

УДК 539.375

## КРУЧЕННЯ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНОГО ТІЛА З ПЕРІОДИЧНОЮ СИСТЕМОЮ СПІВВІСНИХ ДИСКОПОДІБНИХ ТРІЩИН

**В. Богданов**

Канд. фіз.-мат. наук,  
Інститут механіки  
ім. С. П. Тимошенка НАН України,  
м. Київ

*О дані еао і'аоі'а'а о'еаеі' о'і'і'і'і' е'і'ааде'і'аа'і'і' і' аоа'і'е'е аао'і'о'і' а'і'і'а'і' о'аа'о'а'і'а'і' о'і'е'а' а'і'п'е'а'а'а'і'і'і' с'аа'а'о' і'о'і' е'о'о'а'а'і'у і'а'п'е'і'а'а'і'і'а'і' і'і'і'а'а'а'і'у' і'а'і'о'а'а'і'а'і' о'і'е'а', і'і' і'п'о'е'о'у і'а'д'і'а'е'і'о' і'e'п'о'а'і' o' і'і'а'а'п'і'e'о' і'а'о'а'e'e'і'u'і'e'o' e'o'o'ā'ā'e'o' o'δ'λ'e'ī'. І' o'δ'e'ī' a'ī'ī' c'ī'ā'ā'ī'ū' e'ī'ā'ō'ō'ī'ō'ā' a'ī'ō'ā'ī'p'ē'ō' i'ā'ī'ō'ō'ā'ī'ū' o'ā' i'ō'ī'ā'ā'e'ē'c'ī'ā'ā'ī'ī' i'ō' c'ā'e'ā'ā'ī'p'ō'ū' ā'ā' i'ī'ā'ō'e'ī'ā'e'ō' (c'ā'e'ē'ō'e'ī'ā'e'ō') i'ā'ī'ō'ō'ā'ī'ū' o'ā' ā'ā'ī'ā'ō'δ'e'ē'ī'e'ō' i'ā'ō'ā'ī'ā'ō'δ'ā' c'ā'ā'ā'ā'.*

**початкові (залишкові) напруження, періодична система співвісних кругових тріщин, кручення, коефіцієнт інтенсивності напружень**

Важливою технічною проблемою є адекватне врахування при розрахунку відповідальних елементів конструкцій, машин та споруд наявних у них початкових (або залишкових) деформацій та напружень, які виникають при їх виготовленні та збиранні (наприклад, шляхом зварювання), структурних змін у матеріалі в процесі експлуатації тощо. Зокрема, при визначенні критичних параметрів навантаження тіл з тріщинами у випадку дії початкових напружень вздовж тріщин їхній вплив на характер руйнування не можна визначити в рамках лінійної механіки крихкого руйнування, оскільки складові зусиль, спрямовані паралельно тріщинам, не входять до виразів для коефіцієнтів інтенсивності напружень і величин розкриття тріщин і, відповідно, не враховуються класичними критеріями руйнування. Для дослідження закономірностей впливу початкових (або залишкових) напружень на напружено-деформований стан матеріалів з тріщинами в [1, 2] було запропоновано підхід у рамках лінеаризованої механіки деформівних тіл з початковими напруженнями. З використанням зазначеного підходу були отримані розв'язки окремих класів статичних і

динамічних задач, переважно для ізольованих тріщин у нескінченних тілах з початковими напруженнями (огляд зазначених праць наведено в [3 — 5]). У [6] розглянуто неосесиметричну задачу для тіла з періодичною системою паралельних тріщин нормального відриву.

Мета статті — дослідити вплив початкових напружень, що діють вздовж тріщин, на граничний стан пружного тіла, яке містить періодичну систему співвісних тріщин, до берегів яких прикладені навантаження кручення.

**Постановка задачі.** Розв'язувати задачу будемо в лагранжевих координатах  $y_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ , які в початковому напружено-деформованому стані, зумовленому дією початкових (залишкових) деформацій та напружень, збігаються з декартовими, а також в отриманих з них кругових циліндричних координатах  $(r, \theta, y_3)$ . Використовуватимемо також збурення вектора переміщень  $u_j$  та несиметричного тензора напружень  $Q_{ij}$ , віднесеного до одиниці площі тіла в початковому стані [1]. Розглянемо періодичну систему кругових співвісних тріщин однакового радіуса  $a$ , що розташовані в паралельних площинах  $y_3 = 0 \pm 2hn$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  з цент-

рами на осі  $Oy_3$ . Вздовж осей  $Oy_1$  та  $Oy_2$  діють однакові початкові напруження, які характеризуються коефіцієнтами видовження (скорочення) вздовж координатних осей  $\lambda_1 = \lambda_2$ . Таким чином, у початковому напружено-деформованому стані справедливими є такі співвідношення:

$$S_{33}^0 = 0; S_{11}^0 = S_{22}^0 = const; \quad (1)$$

$$\lambda_j = const, \lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3; j = 1, 2, 3,$$

де  $S_{ij}^0$  — компоненти симетричного тензора напружень, віднесені до одиниці площі тіла в недеформованому стані.

