

Рис. 2. Крива Бола шатунної площини кривошипно-кулісного механізму

У [3] було побудовано всю множину точок Бола шатунної площини кривошипно-кулісного механізму у системі координат, що зв'язана зі стійкою механізмом. Множина цих точок утворює деяку криву, названу кривою Бола.

Очевидно, що якщо побудувати цю криву у системі координат, яка зв'язана із шатунною площиною (рис. 2), то точки D_1 , D_2 , D_3 самоперетину цієї кривої і будуть відповідати механізмам точок Бола, які за різних значень узагальненої координати φ_1 матимуть однакове положення точки Бола в шатунній площині. Тому синтез зазначених механізмів зводиться до знаходження точок самоперетину кривої Бола, побудованої в шатунній площині механізму, а також визначення параметрів шатунних кривих, які описують знайдені точки.

Оскільки крива точок Бола описується функцією в неявному вигляді, то аналітичне знаходження точок самоперетину є досить складною математичною задачею. У такому випадку зручно шукати координати цих точок, застосувавши числові методи, оскільки відомий алгоритм їх знаходження при будь-якому значенні узагальненої координати.

Для знаходження точок самоперетину кривої Бола було запропоновано аналітично-числовий метод, який полягає у тому, що дві ділянки кривої Бола в околі очікуваного самоперетину апроксимуються дугами кіл за трьома точками і розраховується точка перетину цих дуг. Очевидно, що точок перетину буде дві, а тому приймається точка перетину апроксимаційних кіл, що лежить ближче до очікуваної. Розглянемо детальніше методику знаходження точок самоперетину, алгоритм якої зображений на рис. 3.

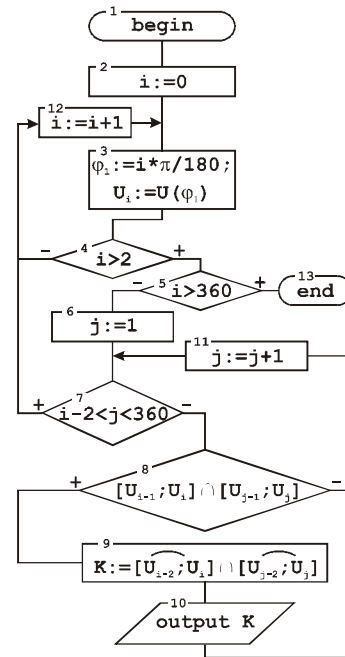


Рис. 3. Блок-схема алгоритму знаходження точок самоперетину кривої Бола

Розрахунок точок Бола проводиться для значення узагальненої координати φ_1 у межах $[0; 2\pi]$ з кроком 1° . Після знаходження положень точки Бола в шатунній площині для перших трьох значень узагальненої координати (блоки 1 — 4, 12 на блок-схемі) проводилась перевірка умови (9 на блок-схемі) перетину кожної наступної i -тої ділянки кривої Бола з попередніми ($j \in [0, i - 2]$).

Умова перетину ділянок (рис. 4), матиме вигляд

$$\left. \begin{aligned} & \left[(x_{U_{j-1}} - x_{U_{i-1}})(y_{U_i} - y_{U_{j-1}}) - \right. \\ & \left. - (y_{U_{j-1}} - y_{U_{i-1}})(x_{U_i} - x_{U_{j-1}}) \right] \times \\ & \times \left[(x_{U_j} - x_{U_{i-1}})(y_{U_i} - y_{U_{j-1}}) - \right. \\ & \left. - (y_{U_j} - y_{U_{i-1}})(x_{U_i} - x_{U_{j-1}}) \right] \leq 0; \\ & \left[(x_{U_{i-1}} - x_{U_{j-1}})(y_{U_j} - y_{U_{j-1}}) - \right. \\ & \left. - (y_{U_{i-1}} - y_{U_{j-1}})(x_{U_j} - x_{U_{j-1}}) \right] \times \\ & \times \left[(x_{U_i} - x_{U_{j-1}})(y_{U_j} - y_{U_{j-1}}) - \right. \\ & \left. - (y_{U_i} - y_{U_{j-1}})(x_{U_j} - x_{U_{j-1}}) \right] \leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Виконання зазначеної умови вказує на те, що точка самоперетину знаходиться між межами цих ділянок. Щоб визначити координати точки самоперетину слід апроксимувати дві ділянки кривої Бола в околі очікуваної точки самоперетину певними алгебричними кривими. Оскільки кривина цих ділянок у зазначених межах залишається

