

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКОВО- ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У КІЛЬЦЕВИХ ЗВАРНИХ З'ЄДНАННЯХ ТРУБ НА ОСНОВІ УТОЧНЕНОЇ ТЕОРІЇ ОБОЛОНОК

В. Осадчук

Професор, д-р. фіз.-мат. наук

Ю. Пороховський

Магістр

Національний університет
«Львівська політехніка»,
м. Львів

Ю. Банахевич

Канд. техн. наук,
Управління
магістральних газопроводів і
газорозподільних станцій
ДК «Укртрансгаз»,
м. Київ

Побудовано математичну модель розрахунково-експериментального методу визначення залишкових напружень у зонах багат шарових кільцевих зварних швів магістральних газопроводів, яка ґрунтується на уточненій теорії оболонки, що враховує скінченну жорсткість на зсув у напрямі нормалі до серединної поверхні оболонки. На основі аналізу розподілів залишкових термопластичних деформацій у зонах кільцевих зварних швів для їх аналітичного подання в рамках теорії оболонки запропоновано множину апроксимаційних функцій і для цієї множини побудовано розв'язки ключових рівнянь осесиметричної задачі теорії оболонки і отримано вирази для обчислення залишкових напружень у довільній точці зварного з'єднання. Проведено параметричний аналіз задачі.

трубопровід, багат шаровий прямолінійний зварний шов, залишкове напруження, ширина зони пластичної деформації, уточнена теорія оболонки

Визначення залишкових напружень у зонах зварних швів трубопроводів тривалого терміну експлуатації під час технічного діагностування — дуже непросте завдання, оскільки для забезпечення цілісності труб відсікаються руйнівні методи. Вибір обмежується неруйнівними методами і розрахунково-експериментальними, які є комбінацією розрахункового методу з неруйнівними експериментальними методами.

У цій статті для оцінювання напруженого стану в зонах зварних з'єднань трубопроводів розвинуто розрахунково-експериментальний метод, який ґрунтується на експери-

ментальній інформації, отриманій неруйнівними методами, і розв'язанні обернених задач механіки деформованих тіл з власними напруженнями [1, 2].

Суть цього методу для визначення залишкових напружень в оболонкових конструкціях зі зварними швами полягає ось у чому. Спочатку записують основні співвідношення і диференціальні рівняння теорії оболонки із залишковими деформаціями, які отримують використавши зображення компонент тензора малої деформації $\{e_{ij}\}$ у вигляді суми $e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^0$, де e_{ij} — компоненти тензора повної деформації, e_{ij}^e — компоненти тензора пружної

деформації, e_{ij}^0 — компоненти тензора поля умовних пластичних деформацій, несумісність яких зумовлює виникнення залишкових напружень. При цьому поле e_{ij}^0 враховує, крім пластичних деформацій, також деформації, зумовлені різного роду структурними перетвореннями, які супроводжуються зміною об'єму матеріалу. Далі, використавши фундаментальні розв'язки розв'язувальних рівнянь, будують інтегральні подання компонент тензора напружень через невідомі компоненти деформацій e_{ij}^0 . Щоб знайти це поле, використовують експериментальну інформацію про поле залишкових напружень σ_{ij} , яку в певних перерізах оболонки можна отримати одним з неруйнівних методів або за допомогою їх синтезу, та будують функціонал, мінімізація якого забезпечує найменшу нев'язку між експериментально визначеними I_m^E і аналогічними теоретично обчисленими I_m^T характеристиками полів напружень.

Тоді задачу про знаходження деформацій e_{ij}^0 розв'язують як обернену задачу теорії оболонок з власним напруженням і вона є умовно коректною.

У загальному випадку локальність залишкових пластичних деформацій у зоні зварного шва зумовлює тривісний напружений стан в оболонкових конструкціях, і для його визначення потрібно розв'язувати тривимірну задачу. Проте на основі фундаментальних робіт багатьох дослідників встановлено, що, в залежності від геометричних розмірів конструкцій і способів зварювання, тривимірну задачу визначення залишкових напружень можна звести до двовимірної. Нижче для розрахункового визначення залишкових напружень у зонах кільцевих зварних з'єднань труб побудовано математичну модель що ґрунтується на теорії оболонок зі скінченною зсувною жорсткістю.

Постановка задачі. Розглянемо стикове зварне з'єднання двох однорідних труб однакової товщини багатопаровим кільцевим зварним швом. Таке з'єднання моделюватимемо круговою циліндричною оболонкою завтовшки $2h$, що знаходиться під дією локалізованих залишкових несумісних деформацій e_{ij}^0 .

Позначимо через R і $2h$ відповідно радіус серединної поверхні труби і товщину її стінки. Положення довільної точки на середній поверхні оболонки визначатимемо координатами z і β , де z — віддаль точки вздовж осі труби від початкового поперечного перерізу, який суміщатимемо з площиною, що проходить через середину зварного шва; β — кут, що утворює довільна площина, яка проходить через вісь обертання, з початковою. Надалі віднесемо оболонку до триортогональної системи координат α , β , γ , де $\alpha = z/R$ — безрозмірна координата; γ — координата вздовж зовнішньої нормалі до серединної поверхні.

