

УДК 62.752

**І. Сидоренко**

Доцент, д-р техн. наук

**С. Гутиря**

Професор, д-р техн. наук

Одеський національний  
політехнічний університет,  
м. Одеса

## ОСНОВИ СИНТЕЗУ НЕЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ ВІБРОГАСНИКІВ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

*Розглянуто теоретичні аспекти вібропогашення застосуванням лінійного динамічного віброгасника коливань. За методом синтезу пасивних віброізолюючих пристроїв на основі теорії графів запропоновано конструкцію та описано принцип дії нелінійного динамічного віброгасника крутильних коливань. Сформульовано висновки, визначено задачі подальших досліджень.*

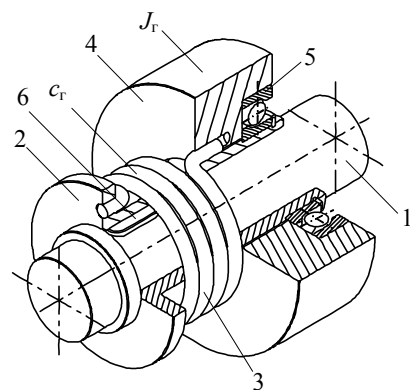
**динамічний віброгасник, теорія графів, прототип**

Динамічними віброгасниками коливань називають коливні системи, що приєднані до машини для зменшення її коливань за рахунок генерування додаткової динамічної дії. Такі пристрої використовують також для зменшення крутильних коливань частини машини у вигляді ділянки валопроводу або трансмісії. Відомі конструкції динамічних гасників крутильних коливань складаються з додаткової маси, що обертається відносно втулки і, зазвичай, закріплена на вхідному валу механізму. Між втулкою і масою існує пружний зв'язок, реалізований за допомогою пружини кручення (рис. 1).

Ефект вібропогашення при застосуванні наведеної конструкції можна пояснити на прикладі дослідження усталеного руху машини з жорсткими ланками, яке, при врахуванні статичної характеристики двигуна, зводиться до інтегрування диференційного рівняння [1, 2]

$$J(\varphi)\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}J'(\varphi)\dot{\varphi}^2 = M_{\text{дв}}(\varphi, \dot{\varphi}) + M_c(\varphi, \dot{\varphi}), \quad (1)$$

де  $\varphi$  — координата вихідної ланки двигуна, що обертається;  $J(\varphi) = J_{\text{дв}}(\varphi) + J_m(\varphi)$  — момент інерції, що складається з моменту інерції двигуна і зведеного моменту інерції машини;  $J'(\varphi)\dot{\varphi}^2 = dJ/d\varphi$ ;  $M_{\text{дв}}(\varphi, \dot{\varphi})$  — статична характеристика двигуна;  $M_c(\varphi, \dot{\varphi})$  — характеристика моменту сил опору.



**Рис. 1. Схема динамічного віброгасника крутильних коливань:** 1 – валопровід; 2 – втулка; 3 – пружина кручення; 4 – інерційна маса; 5 – підшипник; 6 – шпонка

При коливанні маси віброгасника з моментом інерції  $J_r$  і крутильною жорсткістю  $c_r$  відносно вала машини виникає пружний момент  $M_B$ , який діє на вал і дорівнює  $c_r\theta$  ( $\theta$  — кут повороту маси віброгасника відносно вала). При врахуванні цього моменту у рівнянні (1) отримано

$$J(\varphi)\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}J'(\varphi)\dot{\varphi}^2 = M_{\text{дв}}(\varphi, \dot{\varphi}) + M_c(\varphi, \dot{\varphi}) + c_r\theta. \quad (2)$$

Рівняння руху динамічного віброгасника має вигляд

$$J_r (\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}) + c_r \theta = 0, \quad (3)$$

де  $\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}$  — абсолютне кутове прискорення маси віброгасника.

