та σ_{yy} і вважати напружений стан у зварному з'єднанні двовимірним. Якщо ж ширина шва менша, ніж половина товщини пластини, максимальні значення σ_{zz} складають приблизно 0,5 σ_{yy}^{max} .

Література

1. Осадчук В. А. Діагностування залишкових технологічних напружень в елементах конструкцій розрахунково-експериментальним методом // Мат. методи та фіз.мех. поля. — 2003. — **46**, №1. — С. 88—104.

2. Вігак В. М. Прямий метод інтегрування рівнянь плоских задач пружності й термопружності // Доп. НАН України. — 1998. — №12. — С. 62—67.

3. Шаблій О. М., Цимбалюк Л. І. Розподіл залишкових напружень у пластині з прямолінійним швом // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2000. — №4. — С. 91—94.

4. Осадчук В. А., Цимбалюк Л. І. Особливості розподілу залишкових напружень у шарі з прямолінійним швом, звареним концентрованим джерелом нагріву // Машинознавство. — 2003. — №3 (69). — С. 13—17.

5. Махненко В. И. Ресурс безопасной эксплуатации сварных соединений и узлов современных конструкций. — К.: НВП "Видавництво "Наук. думка" НАН України", 2006. — 618 с.

6. Винокуров В.А., Григоряну А.Г. Теория сва-роч-ных деформаций и напряжений. — М.: Машиностроение, 1984. — 280 с.

7. Сварные строительные конструкции. В 3-х т. / Под общей ред. Л. М. Лобанова. – Т. 1: Основы проектирования конструкций / Л.М. Лобанов, В.И. Махненко, В.И. Труфляков и др. — К.: Наук. думка, 1993. — 416 с.

Отримана 23.05.07

V. Osadchuk, Yu. Banakhevych*, L.Tsymbaljuk** Influence of width of plastic strain zone on distribution of triaxial residual stresses in a plate with multilayer rectilinear weld

> National University "Lvivska Politekhika", Lviv; *UMG "L'vivtransgaz", Lviv; **Ivan Pulyuy Ternopil' State Engineering University, Ternopil

We have defined a triaxial stress state in a plate with rectilinear multilayer joint weld for characteristic set of inconsistent residual plastic strains due to welding. The influence of the width of plastic strain zone on distribution of triaxial residual stresses has been studied and conditions under which the stress state is close to that biaxial have been determined.