У випадку осесиметричної задачі, коли напружено-деформований стан не залежить від координати β , ключове рівняння для визначення нормального до серединної поверхні (прогину) $W(\alpha)$ можна записати у вигляді [7, 8]

$$\frac{d^4 W}{d\alpha^4} - 2g^2 \frac{d^2 W}{d\alpha^2} + 4\lambda^4 W = 4\lambda^4 R \mathcal{L}_{\beta\beta}^0 - R^2 \frac{d^2}{d\alpha^2} (\alpha_{\alpha\alpha}^0 +$$

$$+ \mu \alpha_{\beta\beta}^0) - 2g^2 R \frac{d^2 \mathcal{L}_{\beta\beta}^0}{d\alpha^2} + R \frac{d^3 \mathcal{L}_{\alpha\gamma}^0}{d\alpha^3} - \frac{\mu R^3}{D_1} N_1^0. \quad (1)$$

Тут позначено:

$$\mathcal{L}_{ii}^0(\alpha) = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h e_{ii}^0(\alpha, \gamma) d\gamma,$$

$$\alpha_{ss}^0(\alpha) = \frac{3}{2h^3} \int_{-h}^h \gamma e_{ii}^0(\alpha, \gamma) d\gamma, \quad s = \alpha, \beta,$$

$$\mathcal{L}_{\alpha\gamma}^0(\alpha) = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h e_{\alpha\gamma}^0(\alpha, \gamma) d\gamma, \quad (2)$$

$\mathcal{L}_{\alpha\alpha}^0(\alpha, \gamma)$, $\mathcal{L}_{\beta\beta}^0(\alpha, \gamma)$, $\mathcal{L}_{\alpha\gamma}^0(\alpha, \gamma)$ — осьові, колові і зсувні несумісні залишкові деформації, $D_1 = \frac{2Eh^3}{3(1-\mu^2)}$;

$\lambda^4 = \frac{3R^2(1-\mu^2)}{4h^2}$; $2g^2 = \frac{E}{k'G'}$, E — модуль Юнга; μ — коефіцієнт Пуасона; G' — модуль зсуву на площадках, перпендикулярних до серединної поверхні; k' — коефіцієнт зсуву; N_1^0 — прикладене до оболонки осьове зусилля.

При цьому формули для визначення осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$, колових (кільцевих) $\sigma_{\beta\beta}$ і зсувних у поперечному напрямі $\sigma_{\alpha\gamma}$ залишкових напружень у довільній точці оболонки мають вигляд:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{2h} \left(N_1 + 3M_1 \frac{\gamma}{h^2} \right) + \\ &+ \frac{E}{1-\mu^2} \left[\mathcal{L}_{\alpha\alpha}^0 + \alpha_{\alpha\alpha}^0 \gamma - e_{\alpha\alpha}^0 + \mu \left(\mathcal{L}_{\beta\beta}^0 + \alpha_{\beta\beta}^0 \gamma - e_{\beta\beta}^0 \right) \right], \\ \sigma_{\beta\beta} &= \frac{1}{2h} \left(N_2 + 3M_2 \frac{\gamma}{h^2} \right) + \\ &+ \frac{E}{1-\mu^2} \left[\mathcal{L}_{\beta\beta}^0 + \alpha_{\beta\beta}^0 \gamma - e_{\beta\beta}^0 + \mu \left(\mathcal{L}_{\alpha\alpha}^0 + \alpha_{\alpha\alpha}^0 \gamma - e_{\alpha\alpha}^0 \right) \right], \\ \sigma_{\alpha\gamma} &= \frac{Q_1}{2hk'} + G' \left(\mathcal{L}_{\alpha\gamma}^0 - e_{\alpha\gamma}^0 \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Тут N_1 , N_2 , Q_1 — осьове, колове та перерізує зусилля; M_1 , M_2 — згинальні моменти, які можна виразити через переміщення $W(\alpha)$ і усереднені характеристики залишкових деформацій (2) так:

$$N_1 = N_1^0, \quad N_2 = D_0 \left(\frac{W}{R} - \mathcal{L}_{\beta\beta}^0 \right),$$

$$M_1 = -\frac{D_1}{R^2} \left[\frac{d^2 W}{d\alpha^2} - 2g^2 W + R^2 (\alpha_{\alpha\alpha}^0 + \mu \alpha_{\beta\beta}^0) \right] +$$

$$+2g^2 R \mathcal{L}_{\beta\beta}^0 - R \frac{d\mathcal{L}_{\alpha\gamma}^0}{d\alpha} \Big],$$

$$M_2 = \mu M_1 - D_1 (1 - \mu^2) \alpha_{\beta\beta}^0, \quad Q_1 = \frac{1}{R} \frac{dM_1}{d\alpha}, \quad (4)$$

де $D_0 = 2Eh$.

У випадку коли $N_1^0 = 0$ вираз для обчислення колових напружень $\sigma_{\beta\beta}$ запишемо у вигляді

$$\sigma_{\beta\beta}(\alpha, \gamma) = E \frac{W}{R} + \mu \sigma_{\alpha\alpha} - E e_{\beta\beta}^0. \quad (5)$$

Співвідношення для визначення кута повороту нормального волокна γ_1 у площині $\alpha\gamma$ подамо так:

$$\gamma_1 = -\frac{1 - \zeta_0}{R} \frac{dW}{d\alpha} - \frac{\mathcal{E}}{R^3} \frac{d}{d\alpha} \left[\frac{d^2 W}{d\alpha^2} + R^2 (\alpha_{\alpha\alpha}^0 + \mu \alpha_{\beta\beta}^0) - R \frac{d\mathcal{L}_{\alpha\gamma}^0}{d\alpha} \right] - \zeta_0 \frac{d\mathcal{L}_{\beta\beta}^0}{d\alpha} + \mathcal{L}_{\alpha\gamma}^0,$$

$$\text{де } \mathcal{E} = \frac{Eh^2}{3(1 - \mu^2)G'k'}; \quad \zeta_0 = \frac{1}{3(1 - \mu^2)} \left(\frac{Eh}{G'k'R} \right)^2.$$

Якщо у наведених вище співвідношеннях прийняти $g^2 = 0$ ($G' = \infty$), $\alpha_{\alpha\gamma}^0 = 0$, $\sigma_{\alpha\gamma}^0 = 0$, отримаємо відповідні співвідношення класичної теорії оболонок, яка базується на гіпотезах Кірхгофа — Лява.