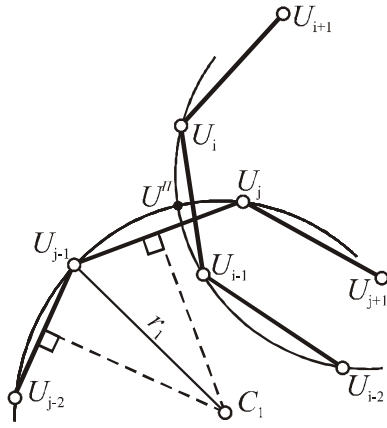


Рис. 4. Знаходження точки самоперетину кривої Бола

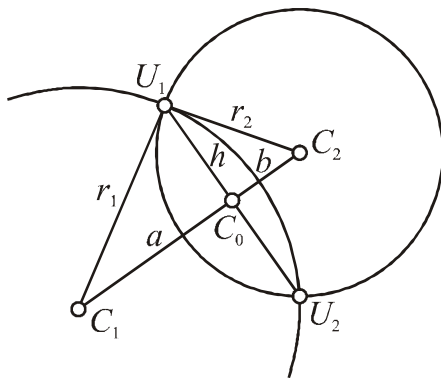


Рис. 5. До визначення точки перетину ділянок наближення

приблизно сталою, то для їх наближення можна використати дуги кіл.

На рис. 4 зображено випадок, коли пари точок Бола U_{i-1}, U_i та U_{j-1}, U_j відповідають умові (1). Тому доцільно за апроксимаційні криві прийняти дуги кіл, що проходять відповідно через точки U_{i-2}, U_{i-1}, U_i та U_{j-2}, U_{j-1}, U_j і знайти точку U'' їх перетину. Центрами C_1 та C_2 апроксимаційних кіл будуть точки перетину серединних перпендикулярів відрізків $U_{i-2}U_{i-1}, U_{i-1}U_i$ та $U_{j-2}U_{j-1}, U_{j-1}U_j$ відповідно. Радіуси цих кіл дорівнюють:

$$r_1 = \sqrt{(x_{C_1} - x_{U_i})^2 + (y_{C_1} - y_{U_i})^2};$$

$$r_2 = \sqrt{(x_{C_2} - x_{U_j})^2 + (y_{C_2} - y_{U_j})^2}.$$

Для знаходження точок перетину кіл наближення скористаємось такими міркуваннями. Розглянемо на рис. 5 $\Delta C_1 C_0 U_1$ та $\Delta C_2 C_0 U_2$. Для спрощення позначень введемо такі величини: $a = C_1 C_0$, $b = C_2 C_0$, $d = C_1 C_2 = a + b$, $h = U_1 C_0 = U_2 C_0$. Оскільки відрізок $U_1 U_2$ є спільною хордою кіл та $C_1 C_2$ — відрізок, що сполучає центри цих кіл, то очевидно, що $\Delta C_1 C_0 U_1$ та $\Delta C_2 C_0 U_2$ є прямокутними з прямим $\angle C_0$. Очевидно

$$h^2 = r_1^2 - a^2;$$

$$h^2 = r_2^2 - b^2 = r_2^2 - (d - a)^2 = r_2^2 - d^2 + 2da - a^2,$$

звідки $a = \frac{r_1^2 - r_2^2 + d^2}{2d}$.

Координати точки C_0 є такими:

$$x_{C_0} = x_{C_1} + a \frac{(x_{C_2} - x_{C_1})}{d};$$

$$y_{C_0} = y_{C_1} + a \frac{(y_{C_2} - y_{C_1})}{d}.$$

Очевидно, що координати точок перетину кіл дорівнюватимуть:

$$x_{U_{1,2}} = x_{C_0} \pm h \frac{(y_{C_2} - y_{C_1})}{d};$$

$$y_{U_{1,2}} = y_{C_0} \mp h \frac{(x_{C_2} - x_{C_1})}{d}.$$

Кінцево точка самоперетину кривої Бола відповідатиме умові

$$U = \begin{cases} U_1 & \text{якщо } \min(U_1 U_i, U_2 U_i) = U_1 U_i; \\ U_2 & \text{якщо } \min(U_1 U_i, U_2 U_i) = U_2 U_i. \end{cases}$$

Для підвищення точності знаходження точки самоперетину кривої Бола проводили апроксимування колами, що проходять через точки U_{i-2}, U_{i-1}, U_i та U_{j-2}, U_{j-1}, U_j , а потім — U_{i-1}, U_i, U_{i+1} та U_{j-1}, U_j, U_{j+1} . Після цього кінцево розраховували координати точки самоперетину як середину відрізка, який сполучає точки перетину першої та другої пари апроксимаційних кіл.

