

Рис. 1. Модель двомасної системи з ПВП

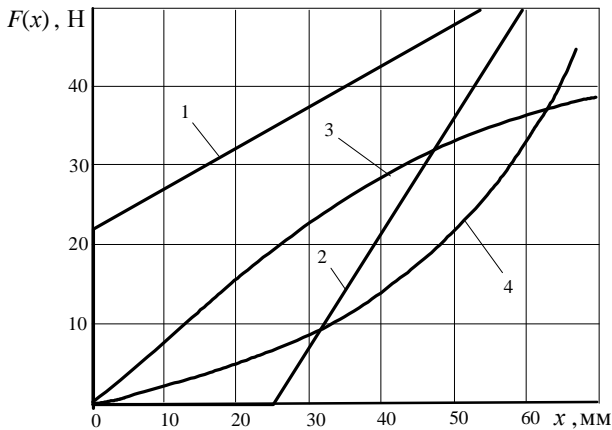


Рис. 2. Графіки характеристик ППС, що реалізуються нелінійними ПВП

дисипації, що виникає при малих коливаннях у в'язкому середовищі (газі або рідині), а також у гідравлічних демпферах, описується залежністю

$$F_D(\dot{x}) = b_1 \dot{x}, \quad (2)$$

де $b_1 = const$ — розмірний коефіцієнт в'язкого опору.

При високих віброшвидкостях спостерігається квадратична залежність

$$F_D(\dot{x}) = b_2 \dot{x}^2 \operatorname{sgn} \dot{x}, \quad (3)$$

де $b_2 = const$ — розмірний коефіцієнт в'язкого опору при високих віброшвидкостях.

При використанні в конструкціях ПВП елементів сухого тертя характеристика сил дисипації має вигляд

$$F_D(\dot{x}) = b_0 \dot{x} \operatorname{sgn} \dot{x}, \quad (4)$$

де $b_0 = const$ — розмірний коефіцієнт сухого тертя.

Проведені дослідження дали змогу узагальнити наведені вище залежності у вигляді єдиної нелінійної характеристики сил дисипації в ПВП [2]:

$$F_D(\dot{x}) = b_\eta |\dot{x}|^\eta \operatorname{sgn} \dot{x}, \quad (5)$$

де η — стала, яка відповідає природі сил дисипації; b_η — відповідний розмірний коефіцієнт опору.

Стала η може набувати значень 1, 2 і 0, за яких характеристика (5) описується залежностями (2) — (4). Враховуючи, що нелінійні ПВП працюють при малих коливаннях у середовищі газу або рідини, їхню характеристику $F_D(\dot{x})$ найчастіше описують залежністю (2). При цьому коефіцієнт в'язкого опору b_1 визначають експериментально. Для цього задають функцію відхилення дослідного ПВП від положення пружної рівноваги у вигляді $x = x_0 \cos(\omega t)$ з частотою ω і встановлюють характеристику $F_E(x)$. Отриманий графік має форму петлі гістерезису, оскільки за наявності сил дисипації експериментально встановлена характеристика $F_E(x)$ виявляється різною в залежності від напрямку швидкості \dot{x} (рис. 3). Площа петлі гістерезису S у певному масштабі є роботою сили пружного зв'язку за період коливань з частотою ω і визначається інтегральною функцією

$$S = \oint F_y(x, \dot{x}) dx = \int_0^{2\pi} F_E(x) \dot{x} dt. \quad (6)$$

Оскільки робота консервативних пружних сил за цей період дорівнює нулю, то площа петлі дорівнює роботі сил дисипації за цикл деформації.

Якщо сили дисипації пропорційна швидкості, то петля має форму еліпса (рис. 3, пунктирна лінія), площа якого

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{2\pi} (cx_0 \cos \omega t - b_1 \omega x_0 \sin \omega t)(-b_1 \omega x_0 \sin \omega t) dt = \\ &= \pi b_1 \omega x_0^2, \end{aligned} \quad (7)$$

де x_0 — початкове відхилення системи від положення пружної рівноваги; c — зведена жорсткість системи.