На основі проведеного вище аналізу розподілу залишкових напружень і залишкових термопластичних деформацій у зоні багат шарового кільцевих зварних швів магістральних трубопроводів і наведених результатів досліджень у літературних джерелах [3 — 6] розподіл несумісних залишкових деформацій апроксимуємо виразами:

$$\begin{aligned} e_{\beta\beta}^0(\alpha, \gamma) &= -\mathcal{E}_1^* f_1(\gamma) \varphi_\beta(\alpha), \\ e_{\alpha\alpha}^0(\alpha, \gamma) &= -\mathcal{E}_2^* f_2(\gamma) \varphi_\alpha(\alpha), \\ e_{\alpha\gamma}^0(\alpha, \gamma) &= -\mathcal{E}_0^* f_0(\gamma) \varphi_\gamma(\alpha), \end{aligned} \quad (6)$$

де

$$\varphi_\beta(\alpha) = \varphi_1(\alpha) S_1^0(\alpha), \quad \varphi_\gamma(\alpha) = \varphi_0(\alpha) S_0^0(\alpha),$$

$$\varphi_\alpha(\alpha) = \varphi_2(\alpha) S_2^0(\alpha) - \rho \varphi_3(\alpha) S_3^0(\alpha);$$

$$\varphi_i(\alpha) = 1 + s_i \frac{\alpha^2}{\alpha_i^2} - (3 + 2s_i) \frac{\alpha^4}{\alpha_i^4} + (2 + s_i) \frac{\alpha^6}{\alpha_i^6}, \quad i=1,2,3;$$

$$\varphi_0(\alpha) = \frac{\alpha}{\alpha_0} - 3 \frac{\alpha^3}{\alpha_0^3} + 3 \frac{\alpha^5}{\alpha_0^5} - \frac{\alpha^7}{\alpha_0^7}; \quad (7)$$

$$f_i(\gamma) = 1 + q_i \frac{\gamma}{h} - n_i \frac{\gamma^2}{h^2}, \quad n_0 = 1 - q_0, \quad q_0 > 1; \quad i=1,2,3;$$

$S_i^0(\alpha)$ — функції Хевісайда; $S_i^0(\alpha) = 1, |\alpha| \leq \alpha_i$; $S_i^0(\alpha) = 0, |\alpha| > \alpha_i, \alpha_i = b_i/R, i = 0,3; b_i$ — координати

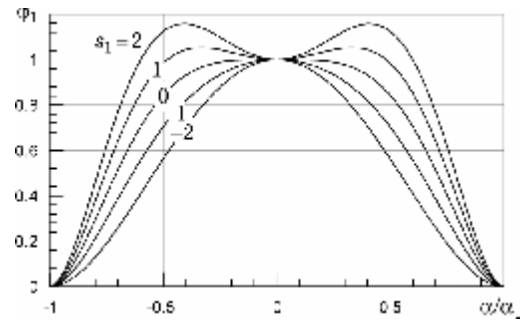


Рис. 1. Графіки функції $\varphi_1(\alpha)$

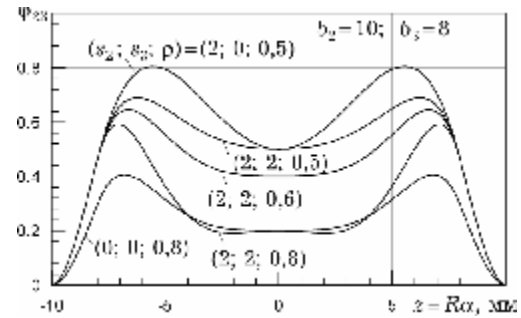


Рис. 2. Графіки функції $\varphi_{23}(\alpha)$

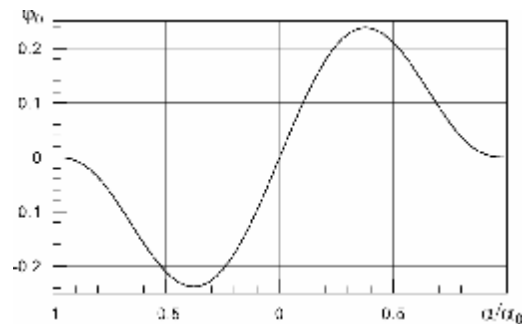


Рис. 3. Графік функції $\varphi_0(\alpha)$

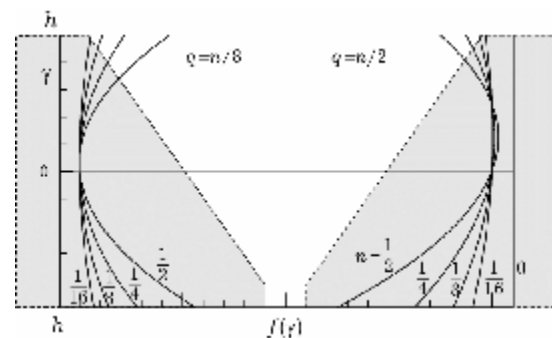


Рис. 4. Графіки функції $f(\gamma)$

меж зон залишкових деформацій; $\mathcal{E}_i^*, \alpha_i, \rho, s_i, q_i, n_i$ — числові параметри функції $f_i(\gamma)$ характеризують нерівномірність розподілу залишкових деформацій за товщиною труби, а $\varphi_i(\alpha)$ — зміну цих деформацій вздовж осі труби. Графіки цих функцій для деяких значень числових параметрів наведені на рис. 1 — рис. 4.