Виходячи з припущення, що змінна  $\varphi$  пов'язана з частотою збудження  $\omega_0$ , часом  $t$  і фазовим кутом у виразом  $\varphi = \omega_0 t + \psi$ , а  $\theta$  — малий кут, отримано рівняння

$$J_0 \ddot{\psi} + (u + v) \dot{\psi} = L_{дв}(t) + L_m(t) + c_r \theta, \quad (4)$$

де  $u = -dM_{дв} / d\dot{\varphi}(\omega_0)$  — значення похідної від величини середнього рушійного моменту по кутовій швидкості в точці  $\omega = \omega_0$  (крутизна середньої статичної характеристики двигуна);  $v = -dM_c / d\dot{\varphi}(\omega_0)$  — крутизна характеристики середнього статичного моменту сил опору;  $L_{дв}(t)$  — періодична функція моменту сил збудження режиму рівномірного обертання, викликаного роботою двигуна;  $L_m(t)$  — періодична функція моменту сил збудження режиму рівномірного обертання, викликаного роботою передавального механізму.

За припущенням, що  $\ddot{\varphi} = \ddot{\psi}$ , запишемо рівняння (3) у вигляді

$$J_r \ddot{\theta} + c_r \theta + J_r \ddot{\psi} = 0. \quad (5)$$

Для визначення стаціонарного розв'язку системи рівнянь (4) і (5) доцільно записати їх в операторній формі, впровадивши оператор диференціювання  $p \equiv d/dt$ . За умови, що  $L_{дв}(t) \equiv 0$ , отримано

$$\left\{ \begin{aligned} [J_0 p^2 + (u + v)p] \psi - c_r \theta &= L_m(t), \\ J_r p^2 \psi + (J_r p^2 + c_r) \theta &= 0. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Розв'язок системи (6) має вигляд

$$\psi = \frac{J_r p^2 + c_r}{[J_0 p^2 + (u + v)p] (J_r p^2 + c_r) + J_r c_r p^2} L_m(t). \quad (7)$$

Якщо обмежитися врахуванням першої гармоніки моменту збудження  $L_m(t) \approx L_{m1} \cos(v_m t)$ , то для визначення функції  $\psi(t)$  можна використати амплітудно-частотну характеристику  $|\Psi(i\omega)|$  розв'язку (7), яку отримують при підстановці комплексної функції в оператор  $p \equiv i\omega$ :

$$\Psi(i\omega) = \frac{c_r - J_r \omega^2}{[-J_0 \omega^2 + (u + v)i\omega] (c_r - J_r \omega^2) - c_r J_r \omega^2}, \quad (8)$$

при цьому

$$\psi(t) = |\Psi(iv_m)| L_{m1} \cos(v_m t + \varepsilon), \quad (9)$$

де  $\varepsilon = \arg \Psi(iv_m)$ .

Таким чином, при приєднанні динамічного віброгасника амплітуда коливної складової кута  $\varphi$

$$|\psi(t)| = \left| \frac{c_r - J_r \omega_m^2}{[-J_0 v_m^2 + iv_m(u + v)] (c_r - J_r v_m^2) - c_r J_r v_m^2} \right| L_{m1}. \quad (10)$$