Визначивши таким чином положення точки самоперетину кривої Бола в шатунній площині механізму, розрахуємо довжину та кут злому шатуна:

$$k = \sqrt{x_U^2 + y_U^2}; \quad \Omega = \arctg\left(\frac{y_U}{x_U}\right), \quad 0 \leq \Omega < 2\pi.$$

Для області існування кривошипно-кулісного механізму було визначено положення точки в площині шатуна (рис. 6), приєднавши до якої групу третього виду можна отримати механізм з двома зупинками.

На рис. 7 показані діаграми розташування нерухомого шарніра E приєднаної групи, а на рис. 9 — діаграми кута розмаху вихідної ланки. Встановлено, що існує три характерні області існування кривошипно-кулісного механізму із зупинками вихідної ланки, які на діаграмах позначені відповідними цифрами.

Важливим моментом синтезу за зазначеним алгоритмом є також визначення тривалості, точності, а також інших кількісних та якісних характеристик ділянок роз-

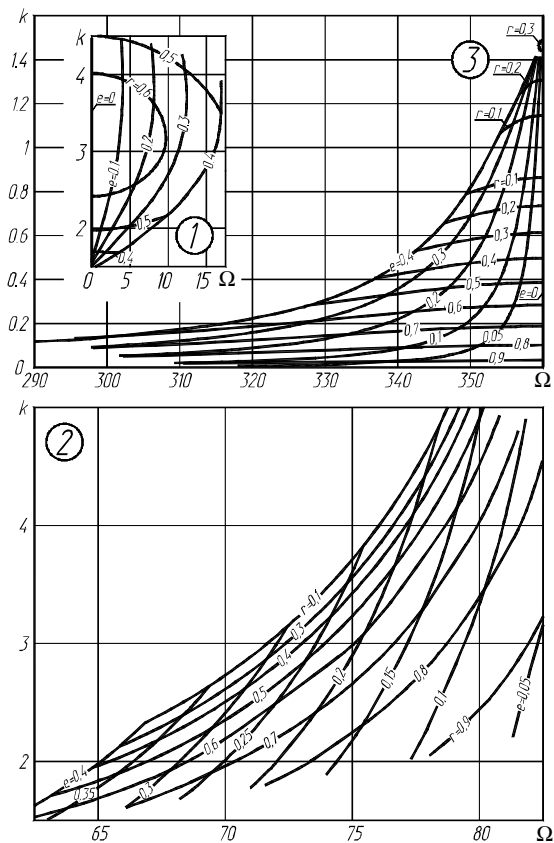


Рис. 6. Положення шатунної точки кривошипно-кулісного механізму, яка викреслює шатунну криву з двома прямолінійними ділянками