Підставивши вирази (6), (7) у співвідношення (2) отримаємо:

$$\mathcal{L}_{\beta\beta}^0(\alpha) = -\mathcal{L}_1^* \left(1 - \frac{n_1}{3}\right) \varphi_\beta(\alpha),$$

$$\mathcal{L}_{\alpha\alpha}^0(\alpha) = -\mathcal{L}_2^* \left(1 - \frac{n_2}{3}\right) \varphi_\alpha(\alpha),$$

$$\mathcal{L}_{\alpha\gamma}^0(\alpha) = -\mathcal{L}_0^* \left(1 - \frac{n_0}{3}\right) \varphi_\gamma(\alpha),$$

$$\mathfrak{a}_{\beta\beta}^0(\alpha) = -\mathcal{L}_1^* \frac{q_1}{h} \varphi_\beta(\alpha), \quad \mathfrak{a}_{\alpha\alpha}^0(\alpha) = -\frac{\mathcal{L}_2^* q_2}{h} \varphi_\alpha(\alpha). \quad (8)$$

Тепер ключове рівняння (1) для визначення прогину серединної поверхні труби подамо у вигляді

$$\frac{d^4 W}{d\alpha^4} - 2g^2 \frac{d^2 W}{d\alpha^2} + 4\lambda^4 W = F(\alpha), \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} F(\alpha) = & -4\lambda^4 R \mathcal{L}_1^* \left(1 - \frac{n_1}{3}\right) \varphi_\beta(\alpha) + \\ & + \frac{d^2}{d\alpha^2} \left\{ \frac{\mathcal{L}_2^* R^2 q_2}{h} \varphi_\alpha(\alpha) + \right. \\ & + \mathcal{L}_1^* R \left[\frac{\mu R q_1}{h} + 2g^2 \left(1 - \frac{n_1}{3}\right) \right] \varphi_\beta(\alpha) - \\ & \left. - \frac{\mathcal{L}_0^* R}{\alpha_0} \left(1 - \frac{n_0}{3}\right) \psi_0 S_0^0(\alpha) \right\}. \end{aligned}$$

Тут $\lambda^4 = 3R^2(1-\mu^2)/(4h^2)$; μ – коефіцієнт Пуасона;

$$\psi_0(\alpha) = \alpha_0 \frac{d\varphi_0}{d\alpha} = 1 - 9 \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} + 15 \frac{\alpha^4}{\alpha_0^4} - 7 \frac{\alpha^6}{\alpha_0^6}.$$

Для побудови розв'язку рівняння (9) запишемо спочатку фундаментальний розв'язок рівняння

$$\frac{d^4 \Gamma^*}{d\alpha^4} - 2g^2 \frac{d^2 \Gamma^*}{d\alpha^2} + 4\lambda^4 \Gamma^* = \delta(\alpha - \zeta), \quad (10)$$

де $\delta(x)$ — дельта-функція Дірака.

Застосувавши до (10) перетворення Фур'є, його розв'язок у випадку $g^2 < 2\lambda^2$ можна подати у вигляді [7]

$$\Gamma^*(\alpha - \zeta) = \frac{1}{8\lambda^4 v_0} \Gamma(\alpha - \zeta), \quad (11)$$

де

$$\Gamma(x) = r\Gamma_1(x) + s\Gamma_2(x),$$

$$\Gamma_1(x) = e^{-s|x|} \cos rx, \quad \Gamma_2(x) = e^{-s|x|} \sin r|x|, \quad (12)$$

$$v_0 = \sqrt{1 - v_3^2/4}; \quad s = v_4 \lambda; \quad r = v_5 \lambda; \quad v_4 = \sqrt{1 + v_3/2};$$

$$v_5 = \sqrt{1 - v_3/2}; \quad v_3 = g^2/\lambda^2.$$

Використавши операцію згортання функцій F і Γ^* , розв'язок рівняння (9) подамо так:

$$W(\alpha) = \frac{1}{8\lambda^4 v_0} \int_{-\infty}^{\infty} F(\zeta) \Gamma(\alpha - \zeta) d\zeta. \quad (13)$$

Використавши тепер співвідношення (11) — (13), прогин серединної поверхні труби, зумовлений дією залишкових деформацій, подамо у вигляді

$$W(\alpha) = \mathcal{L}_1^* R \hat{W}(\alpha), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \hat{W}(\alpha) = & -\frac{\lambda}{2v_0} \left\{ \left(1 - \frac{n_1}{3}\right) \Phi(\alpha) + \frac{1}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \left[kq_2 [\Phi_{21}(\alpha) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \rho \Phi_{31}(\alpha)] + [\mu q_1 + \zeta_1] \Phi_{11}(\alpha) - \zeta_0 \Phi_{01}(\alpha) \right] \right\}; \quad (15) \end{aligned}$$

$$\Phi(\alpha) = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \varphi_1(\zeta) \Psi(\alpha - \zeta) d\zeta,$$

$$\Phi_{0j}(\alpha) = \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \psi_0(\zeta) \Psi_j(\alpha - \zeta) d\zeta,$$

$$\Phi_{ij}(\alpha) = \int_{-\alpha_i}^{\alpha_i} \varphi_i(\zeta) \Psi_j(\alpha - \zeta) d\zeta, \quad i=1,2,3, \quad j=1,2;$$

$$\Psi(x) = v_5 \Gamma_1(x) + v_4 \Gamma_2(x);$$

$$\Psi_1(x) = v_5 \Gamma_1(x) - v_4 \Gamma_2(x);$$

$$\Psi_2(x) = v_1 v_5 \Gamma_1(x) + v_2 v_4 \Gamma_2(x);$$

$$\zeta_0 = \frac{k_0 h}{\alpha_0 R} \left(1 - \frac{n_0}{3}\right); \quad \zeta_1 = \frac{2g^2 h}{R} \left(1 - \frac{n_1}{3}\right); \quad k = \frac{\mathcal{L}_2^*}{\mathcal{L}_1^*}; \quad k_0 = \frac{\mathcal{L}_0^*}{\mathcal{L}_1^*}.$$