Нелінійність сил дисипації у реальній механічній системі приводить до того, що форма петлі відрізняється від еліптичної [4]. В цьому випадку коефіцієнт b_1 знаходять виходячи з рівності площ реальної петлі і петлі, отриманої за умови, що сила опору лінійно залежить від \dot{x} . Тоді величина коефіцієнта опору b_1 , залежна від частоти ω і амплітуди x_0 коливального процесу, визначається формулою

$$b_1 = \frac{S_E}{\pi \omega x_0^2}, \quad (8)$$

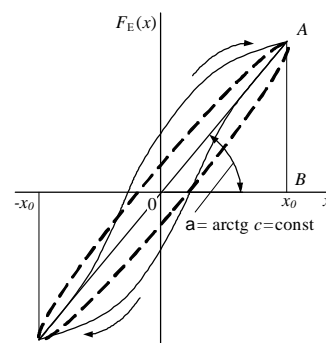


Рис. 3. Петлі гістерезису пружних систем з лінійною зведеною жорсткістю

де S_E — площа петлі, отриманої в експерименті.

На стадії проектування, коли зразків для експериментальних досліджень фізично не існує, провести випробування для визначення b_1 неможливо. У цьому випадку величину b_1 при в'язку демпфуванні рекомендують розраховувати з урахуванням частоти коливального процесу ω за залежністю [2, 3]

$$b_1(\omega) = \Psi c / (2\pi\omega), \quad (9)$$

де Ψ — безрозмірний коефіцієнт поглинання (табл. 1).

Використання виразу (9) для проектних розрахунків дає можливість при передбачуваній розсіювальній здатності системи, заданої коефіцієнтом поглинання, незалежно від характеристики $F_E(x)$ і від форми петлі гістерезису встановити функцію $F_d(x)$.

Конструкції ПВП з механічним зворотним зв'язком (МЗЗ), завдяки своїм структурним особливостям, реалізують не лише характеристики ВПС дюфінгівського типу, але й складніші функції, наприклад, характеристики з однією або декількома ділянками квазінульової жорсткості (рис. 4, ділянка на кривій 1, ділянки CD і KL на кривій 2), а також характеристики, що відображаються інтерполяційним поліномом якнайкращого наближення [4]:

$$F(x) = \sum_{i=1}^N a_i x^i, \quad (10)$$

де a_i — коефіцієнт при елементі полінома i -го степеня, при достатньому степені полінома $N > 3$.

Лінеаризація або зведення таких нелінійних характеристик до кусково-лінійного вигляду з метою визначення коефіцієнта в'язкого опору $b_1 = const$ істотно знижує точність моделювання коливальних процесів у системі, особливо при великих значеннях амплітуди [3, 5].

Точнішим є відображення сил дисипації за допомогою функції в'язкого опору

$$b_1(x, \omega) = \Psi_\Sigma c(x) / (2\pi\omega), \quad (11)$$

залежної від функції зведеної жорсткості $c(x) = dF(x)/dx$ і безрозмірного коефіцієнта поглинання в системі Ψ , для визначення якого є певна статистика даних, отриманих при гармонійному збуренні (див. табл. 1).

У конструкцію ПВП з МЗЗ, окрім пружних елементів, входять напрямні й зворотний зв'язок у вигляді

Таблиця 1

Значення коефіцієнта поглинання Ψ за дослідними даними

Механізми, пристрої, кінематичні пари	Діапазон значень
Зубчасті передачі	[0,2; 0,6]
Кулачкові механізми	[0,18; 0,8]
ПВП з витими циліндровими пружинами	[0,065; 0,25]
Ресори	[0,08; 0,12]
Напрямні ковзання	[0,1; 0,65]
Напрямні кочення	[0,08; 0,45]

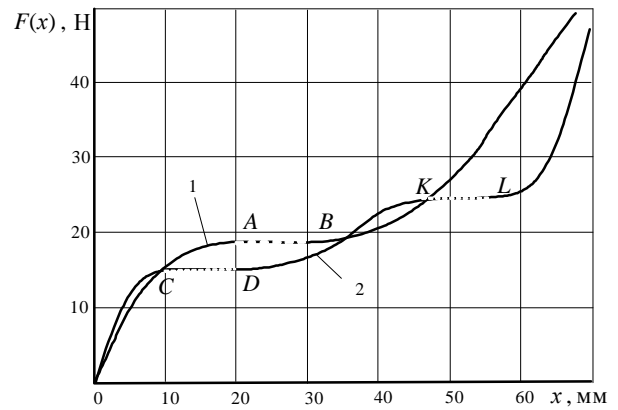


Рис. 4. Графіки характеристик ППС для ПВП з МЗЗ

механічної передачі, тому для розрахунків пристроїв такого типу доцільно використовувати ймовірнісну оцінку коефіцієнта поглинання

$$\bar{\Psi}_\Sigma = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{\Psi}_i, \quad (12)$$