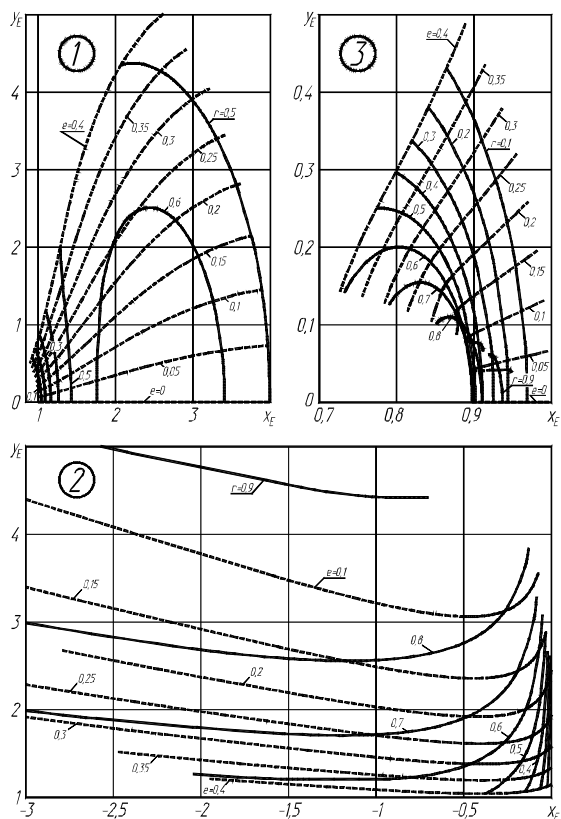


Рис. 7. Положення пари E приєднаної групи

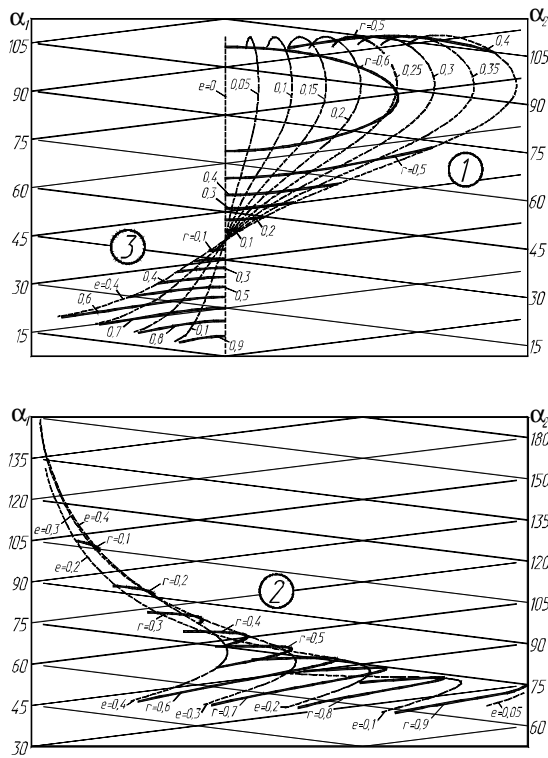


Рис. 8. Залежність тривалості зупинок α_1 та α_2 у крайніх положеннях вихідної ланки від вихідних параметрів синтезу

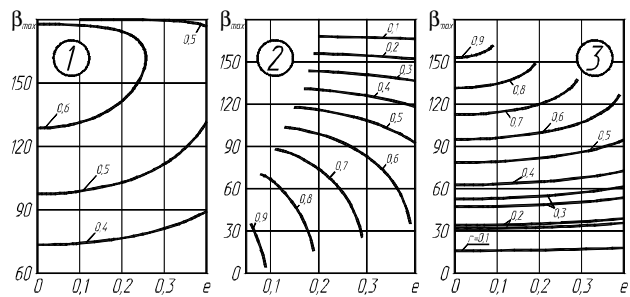


Рис. 9. Кут розмаху вихідної ланки

прямлення шатунної кривої. Відома методика й алгоритм дослідження характеристик зупинки вихідної ланки, яка здійснює поступальний рух [10]. Проте у нашому випадку прямолінійні ділянки шатунної кривої розташовані під певним кутом одна до одної, що для забезпечення подвійної зупинки вимагає приєднання групи третього виду. Тому алгоритм аналізу закону руху ланки, що здійснює обертовий рух, піддається деяким коригуванням порівняно з алгоритмом, наведеним у [10]. Ця методика ґрунтується на понятті безрозмірного коефіцієнта граничної швидкості вихідної ланки, який є таким значенням безрозмірної швидкості, при якому вважається, що вихідна ланка переходить з фази зупинки у фазу руху. Тому з урахуванням відмінностей обертового руху від поступального алгоритм визначення тривалості зупинки буде таким:

1. Задаємо значення узагальненої координати $\varphi_1 = \varphi_U$ рівним тому, що відповідає точці Бола на шатунній кривій

і знаходимо початкове кутове положення $\beta_U = \beta(\varphi_U)$ вихідної ланки.

2. Методом покрокової ітерації з досить великим кроком знаходимо значення φ_i кута повороту кривошипа, яке відповідає максимальному відхиленню коромисла від положення, заданого в п. 1, після чого методом „золотого перетину” на ділянці $[\varphi_{i-1}; \varphi_{i+1}]$ уточнюємо значення φ_{max} .