Далі, на основі формул (3) — (5) і співвідношень (6) — (8), знаходимо вирази для визначення колових $\sigma_{\beta\beta}$, осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$ і зсувних $\sigma_{\alpha\gamma}$ залишкових напружень у довільній точці труби в зоні зварного з'єднання, які зобразимо так:

$$\sigma_{\alpha\alpha}(\alpha, \gamma) = k_1 \sigma_T \hat{\sigma}_{\alpha\alpha}(\alpha, \gamma); \quad \sigma_{\beta\beta}(\alpha, \gamma) = k_1 \sigma_T \hat{\sigma}_{\beta\beta}(\alpha, \gamma);$$

$$\sigma_{\alpha\gamma}(\alpha, \gamma) = k_1 \sigma_T \hat{\sigma}_{\alpha\gamma}(\alpha, \gamma), \quad (16)$$

де

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\alpha\alpha}(\alpha, \gamma) = & \frac{\lambda\gamma}{2(1-\mu^2)v_0 h} \left\{ -\sqrt{3(1-\mu^2)} \left(1 - \frac{n_1}{3}\right) \Phi_{11}(\alpha) + \right. \\ & + [\mu q_1 + \zeta_1] \Phi_{12}(\alpha) + k q_2 [\Phi_{22}(\alpha) - \rho \Phi_{32}(\alpha)] - \\ & \left. - \zeta_0 \Phi_{02}(\alpha) + \frac{4g^2 v_0 h}{R\lambda} \hat{W}(\alpha) \right\} + \frac{1}{1-\mu^2} \left(\frac{1}{3} - \frac{\gamma^2}{h^2} \right) \times \\ & \times \{ \mu n_1 \varphi_\beta(\alpha) + k n_2 \varphi_\alpha(\alpha) \}, \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta\beta}(\alpha, \gamma) = \hat{W}(\alpha) + \mu \hat{\sigma}_{\alpha\alpha}(\alpha, \gamma) + f_1(\gamma) \Phi_{\beta}(\alpha), \quad (17)$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha\gamma}(\alpha, \gamma) = -\frac{1}{2k'v_0\sqrt{3(1-\mu^2)}} \left\{ -\sqrt{3(1-\mu^2)} \left(1 - \frac{n_1}{3} \right) \times \right. \\ \times X_{11}(\alpha) + k q_2 [X_{22}(\alpha) - \rho X_{32}(\alpha)] + \\ \left. + [\mu q_1 + \zeta_1] X_{12}(\alpha) - \zeta_0 X_{02}(\alpha) \right\} + \frac{g^2 h}{k'v_0 R \sqrt{3(1-\mu^2)}} \times \\ \times \left\{ \left(1 - \frac{n_1}{3} \right) X(\alpha) + \frac{1}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} [k q_2 [X_{21}(\alpha) - \rho X_{31}(\alpha)] + \right. \\ \left. + [\mu q_1 + \zeta_1] X_{11}(\alpha) - \zeta_0 X_{01}(\alpha)] \right\} + \\ + \frac{k_0}{2(1+\mu)} \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{\gamma^2}{h^2} \right) n_0 + q_0 \frac{\gamma}{h} \right] \Phi_{\gamma}(\alpha),$$

$$X(\alpha) = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \Phi_1(\zeta) \Gamma_2(\alpha - \zeta) d\zeta;$$

$$X_{0j}(\alpha) = \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \Psi_0 Z_j(\alpha - \zeta) d\zeta,$$

$$X_{ij}(\alpha) = \int_{-\alpha}^{\alpha} \Phi_i(\zeta) Z_j(\alpha - \zeta) d\zeta, \quad i=1,2,3, \quad j=1,2,$$

$$Z_1(x) = \left[v_0 \Gamma_1(x) - \frac{v_3}{2} \Gamma_2(x) \right] \text{sgn}(x);$$

$$Z_2(x) = \left[v_0 v_3 \Gamma_1(x) + \left(1 - \frac{v_3}{2} \right) \Gamma_2(x) \right] \text{sgn}(x),$$

$k_1 = E \bar{\epsilon}_1^* / \sigma_T$, σ_T — межа плинності.

У формулах для обчислення прогину (14), (15) і залишкових напружень (16), (17) довільні числові параметри k , k_0 , k_1 , α_i , s_i , q_i , n_i , ρ . Для їх визначення у випадку конкретного кільцевого зварного з'єднання труб використовують експериментальні дані, які можна отримати за допомогою неруйнівних методів, і розв'язують обернену задачу теорії оболонок з власними технологічними напруженнями [2].

Слід зауважити, що для ізотропних матеріалів $E/G' = 2(1+\mu)$, а коефіцієнт зсуву $k' = 5/6$. Проте, як зазначено вище, щоб отримати на основі основних співвідношень теорії оболонок, що враховує скінченну зсувну жорсткість G' , відповідні співвідношення класичної теорії оболонок потрібно, зокрема, прийняти жорсткість на зсув $G' = \infty$.

У процесі відтворення рівня і розподілу залишкових напружень у зоні зварного з'єднання на базі експериментальних даних і розрахункових формул (6), (7), в які входять довільні параметри k_1 , k , α_i , s_i , n_i , q_i , важливо виділити серед них ті, що найістотніше змінюють картину розподілу напружень. Нижче для з'єднання труб бага-

тошаровим кільцевим зварним швом проведено числовий аналіз такої задачі.