де $\bar{\Psi}_i \forall 1, \bar{n}$ — математичні очікування коефіцієнтів поглинання відповідно для пружних елементів, напрямних і передач у складі ПВП.

Для практичних розрахунків функції опору $b_1(x, \omega)$ за залежністю (11) статистично обґрунтованим є діапазон значень коефіцієнта поглинання $0,12 \leq \Psi_\Sigma \leq 0,45$. У припущенні про нормальний розподіл випадкової величини Ψ_Σ і її складових: для пружних елементів, напрямних і передач встановлені значення відповідного математичного очікування $\bar{\Psi}_\Sigma = 0,285$ і дисперсії $\sigma^2 = 3,025 \cdot 10^{-3}$.

Застосування функції (11) є обґрунтованим при аналізі гармонійних і близьких до гармонійних коливальних процесів. У випадках, що вимагають підвищеної точності розрахунків, потрібно додатково враховувати внутрішню тертя в матеріалі пружних елементів, а також деформацію конструкцій [3, 5].

Аналіз виразу (11) для різних видів нелінійності в моделях систем дюфінгівського типу дав можливість встановити таке: у системі з „м'якою” нелінійністю функція опору нелінійно спадає зі зростанням амплітуди коливань (рис. 5, крива 1), а в системі з „жорсткою” нелінійністю — нелінійно збільшується (крива 2). Причому, в обох випадках значення функції опору при низьких ($x \leq 10$ мм) і високих ($x \geq 50$ мм) значеннях амплітуд відрізняються в 1,5... 2 рази. Збільшення частоти коливань при „м'якій” нелінійності приводить до збільшення кута нахилу функції опору (крива 3).

Для моделі системи, характеристика ВПС якої має одну ділянку квазінульової жорсткості і описується поліномом (10) при значеннях поліноміальних коефіцієнтів $a_5 = 5,46 \cdot 10^{-7}$, $a_4 = 0,00219$, $a_3 = -0,004$, $a_2 = -0,017$, $a_1 = 1,79$, встановлено, що функція опору має одну ділянку нелінійного зменшення (рис. 6, ділянка AB на кривій 1) і одну ділянку нелінійного збільшення (ділянка BC).

У діапазоні амплітуд, що визначають квазінульову жорсткість, значення функції опору мінімальне. Для

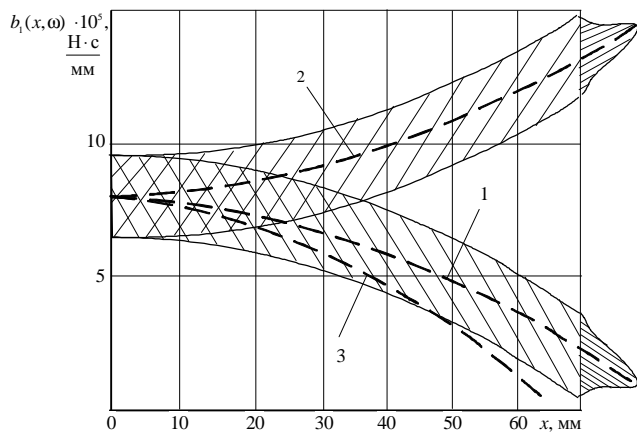


Рис. 5. Графіки зміни функції опору для моделей систем дюфінгівського типу: 1 і 2 — при $\omega = 15 \text{ c}^{-1}$; 3 — при $\omega = 25 \text{ c}^{-1}$ ($\bar{\psi}_z = 0,285$, $\sigma = 0,055$)