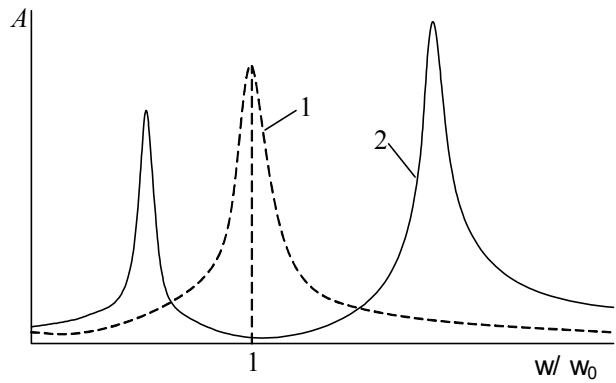


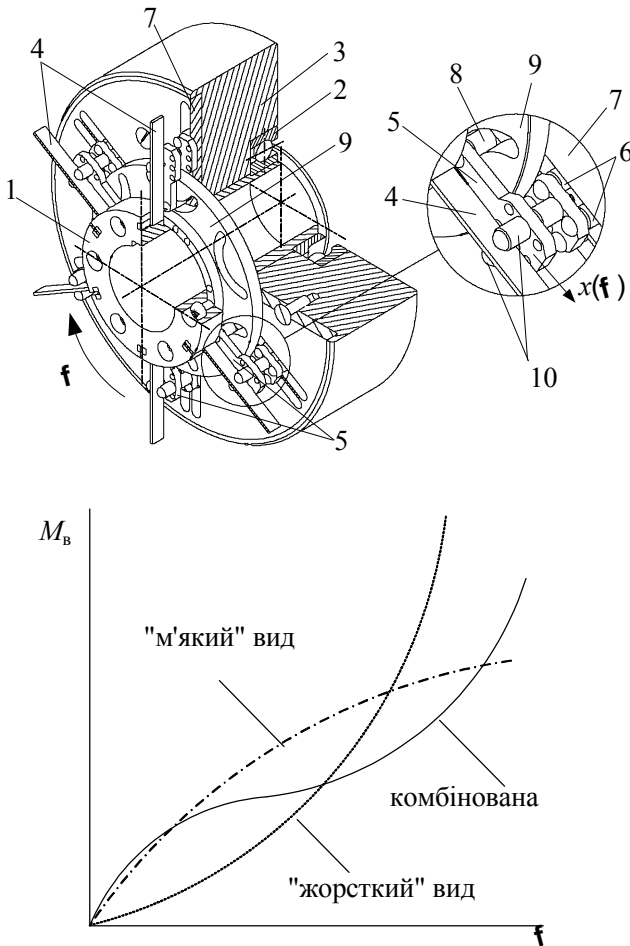
Рис. 2. Амплітудно-частотні характеристики коливної системи: 1 — без віброгасника коливаний; 2 — з динамічним лінійним віброгасником коливаний

Якщо встановити параметри віброгасника  $c_r$  і  $J_r$  таким чином, що  $c_r = J_r v_m^2$ , то амплітуда (10) дорівнює нулю, тобто стає можливим компенсувати дію однієї з гармонік моменту збудження. Через це застосовувати динамічні віброгасники доцільно у тих випадках, коли одна з гармонік домінує над іншими, що притаманне лише деяким механічним системам.

Поширене використання динамічних віброгасників крутильних коливаний стримується також декількома негативними явищами, пов'язаними з наявністю такого пристрою у коливній системі. Якщо не зважати на важливі для деяких механічних систем обмеження габаритів і маси, то основним негативним явищем вважають те, що динамічний лінійний віброгасник коливаний стає причиною виникнення двох резонансів зі значними амплітудами на частотах кратних частоті збудження системи  $\omega_0$  (рис. 2). Таке негативне явище може призвести до втрати робоздатності як віброгасника, так і системи у цілому. Керування силами опору, які діють на масу віброгасника, з метою зменшення резонансних амплітуд також не забезпечує позитивного ефекту. Як свідчать проведені дослідження, наявність значних сил опору зводиться до того, що у дійсності очікувана компенсація віброгасником певної гармоніки моменту збудження виявляється не повною [1, 2].

Відомі дослідження на математичних моделях коливних систем з динамічним віброгасником, який має нелінійну «жорстку» пружну характеристику Дюффінгівського типу, виявили можливість часткового розв'язання існуючої проблеми двох резонансних проявів [3]. Застосування такого віброгасника дозволяє отримати деякий зсув частотної області першого резонансу і зменшення його амплітуди при реалізації режиму нестійкого руху. Поблизу другого резонансу реалізується стійкий режим вібропогашення за умов, коли амплітуди пружної системи є малі, а амплітуди коливаний віброгасника — великі.

Вірогідною гіпотезою усунення негативних резонансних проявів, які притаманні лінійним динамічним віброгасникам, є розроблення і застосування динамічних віброгасників з цільовими нелінійними пружними характеристиками. Отже, розроблення нових або пристосування існуючих методів синтезу динамічних віброгас-



**Рис. 3. Нелінійний динамічний віброгасник крутильних коливань з МЗЗ:** а — схема конструкції; б — можливі пружні характеристики

ників з нелінійними пружними характеристиками, конструкторська реалізація прототипів і дослідження притаманних їм властивостей у складі коливної системи є актуальними і мають практичне значення.