Обчислення проведено для виготовлених зі сталі X-70 ($\mu = 0,3$; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_B = 588,7$ МПа; $\sigma_T = 441,3$ МПа) труб діаметром 1420 мм і товщиною стінок 15,7 мм.

Для числових значень параметрів $k_1 = 0,7$; $k = 0,1$; $s_1 = 1$; $s_2 = 2$; $s_3 = 3$; $\rho = 0,8$; $n_1 = 0,25$; $n_2 = 0,5$; $q_1 = 0,125$; $q_2 = 0,25$, які характеризують рівні і градієнти вздовж труби і за її товщиною залишкових деформацій $e_{\beta\beta}^0$ і $e_{\alpha\alpha}^0$, проведено параметричний аналіз впливу ширини зони їх локалізації, що описуються різними числовими значеннями параметрів b_i , на розподіл колових $\sigma_{\beta\beta}$ та осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$ залишкових напружень у зоні зварного шва. На рис. 5 і рис. 6 графічно зображено результати числового аналізу впливу ширини зони термопластичних деформацій на величину і розподіл колових $\sigma_{\beta\beta}$ (рис. 5) та осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$ (рис. 6) залишкових напружень у зоні зварного шва на зовнішній ($\gamma = h$) та внутрішній ($\gamma = -h$) поверхнях труби.

З метою оцінювання впливу градієнтів залишкових термопластичних деформацій вздовж осі труби, що описується числовими значеннями параметрів s_i та ρ , проведені числові розрахунки для різних їх значень при фіксованих значеннях параметрів $k_1 = 0,7$; $k = 0,1$; $b_1 = 10$ мм; $b_2 = 8$ мм; $b_3 = 6$ мм; $b_0 = 6$ мм; $n_1 = 0,25$; $n_2 = 0,5$; $q_1 = 0,125$; $q_2 = 0,25$. Результати числових розрахунків для різних значень параметрів s_i та ρ графічно зображено на рис. 7 і рис. 8.

На цих рисунках для різних градієнтів термопластичних деформацій зображено розподіли колових $\sigma_{\beta\beta}$ (рис. 7) та осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$ (рис. 8) залишкових напружень на зовнішній ($\gamma = h$) і внутрішній ($\gamma = -h$) поверхнях труби в зоні зварного шва вздовж її осі.

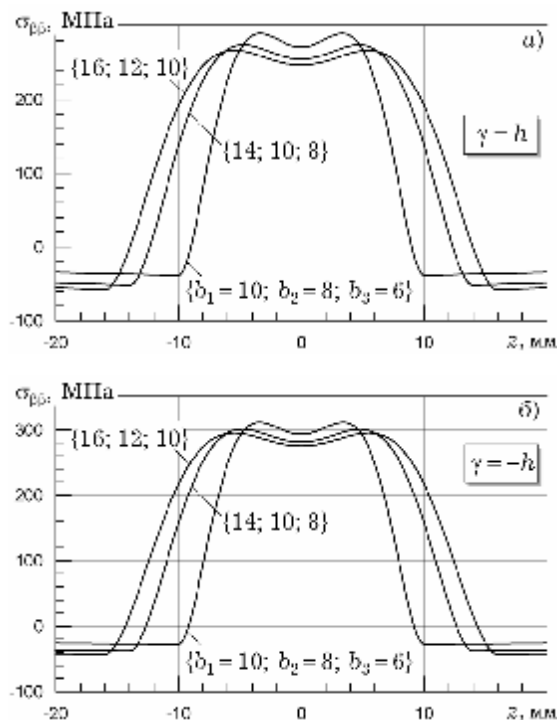


Рис. 5. Вплив ширини зони (b_i , мм) залишкових термопластичних деформацій на рівні і розподіли колових залишкових напружень $\sigma_{\beta\beta}$ на зовнішній (а) та внутрішній (б) поверхнях труби

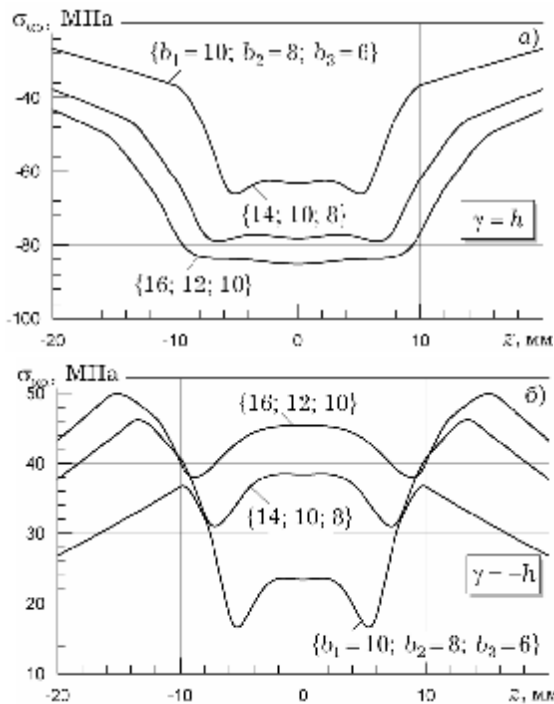


Рис. 6. Вплив ширини зони (b_i , мм) залишкових термопластичних деформацій на рівні і розподіли осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$ залишкових напружень на зовнішній (а) та внутрішній (б) поверхнях труби