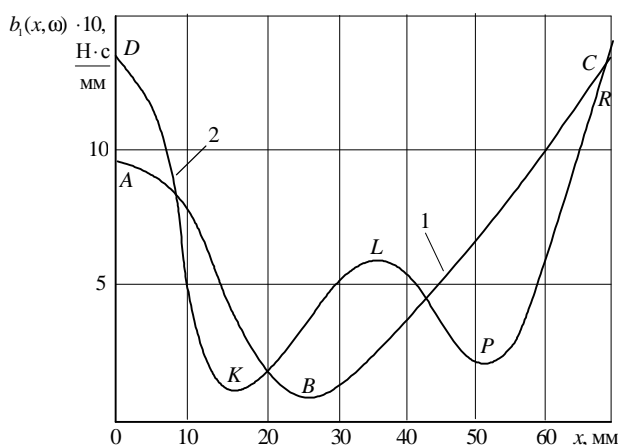


Рис. 6. Графіки функції опору при $\bar{\psi}_z = 0,285$, $\omega = 15 \text{ c}^{-1}$

моделі системи, характеристика ВПС якої має дві ділянки квазінульової жорсткості і описується поліномом при значеннях коефіцієнтів $a_5 = 1,29 \cdot 10^{-6}$, $a_4 = 0,000215$, $a_3 = -0,013$, $a_2 = 0,344$, $a_1 = 3,9$, встановлено, що функція опору має дві ділянки нелінійного зменшення (рис. 6, ділянки DK і LP на кривій 2) і дві ділянки нелінійного збільшення (ділянки KL і PR). У діапазоні

амплітуд $10 \leq x \leq 20 \text{ мм}$ і, що визначають квазінульову жорсткість системи, значення функції опору мінімальне.

Висновки. При моделюванні коливальних механічних систем з ПВП, пружна характеристика яких описується інтерполяційним поліномом з достатнім степенем $N > 3$, адекватним відображенням сили пружного зв'язку з урахуванням чинника дисипації є адитивна функція

$$F_y(x, \mathbf{x}) = F(x) + F_d(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N a_i x^i + \frac{\bar{\psi}_z c(x)}{2\pi\omega} \mathbf{x}; \quad (13)$$

Вираз (13) доцільно використовувати за умови, що характеристика ВПС описана відповідним поліномом, а математичне очікування коефіцієнта поглинання $\bar{\psi}_z$ встановлено з урахуванням структури ПВП.

Література

1. *Обморышев А.Н.* Введение в теорию колебаний. — М.: Наука, 1976. — 276 с.
2. *Пановко Я.Г.* Введение в теорию механических колебаний. — М.: Наука, 1981. — 239 с.
3. *Матвеев В.В.* Демпфирование колебаний деформируемых тел. — К.: Наук. думка, 1985. — 264 с.
4. *Сидоренко И.И.* Виброизолирующие устройства с механической обратной связью // Труд. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2006. — Вып. 2 (26). — С. 25—30.
5. *Нагулян Н.И.* Применение динамических демпферов для снижения уровня вибрации оболочки, находящейся в температурном поле // Вісник Східноукр. ун-ту. — Луганськ, 2003. — №8 (66). — С. 126—129.

Отримана 10.01.08

I. Sydorenko, S. Gutryra

Factor of dissipation at design passive vibroinsulating devices with mechanical feed-back

Odesa National Polytechnic University, Odesa

The task of account of forces of dissipation is considered at the design of the oscillating systems with nonlinear passive vibroinsulating devices in default of information about the experimentally certain coefficient of resistance. It is suggested to represent forces of dissipation on the basis of function of viscid resistance, depending on a function resulted inflexibility and dimensionless asorptance, for determination of which statistics of information are accumulated. Practical recommendations are resulted.

А і аіі à ààîð³â!

Опублікування статей у журналі “Машинознавство” є безкоштовним. Організаціям-передплатникам, а також спонсорам журналу “Машинознавство” у разі офіційного клопотання надається право позачергового опублікування статей їхніх працівників за умови позитивної рецензії. Аналогічно пільгою користуються автори, які особисто передплатили не менше шести примірників журналу, або посприяли його передплаті для організації.

Журнал “Машинознавство” можна передплатити на будь-який місяць і довільну кількість примірників, перерахувавши по 20 грн за кожен примірник видавцю журналу.