Для нестисливих тіл лінеаризовані рівняння рівноваги в переміщеннях мають вигляд [1, 2]:

$$\kappa'_{m\alpha\beta} \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial y_i \partial y_\beta} + q'_{\alpha m} \frac{\partial p}{\partial y_\alpha} = 0;$$

$$q'_{m\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial y_m} = 0, \quad (i, m, \alpha, \beta = 1, 2, 3). \quad (2)$$

При цьому несиметричний тензор напружень  $Q'_{ij}$ , віднесений до одиниці площі тіла в початковому стані, має вигляд

$$Q'_{ij} = K'_{ijab} \frac{\partial u_a}{\partial y_b} + q'_{ij} p, \quad (3)$$

де

$$\kappa'_{ij\alpha\beta} = \lambda_i \lambda_j \lambda_\alpha \lambda_\beta \left[ \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} a'_{i\beta} + (1 - \delta_{ij}) (\delta_{i\alpha} \delta_{j\beta} + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha}) \mu'_{ij} \right] + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha} S_{\beta\beta}^0.$$

Величини  $\mu'_{ij}$ ,  $\mu'_{ij}$ ,  $a'_{ij}$  та  $q'_{ij}$  залежать від вибору моделі матеріалу [1, 2];  $p$  — скалярна функція, пов'язана з гідростатичним тиском.

У випадку, коли до поверхонь тріщин прикладене антисиметрично відносно площин тріщин дотичне навантаження кручення

$$Q'_{3\theta} = -\tau_{3\theta}(r) \quad (y_3 = 0 \pm 2nh, r \leq a), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

відмінними від нуля будуть лише компоненти вектора переміщень  $u_q$  та тензора напружень  $Q'_{3\theta}$ , причому в силу осесиметричності задачі ці компоненти залежатимуть лише від координат  $r$  та  $y_3$ , тобто матимемо:

$$u_r = 0, u_\theta = u_\theta(r, y_3), u_3 = 0,$$

$$Q'_{3r} = 0, Q'_{3\theta} = Q'_{3\theta}(r, y_3), Q'_{33} = 0. \quad (4)$$

У [2] для випадку однорідного початкового стану (1) побудовано подання загальних розв'язків лінеаризованих рівнянь рівноваги (2) через гармонійні потенціальні функції. При цьому вигляд зазначених подань залежить від коренів характеристичного рівняння. В той же час, з урахуванням співвідношень (4), зазначені подання у випадку однакових і неоднакових коренів характеристичного рівняння збігаються і мають вигляд:

$$u_\theta = \frac{\partial \Phi_3}{\partial r}, \quad Q'_{3\theta} = C_{44} n_3^{-1/2} \frac{\partial^2 \Phi_3}{\partial r \partial z_3} = C_{44} \frac{\partial u_\theta}{\partial y_3}, \quad (5)$$

де  $z_1 \equiv n_1^{-1/2} y_3$ .

Величини  $C_{44}$ ,  $n_3$  визначаються вибором моделі матеріалу і залежать від початкових напружень [1, 2], а потенціальна функція  $\Phi_3$  задовольняє рівняння Лапласа

$$\left( \frac{\partial}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z_3^2} \right) \Phi_3(r, z_3) = 0.$$

Враховуючи симетрію та періодичність геометричної та силової схем задачі, її можна звести до задачі для шару  $0 \leq y_3 \leq h$  з такими граничними умовами:

$$Q'_{3\theta} = -\tau_{3\theta}(r) \quad (y_3 = 0, r \leq a);$$

$$u_\theta = 0 \quad (y_3 = 0, r > a); \quad u_\theta = 0 \quad (y_3 = h, 0 \leq r < \infty). \quad (6)$$

**Інтегральне рівняння Фредгольма.** Зведемо сформульовану задачу спочатку до системи парних інтегральних рівнянь, а потім — до інтегрального рівняння Фредгольма другого роду.