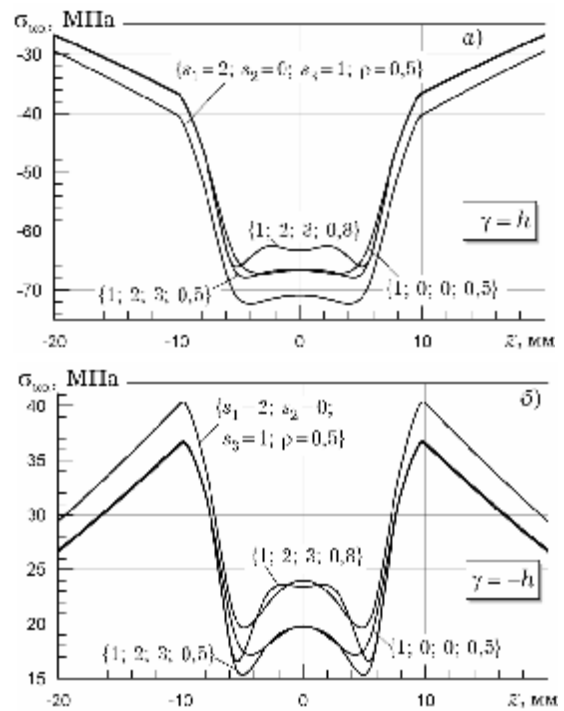


Рис. 8. Залежність величини і розподілу вздовж осі труби осьових залишкових напружень $\sigma_{\alpha\alpha}$ на зовнішній (а) та внутрішній (б) поверхнях труби від різних значень параметрів s_i та ρ

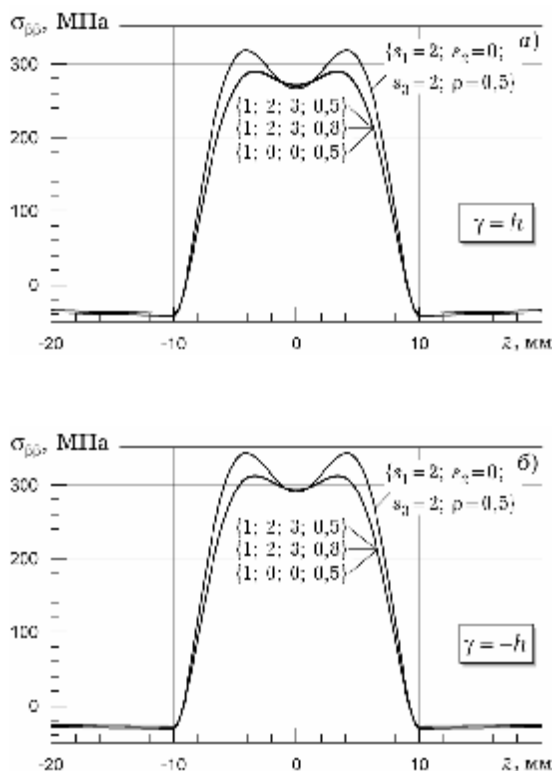


Рис. 7. Залежність величини і розподілу вздовж осі труби колових залишкових напружень $\sigma_{\beta\beta}$ на зовнішній (а) та внутрішній (б) поверхнях труби від різних значень параметрів s_i та ρ

Для оцінення впливу перепаду за товщиною труби колових $e_{\beta\beta}^0$ і осьових $e_{\alpha\alpha}^0$ залишкових деформацій на величину і характер розподілу залишкових напружень проведено обчислення і визначено колові $\sigma_{\beta\beta}$ та осьові $\sigma_{\alpha\alpha}$ напруження на зовнішній та внутрішній поверхнях труби при фіксованих значеннях параметрів $k_1=0,7$; $k=0,1$; $s_1=1$; $s_2=2$; $s_3=3$; $\rho=0,8$; $b_1=10$ мм; $b_2=8$ мм; $b_3=6$ мм; $b_0=6$ мм і різних значеннях параметрів n_i та $q_i=n_i/2$. Результати проведених обчислень графічно зображені на рис. 9 і рис. 10.

Залежність рівня і розподілу колових залишкових напружень $\sigma_{\beta\beta}$ на зовнішній і внутрішній поверхнях труби в зоні зварного шва від перепаду залишкових термопластичних деформацій за її товщиною, що характеризується різними числовими значеннями параметрів n_i , q_i , зображена рис. 9, а осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$ — на рис. 10. Числові значення параметрів n_i вказані на цих рисунках, а відповідні значення $q_i=n_i/2$.

На основі наведених на рис. 5 — рис. 10 графіків, які характеризують рівні й розподіли колових $\sigma_{\beta\beta}$ та осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$ залишкових напружень у зоні кільцевого зварного шва для заданої множини характерних для магістральних трубопроводів розподілів термопластичних залишкових деформацій $e_{\beta\beta}^0$, $e_{\alpha\alpha}^0$, можна зробити такі висновки.

Зміна ширини зони локалізації залишкових термопластичних деформацій для розглянутої множини параметрів неістотно впливає на величину і характер розподілу колових $\sigma_{\beta\beta}$ залишкових напружень і може істотно змінити рівень і розподіл осьових $\sigma_{\alpha\alpha}$ залишкових напружень на внутрішній поверхні труби (рис. 6, б). При цьому зі збільшенням ширини зони термопластичних деформацій зростають осьові напруження розтягу, які діють на кореневий зварний шов.