3. Розраховуємо кут розмаху вихідної ланки

$$\beta_{max} = |\beta(\varphi_{max}) - \beta_U|.$$

Слід зазначити, що якщо вихідна ланка при своєму русі проходить через положення $\varphi_1 = 0$, то кут розмаху вихідної ланки

$$\beta_{max} = 2\pi - |\beta_U - \beta(\varphi_{max})|.$$

4. Будуємо діаграму швидкостей вихідної ланки (рис. 10) на ділянці $\varphi_1 = [0; 2\pi]$, поділивши кожне поточне значення кутової швидкості $d\beta(\varphi_1)/d\varphi_1$ на величину β_{max} . Побудована діаграма відповідатиме результату диференціювання діаграми одиничних кутових переміщень:

$$\beta'(\varphi_1) = \frac{d\beta(\varphi_1)}{d\varphi_1} \frac{1}{\beta_{max}}.$$

5. Рухаючись по отриманій діаграмі $\beta'(\varphi_1)$ вліво та вправо від точки Бола, шукаємо абсциси φ_L і φ_R точок, ординати яких дорівнюють заданому значенню $\pm k_v$ граничної швидкості.

6. Знаходимо на діаграмі $\beta(\varphi_1)$ ординати $\beta_L = \beta(\varphi_L)$ і $\beta_R = \beta(\varphi_R)$ точок, які відповідають абсцисам φ_L і φ_R діаграми $\beta'(\varphi_1)$.

7. Уточнюємо значення початкового φ_L чи кінцевого φ_R кута повороту, який відповідає меншому значенню ординати так, щоб виконувалась рівність

$$\beta(\varphi'_L) = \beta(\varphi'_R),$$

де φ'_L , φ'_R — уточнені значення значень φ_L та φ_R відповідно.

8. Розраховуємо тривалість зупинки вихідної ланки, виражену в куті повороту кривошипа:

$$\alpha = \begin{cases} \varphi'_L - \varphi'_R, & \text{якщо } \varphi'_L < \varphi'_R; \\ 2\pi - (\varphi'_R - \varphi'_L), & \text{якщо } \varphi'_L > \varphi'_R. \end{cases}$$

9. Знаходимо точність зупинки

$$2E = \max(\beta_L, \beta_R) - \beta_U.$$

10. Визначаємо кут повороту кривошипа, що відповідає початку зупинки вихідної ланки:

$$\varphi_n = \varphi_U - \varphi'_L.$$

Таким чином були досліджені закони руху вихідної ланки шестиланкових механізмів, базовим для яких є кривошипно-кулісний механізм з двома ділянками розпрямлення. Величини, які були знайдені за наведеним вище

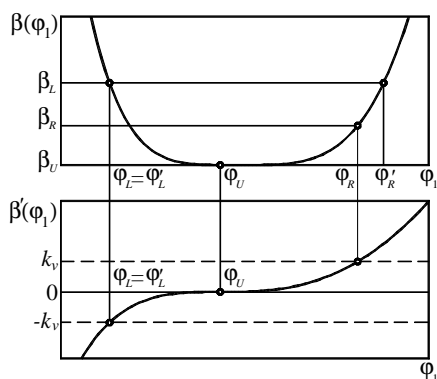


Рис. 10. Діаграми кутових переміщень та швидкостей вихідної ланки

алгоритмом, додавались до бази даних базових механізмів, утворюючи цілісну картину параметрів синтезу. Закон руху вихідної ланки досліджувався на предмет тривалості (рис. 8), точності та початку обох зупинок, а також кут між прямолінійними ділянками, який визначає кут розмаху вихідної ланки (рис. 9).

Таким чином, у результаті проведених досліджень за допомогою розробленого нами програмного забезпечення були визначені геометричні параметри кривошипно-кулісних механізмів, шатунні криві яких мають дві точки розпрямлення високого порядку. Встановлено можливість використання цих механізмів у ролі базових при проектуванні механізмів із зупинками вихідної ланки у крайніх положеннях.

Подальшим напрямом наших досліджень буде встановлення можливості використання кривошипно-кулісних механізмів, шатунна крива яких має дві точки високої кратності розпрямлення, у ролі безударного приводу мальтійських механізмів, а також дослідження механізмів з двома зупинками, синтезованих на основі точок розпрямлення четвертого порядку.