Виразимо гармонійну функцію  $\Phi_3$  через інтегральний розклад Ганкеля нульового порядку за координатою  $r$ :

$$\Phi_3(r, z_3) = \int_0^\infty [C_1(\lambda) ch\lambda(h_3 - z_3) + C_2(\lambda) sh\lambda(h_3 - z_3)] J_0(\lambda r) \frac{\partial \lambda}{sh\lambda h_3},$$

де  $h_3 = hn_3^{-1/2}$ .

Піставивши (7) у третє рівняння (6), яке задане на всій площині  $y_3 = const$ , отримуємо

$$C_1(\lambda) = 0. \quad (8)$$

Далі, підставляючи (7) у перше та друге рівняння (6) з урахуванням (8), отримуємо парні інтегральні рівняння:

$$\int_0^\infty \left[ 1 + \frac{e^{-\lambda h_3}}{sh\lambda h_3} \right] C_2(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda = -\frac{\tau_{3\theta}(r)}{C_{44} n_3^{-1/2}},$$

$$(r < a);$$

$$\int_0^\infty C_2(\lambda) J_1(\lambda r) d\lambda = 0, \quad (r > a). \quad (9)$$

Розв'яжемо систему парних інтегральних рівнянь (9) методом підставлення [7], відповідно до якого вибираємо розв'язок у вигляді, що тотожно задовольняє друге рівняння в (9), а саме:

$$C_2(\lambda) = \sqrt{\frac{\pi \lambda}{2}} \int_0^a \sqrt{t} \omega(t) J_{3/2}(\lambda t) dt =$$

$$= -\frac{1}{\lambda} \left\{ \omega(a) \sin \lambda a - \int_0^a t^{-1} \sin \lambda t \omega(t) dt \right\}, \quad (10)$$

де  $\omega(t)$  — невідома функція, що є неперервною разом зі своєю першою похідною на відрізку  $[0, a]$ ;

$$\omega(t) \equiv \frac{d}{dt} [t \omega(t)].$$

Підставляючи (10) у перше рівняння (9), домножуючи обидві частини цього рівняння на  $r$  та роблячи підстановку  $t = r \sin \theta$ , отримуємо рівняння

$$\int_0^{\pi/2} \omega(r \sin \theta) d\theta = N(r), \quad (11)$$

де

$$N(r) = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} r \int_0^a \int_0^{\pi/2} \sqrt{t} \omega(t) J_{3/2}(\lambda t) dt \left[ \frac{e^{-\lambda h_3}}{sh \lambda h_3} \lambda^{3/2} J_1(\lambda r) d\lambda - \frac{r}{C_{44} n_3^{-1/2}} \tau_{3\theta}(r) \right].$$

Рівняння Шльоміляха

$$\int_0^{\pi/2} f(r \sin \theta) d\theta = N(r), \quad 0 \leq r \leq a$$

має розв'язок [7]

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \left[ N(0) + x \int_0^{\pi/2} N'(x \sin \theta) d\theta \right], \quad 0 \leq x \leq a.$$

Враховуючи зазначене, з (11) отримуємо інтегральне рівняння Фредгольма другого роду

$$\omega(x) - \frac{1}{\pi} \int_0^a \omega(t) \mathcal{K}(x, t) dt = -\frac{2}{\pi} x \int_0^{\pi/2} \mathcal{Q}(x \sin \theta) d\theta, \quad (12)$$

$$\text{де } \mathcal{Q}(r) = \frac{r \tau_{r\theta}(r)}{C_{44} n_3^{-1/2}}.$$

Ядро інтегрального рівняння (12) має вигляд

$$\mathcal{K}(x, t) = \frac{x}{h_3} \left\{ \frac{1}{t} [\mathcal{R}(x-t) - \mathcal{R}(x+t)] - \frac{1}{a} [\mathcal{R}(x-a) - \mathcal{R}(x+a)] \right\},$$

$$\text{де } \mathcal{R}(z) = Re \Psi \left( 1 + \frac{iz}{2h_3} \right); \Psi — \text{псі-функція.}$$

Інтегральне рівняння Фредгольма другого роду (12) можна подати в безрозмірному вигляді:

$$f(\xi) - \frac{1}{\pi} \int_0^1 f(\eta) K(\xi, \eta) d\eta = -\frac{2}{\pi} \xi \int_0^{\pi/2} q'(\xi \sin \theta) d\theta, \quad (13)$$

$$\xi \equiv a^{-1} x, \eta \equiv a^{-1} t, f(\xi) \equiv a^{-1} \omega(a\xi),$$

$$q(\xi) \equiv a^{-1} \mathcal{Q}(a\xi) = \frac{\xi \tau_{3\theta}(a\xi)}{C_{44} n_3^{-1/2}}.$$