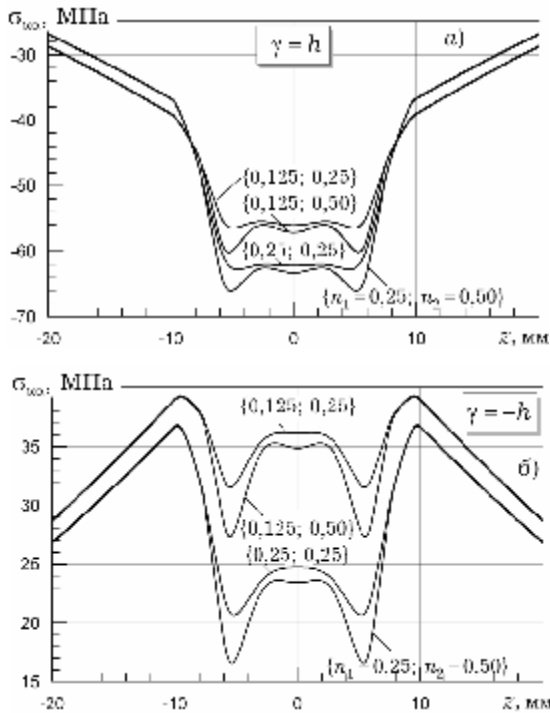


Рис. 9. Залежність рівня і розподілу колових залишкових напружень $\sigma_{\theta\theta}$ на зовнішній (а) та внутрішній (б) поверхнях труби від різних значень параметрів n_i

Збільшення градієнтів термопластичних деформацій в осьовому напрямі труби призводить до деякого зростання колових залишкових напружень розтягу $\sigma_{\theta\theta}$, максимальні значення яких досягаються в перерізах, зміщених відносно площини зварного шва і осьових залишкових напружень розтягу $\sigma_{\alpha\alpha}$ на внутрішній поверхні труби, максимальні значення яких досягаються біля меж зон залишкових деформацій. Осьові напруження стиску $\sigma_{\alpha\alpha}$ на зовнішній поверхні труби зі збільшенням числових значень параметрів s_i спадають.

Зростання перепаду термопластичних деформацій за товщиною труби, що описується заданою множиною параметрів n_i ($q_i = n_i/2$), майже не впливає на величину і характер розподілу колових залишкових напружень $\sigma_{\theta\theta}$ (див. рис. 9) і призводить до істотної зміни осьових залишкових напружень $\sigma_{\alpha\alpha}$ в зоні кільцевого зварного шва труби. При цьому зі збільшенням градієнтів залишкових деформацій за товщиною труби (зростання числових значень параметрів n_i , q_i) максимальні осьові напруження розтягу $\sigma_{\alpha\alpha}$ на внутрішній поверхні труби зменшуються, а на її зовнішній поверхні осьові напруження стиску збільшуються.

Література

1. Осадчук В. А. Діагностування залишкових технологічних напружень в елементах конструкцій розрахунково-експериментальним методом // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2003. — 46, №1. — С. 88—104.
2. Кур'ян В. І., Осадчук В. А., Николишин М. М. Механіка руйнування зварних з'єднань металоконструкцій. — Львів: СПОЛОМ, 2007. — 320 с.

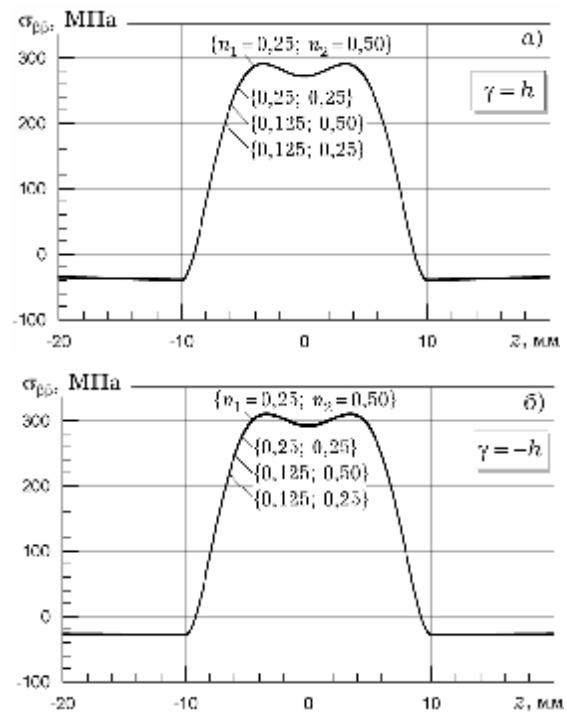


Рис. 10. Залежність рівня і розподілу осьових залишкових напружень $\sigma_{\alpha\alpha}$ на зовнішній (а) та внутрішній (б) поверхнях труби від різних значень параметрів n_i

3. Махненко В. И. Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций. — К.: Наук. думка, 1976. — 320 с.

4. Махненко В. И. Ресурс безопасной эксплуатации сварных соединений и узлов современных конструкций. — К.: НВП «Видавництво «Наук. думка» НАН України», 2006. — 618 с.

5. Винокуров В. А., Григорянц А. Г. Теория сварочных деформаций и напряжений. — М.: Машиностроение, 1984. — 280 с.

6. Недосека А. Я. Основы расчета и диагностики сварных соединений. — К.: Изд-во ИНД ПРОМ, 1998. — 640 с.

7. Пелех Б. Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. — К.: Наук. думка, 1973. — 248 с.

8. Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. — К.: Наук. думка, 1991. — 296 с.

Отримана 20.03.10

V. Osadchuk, Yu. Porokhovs'ky, Yu. Banakhevych
Mathematical model of computation-experimental determination of residual stresses in ring welded joints of pipes on the basis of refined shell theory

National University «Lviv's'ka Politehnika», Lviv;
 SC «UkrTransGas», Kyiv

A mathematical model of computation-experimental method to determine the residual stresses in the zones of multilayer ring welds of gas-mains has been constructed. It is based on the refined shell theory accounting for the finite shearing rigidity in the direction of normal to the shell median surface. Basing on the analysis of distribution of the residual thermoplastic deformations in the zones of ring welds for their analytical presentation within the scope of the shell theory we have proposed a set of approximate functions. For this set we have constructed the solution to the key equation of the axisymmetric problem of the shell theory and have obtained the expressions to calculate the residual stresses at an arbitrary point of the welded joint.