Література

1. Белецкий В.Я., Амбарцумянц Р.В. Дифференциально-рычажный механизм с двумя остановками ведомого звена за один оборот ведущего звена // Теория механизмов и машин. — 1975. — Вып. 19. — С. 122—127.
2. Киницкий Я.Т. Шарнирные механизмы Чебышева с выстоем выходного звена. — К.: Вища шк., 1990. — 231 с.
3. Киницкий Я.Т., Марченко М.В. Побудова кривої Болла шатунної площини кривошипно-кулісного механізму // Вісник ХНУ. — 2005. — №6. Т. 2. — С. 24—28.
4. Лихтенфельд В. Синтез механизмов. — М.: Наука, 1964. — 228 с.
5. Мовсесян К.Г. Синтез шарнирного шестизвального механизма с двумя выстоями ведомого звена // Вопросы теории механизмов и динамика машин. — 1971. — Вып. 14. — С. 27—31.
6. Надеждин И.В. Кинематическое исследование безударных механизмов с приводом от симметричного шарнирного четырехзвенника // Теория механизмов и машин. — 1983. — Вып. 35. — С. 52—57.

7. Надеждин И.В. Проектирование безударных мальтийских механизмов аналитическим методом // Известия ВУЗов. Машиностроение. — 1981. — №1 С. 44—49.

8. Пейсах Э.Е., Кикин А.Б. Синтез плоских шарнирных механизмов с двумя промежуточными выстоями выходного звена // Теория механизмов и машин. — 1987. — Вып. 42. — С. 56—62.

9. Пейсах Э.Е., Герасменко Р.Л. Аналитический синтез восьмизвенного плоского шарнирного механизма с двумя выстоями ведомого звена в крайних положениях. — Л.: Ленингр. политехн. ин-т, 1982. — С. 5.

10. Харжевський В.О., Кіницький Я.Т. Чисельно-аналітичний метод синтезу важільних механізмів з зупинкою вихідної ланки на базі несиметричного шарнірного чотириланкового механізму з використанням точок Болла // Вісник ТУП. — 2003. — №4. — С. 43—54.

11. Хомченко В.Г. Аналитический синтез восьмизвенных рычажных механизмов с двумя останковками выходного звена с двумя присоединенными кулисными четырехзвенниками // Теория механизмов и машин. — 1989. — Вып. 47. — С. 42—46.

Отримана 20.05.08

M. Marchenko

A slotted-link mechanisms with stopping of driven link at limiting positions synthesis

*Khmelnyskyi National University,
Khmelnyskyi*

The method of synthesis of planar mechanisms is offered. It consists in finding of kinematics geometry of such point of coupler plane the trajectory of which has two areas of straightening of high multiplicity.

21st EUROPEAN SOLID MECHANICS CONFERENCE

7th EUROPEAN SOLID MECHANICS CONFERENCE

7 September 2009 - 11 September 2009
Instituto Superior Tecnico, Lisbon, Portugal

Conference Topics:

Continuum Mechanics

General theories; Elasticity; Plasticity; Homogenization & localization; Geomechanics; Micromechanics; Multiscale problems; Multifield problems; Contact mechanics

Material Mechanics

Damage and fracture; Fatigue; Viscoelastic materials; Composite materials; Smart materials; Material modelling; Biomaterials

Structural Mechanics

Beam structures; Plates & shells; Stability; Structural impact; Composite structures; Reliability and safety; Forming processes; Casting processes; Inverse problems; Biostructures

Dynamics

Noise and vibrations; Nonlinear dynamics; Kinematics; Multibody dynamics; Control of structures & mechanisms; Biomechanics of motion

Experimental Mechanics

Hybrid techniques; Experimental analysis; Non-destructive control; techniques; Noise and vibration; Instrumentation

Computational Mechanics

Finite elements; Boundary elements; Stochastic methods; Meshless methods; Optimization; High performance computing

Coupled Problems

Fluid-structures interaction; Thermomechanics; Aeroelastic problems; Earthquake & wind engineering; Magnetomechanical problems; Electromechanical problems

Contact: *Chairperson:* Prof. Jorge Ambrosio

Conference Secretariat:

Mrs. Paula Jorge

IDMEC Instituto Superior Técnico

Av. Rovisco Pais 1

1049-001 Lisboa Portugal

Tel: +351 218419044 Fax: +351 218417915

e-mail: esmc2009@dem.ist.utl.pt

<http://www.dem.ist.utl.pt/esmc2009/index.php>