Ядро рівняння (13) має вигляд

$$K(\xi, \eta) =$$

$$\frac{\xi}{\beta_3} \left\{ \frac{1}{\eta} [R(\xi-\eta) - R(\xi+\eta)] - [R(\xi-1) - R(\xi+1)] \right\}, \quad (14)$$

$$R(z) = Re \Psi \left( 1 + \frac{iz}{2\beta_3} \right), \quad \beta_3 = a^{-1} h_3.$$

**Коефіцієнти інтенсивності напружень.** Аналогічно тому, як це прийнято в лінійній механіці руйнування [8], коефіцієнти інтенсивності напружень визначатимемо як коефіцієнти при особливостях у компонентах напружень біля краю тріщини:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow +a} [2\pi(r-a)]^{1/2} Q'_{33}(r, 0),$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow +a} [2\pi(r-a)]^{1/2} Q'_{3r}(r, 0),$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow +a} [2\pi(r-a)]^{1/2} Q'_{3\theta}(r, 0). \quad (15)$$

Використовуючи співвідношення (4), (7) та (10), отримуємо, що при  $r \rightarrow +a$

$$Q'_{33}(r, 0) = 0, \quad Q'_{3r}(r, 0) = 0,$$

$$Q'_{3q}(r, 0) \sim -C_{44} n_3^{-1/2} \frac{aw(a)}{r\sqrt{r^2 - a^2}}. \quad (16)$$

Тоді з (15) отримуємо:

$$K_I = 0; K_{II} = 0; K_{III} = -C_{44} n_3^{-1/2} \frac{\sqrt{\pi}}{a\sqrt{a}} \int_0^a \omega(t) dt. \quad (17)$$

Переходячи в (16), (17) до безрозмірних змінних та функцій, отримуємо:

$$K_I = 0, \quad K_{II} = 0, \quad K_{III} = -C_{44} n_3^{-1/2} \sqrt{pa} \int_0^1 f(h) dh, \quad (18)$$

де функція  $f(\eta)$  визначається з розв'язку інтегрального рівняння Фредгольма (13).

Зі співвідношень (18) бачимо, що коефіцієнт інтенсивності напружень  $K_{III}$  залежить від початкових напружень  $S_{11}^0 = S_{22}^0$  (або видовжень  $\lambda_1 = \lambda_2$ ), а також від віддалі між тріщинами  $2h$  (або  $2\beta$ ), оскільки розв'язок  $f(\xi)$

рівнянь (13), а також параметри матеріалу  $C_{44}$ ,  $n_3$  залежать від значень зазначених параметрів.

Проаналізуємо граничний випадок розташування тріщин у матеріалі, коли віддаль між ними прямує до нескінченності. З виразу для ядра інтегрального рівняння Фредгольма (14) бачимо, що при  $h \rightarrow \infty$  (або  $\beta \rightarrow \infty$ )

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} K(\xi, \eta) = 0.$$

Тоді з (13) маємо

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} f(\xi) = -\frac{2}{\pi} \xi \int_0^{\pi/2} q'(\xi \sin \theta) d\theta = -\frac{\pi}{2} \frac{d}{d\xi} \int_0^{\xi} \frac{\eta q(\eta) d\eta}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}}.$$

Підставивши це значення у вирази для коефіцієнтів інтенсивності напружень (18), отримуємо:

$$K_I^\infty = 0, K_{II}^\infty = 0, K_{III}^\infty = 2 \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^a \frac{\eta^2 \tau_{3\theta}(a\eta)}{\sqrt{a^2 - \eta^2}} d\eta, \quad (19)$$

або в розмірному вигляді:

$$K_I^\infty = 0, K_{II}^\infty = 0, K_{III}^\infty = \frac{2}{a\sqrt{\pi a}} \int_0^a \frac{t^2 \tau_{3\theta}(t)}{\sqrt{a^2 - t^2}} dt. \quad (20)$$

Зокрема, для випадку рівномірного навантаження скручування на берегах тріщин  $\tau_{3\theta} = \tau_0 = const$ , маємо

$$K_{III}^\infty = \frac{\tau_0}{2} \sqrt{\pi a}. \quad (21)$$

Зазначимо, що значення коефіцієнтів інтенсивності напружень (20), (21) збігаються з відповідними значеннями, отриманими в [2] для випадку ізолюваної тріщини кручення в нескінченному матеріалі з початковими напруженнями. Крім цього, вони збігаються зі значеннями коефіцієнтів інтенсивності напружень, що були отримані в задачі про тріщину кручення в нескінченному тілі без початкових напружень [8].

**Числові результати.** Нижче наведені результати числового розрахунку для нестисливих високоеластичних матеріалів, які моделюються пружними потенціалами Бартенева-Хазановича [9] та Трелоара [10]. Для числового дослідження інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду (13) застосований метод Бубнова-Гальоркіна, числове інтегрування здійснювалось за квадратурними формулами Гауса. Числові результати отримано для випадку рівномірного навантаження скручування на берегах тріщин  $\tau_{3\theta} = \tau_0 = const$ .

**Потенціал Бартенева-Хазановича.** Параметри, що входять до виразів (13), (17), (18), для зазначеного потенціалу визначаються так [2]:

$$C_{44} = 2\mu\lambda_1^{-2} (1 + \lambda_1^3)^{-1}; \quad n_3 = 2\lambda_1^{-6} (\lambda_1^{-3} + 1)^{-1},$$

де  $\mu$  — стала матеріалу.

На рис. 1 наведено залежності співвідношення коефіцієнтів інтенсивності напружень  $K_{III} / K_{III}^\infty$  (де  $K_{III}^\infty$  —

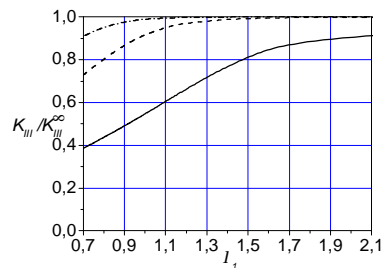


Рис. 1

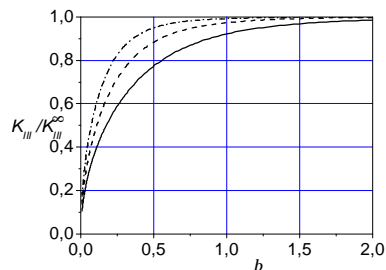


Рис. 2

коефіцієнт інтенсивності напружень в околі ізолюваної тріщини кручення в нескінченному матеріалі, що визначається з (20), (21)) від параметра початкового видовження (або скорочення)  $\lambda_1$  ( $\lambda_1 > 1$  — для розтягу,  $\lambda_1 < 1$  — для стиску) для значень безрозмірної піввіддалі між тріщинами  $\beta = h/a = 0,125$  (суцільна лінія),  $0,5$  (штрихова лінія) та  $1,0$  (штрих-пунктирна лінія). Як бачимо з рисунка, початкові напруження помітно впливають на значення коефіцієнтів інтенсивності напружень.

На рис. 2 наведено залежності співвідношення коефіцієнтів інтенсивності напружень  $K_{III} / K_{III}^\infty$  від безрозмірної піввіддалі між тріщинами  $\beta$  для значень початкового видовження (або скорочення)  $\lambda_1 = 0,8$  (суцільна лінія),  $1,0$  (штрихова лінія) та  $1,2$  (штрих-пунктирна лінія). З рисунка бачимо, що зі збільшенням значення  $\beta$  величина коефіцієнта інтенсивності напружень  $K_{III}$  прямує до значення, яке було отримане в задачі для ізолюваної тріщини кручення в просторі. Разом з тим, при малих віддальях між тріщинами коефіцієнти інтенсивності напружень  $K_{III}$ , що отримуються в задачі про кручення тіла з періодичною системою паралельних співвісних тріщин, істотно менші від значень КІН, що отримуються в задачі про ізолювану тріщину в матеріалі з початковими напруженнями.

**Потенціал Трелоара (тіло неогуківського типу).** Для цього потенціалу маємо [2]:  $C_{44} = 2C_{10}\lambda_1^{-4}$ ;  $n_3 = \lambda_1^{-6}$  ( $C_{10}$  — стала матеріалу).

На рис. 3 для потенціалу Трелоара наведено залежності співвідношення коефіцієнтів інтенсивності напружень  $K_{III} / K_{III}^\infty$  від параметра початкового видовження (або скорочення)  $\lambda_1$  для значень безрозмірної піввіддалі між тріщинами  $\beta = h/a = 0,125$  (суцільна лінія),  $0,5$  (штрихова лінія) та  $1,0$  (штрих-пунктирна лінія). Наведені залежності підтверджують вплив початкових (залишкових) напружень на коефіцієнти інтенсивності напружень.

**Висновки.** Для задачі про кручення пружного нескінченного тіла з періодичною системою кругових

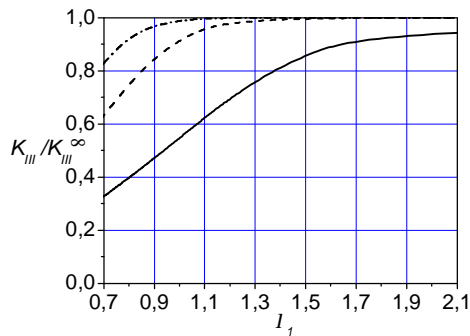


Рис. 3

співвісних тріщин проаналізовано вплив на коефіцієнти інтенсивності напружень початкових (залишкових) напружень, спрямованих вздовж площин тріщин, а також взаємовплив тріщин. При цьому встановлено таке:

— для розглянутих високоеластичних матеріалів початкові (залишкові) напруження помітно впливають на значення коефіцієнтів інтенсивності напружень;

— взаємовплив співвісних внутрішніх тріщин проявляється в істотному зменшенні значень коефіцієнтів інтенсивності напружень при зменшенні віддалі між тріщинами;

— при нескінченному зростанні величини відносної піввіддалі між тріщинами  $\beta$  коефіцієнти інтенсивності напружень прямують до відповідних значень, отриманих для випадку ізольованої тріщини в необмеженому матеріалі.

### Література

1. Гузь А.Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями. — К.: Наук. думка, 1983. — 296 с.
2. Гузь А.Н. Хрупкое разрушение материалов с начальными напряжениями. — К.: Наук. думка, 1991. — 288 с. (Неклассические проблемы механики разрушения: В 4-х т., 5-ти кн. / Под общ. ред. А. Н. Гузя. Т. 2).

3. Guz A.N. On the Development of Brittle-Fracture Mechanics of Materials with Initial Stress // Int. Appl. Mech. — 1996. — 32, №4. — P. 316—323.

4. Guz A.N., Dyshel' M.Sh., Nazarenko V.M. Fracture and stability of materials and structural members with cracks: Approaches and results // Int. Appl. Mech. — 2004. — 40, №12. — P. 1323—1359.

5. Guz A.N., Nazarenko V.M., Bogdanov V.L. Fracture under initial stresses acting along cracks: Approach, concept and results // Theor. and Appl. Fracture Mech. — 2007. — 48. — P. 285—303.

6. Богданов В.Л. Несимметричная задача о периодической системе дискообразных трещин нормального отрыва в теле с начальными напряжениями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 50, №4. — С. 149—159.

7. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. — М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1963. — 367 с.

8. Kassir M.K., Sih G.C. Mechanics of fracture. Three dimensional crack problems. — Leyden: Netherlands Noordhoff Intern. Publ., 1975. — V. 2. — 452 p.

9. Бартнев Г.М., Хазанович Т.Н. О законе высокоэластических деформаций сеточных полимеров // Высокомолекулярные соединения. — 1960. — 2, №1. — С. 21—28.

10. L.R.G. Treloar. Large elastic deformations in rubber-like materials. — Madrid: IUTAM Colloquium, 1955. — P. 208—217.

Отримана 17.03.08

V. Bogdanov

**Torsion of an initially stressed solid containing a periodical system of coaxial penny-shaped cracks**

S. P. Tymoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

The problem on torsion of an infinite pre-stressed solid with a periodical system of coaxial parallel circular cracks is considered in the framework of the linearised mechanics of deformable solids. The representations of the stress intensity factors are obtained. Numerical analysis of dependence between the stress intensity factors and initial (residual) stresses as well as geometrical parameters of the problem is performed.

21 01 01 2008

X Міжнародна конференція  
**“СТІЙКІСТЬ, КЕРУВАННЯ І ДИНАМІКА ТВЕРДОГО ТІЛА”**

м. Донецьк, 5 — 10 травень 2008 р.

**Тематика конференції:**

Теорія стійкості руху.  
 Керування в динамічних системах.  
 Динаміка твердого тіла і небесна механіка.  
 Методи динаміки твердого тіла в теорії пружних систем.

**Адреса оргкомітету:**

Іститут прикладної математики і механіки  
 НАН України  
 вул. Р. Люксембург, 74  
 м. Донецьк, Україна, 83114  
<http://www.iamm.ac.donetsk.ua/icscd.html>