Застосування теорії графів для аналізу існуючих пасивних віброізолюючих пристроїв і активних віброізолюючих систем (АВС) дозволило сформулювати основні принципи структурного синтезу пасивних віброізолюючих пристроїв нового типу, функціональні можливості яких наближені до АВС [4]. Розширення функціональних можливостей досягається шляхом реалізації у їхній структурі зворотного зв'язку у вигляді механічного контуру, внаслідок чого такі структури отримали назву – пасивні віброізолюючі пристрої з механічним зворотним зв'язком (ПВП з МЗЗ). Проведені дослідження впливу ПВП з МЗЗ на коливні процеси в механічних системах показали, що реалізація цільових пружних характеристик дозволяє подолати резонанс в обох напрямках його проходження без розвитку коливань з критичними амплітудами [5, 6]. Практична реалізація досліджень зведена до методики синтезу ПВП з МЗЗ на основі графових моделей, що забезпечує оптимальний синтез прототипу і його подальшу конструкторську реалізацію [7].

Прикладом застосування наведеної методики є синтезована конструкція, яка складається з втулки 1, навколо якої обертається інерційна маса 2 (рис. 3а). Для зменшення моменту опору між ними встановлений підшипник кочення 3. Пружні елементи 4 консольно закріплені на втулці 1. Штовхач 5 забезпечує взаємодію між інерційною масою 2 і пружними елементами 4 втулки 1. Напрямні ролики 6 штовхача 5 забезпечують його радіальне переміщення у напрямних радіальних пазах диска 7, який жорстко зв'язаний з інерційною масою 2. Опорний ролик 8 штовхача 5 контактує з поверхнею криволінійних пазів у диску 9, який закріплений на втулці 1, внаслідок чого штовхач 5 і диск 9 утворюють кулачковий механізм з кінематичним замиканням.

Ролики 10 контактують з поверхнею пружного елемента 4, що забезпечує розподіл навантаження по лінії, перпендикулярній до осі пружного елемента. Пристрій може мати захисний кожух для захисту поверхонь тертя і підшипника від забруднення.

Дія однієї з гармонік моменту збурення на ділянці валопроводу, з'єднаного з втулкою 1, спричиняє деформацію (згин) пружного елемента 4, при цьому втулка 1 повертається відносно інерційної маси 2 на кут  $\varphi$ . На аналогічний кут, внаслідок жорсткого зв'язку з втулкою 1, обертається і диск з криволінійними пазами 9. Контакт опорного ролика 8 штовхача 5 з поверхнею криволінійного пазу диска 9 викликає радіальне переміщення  $x(\varphi)$  штовхача 5, оскільки ролики 6 штовхача 5 переміщуються у радіальних напрямних пазах диска 7 інерційної маси 2. Радіальне переміщення штовхача 5 забезпечує кероване переміщення лінії прикладання навантаження (роликів 10) вздовж консольно закріпленого пружного елемента 4, що спричиняє керовану нелінійну зміну пружної характеристики у широкому діапазоні (рис. 3, б).

На основі проведених досліджень зроблено наступні висновки:

1. Опрацьовано методику синтезу пасивних віброізолюючих пристроїв з МЗЗ, що може застосовуватись для структур динамічних гасників крутильних коливань з нелінійними пружними характеристиками, а також для подальшої конструкторської реалізації прототипів.

2. Застосування в якості системи керування пружними характеристиками зворотного зв'язку у вигляді кулачкового механізму дозволяє отримати різноманітні пружні характеристики змінюючи форми профілю кулачка (криволінійної проточки диска 9), що забезпечує необхідний алгоритм керування.

Метою подальших досліджень є доповнення опрацьованої методики синтезу пасивних віброізолюючих пристроїв з МЗЗ елементами, що притаманні синтезу динамічних гасників крутильних коливань з розширеними функціональними можливостями, які забезпечують надійність керування їхніми пружними характеристиками.

Для цього потрібно розв'язати такі наукові і конструкторські задачі:

- дослідити вимушені крутильні коливання системи з нелінійним динамічним гасником для уточнення математичної моделі, що відображує зміну пружної характеристики і забезпечує визначення оптимальних параметрів гасіння для компенсації збурюючих моментів;

- провести дослідження спроможності системи керування запропонованого пристрою (рис. 3, а) реалізувати обґрунтовану цільову пружну характеристику;

- провести дослідження впливу тертя, яке виникає у відповідних складових пристрою, на його роботоздатність і ефективність віброгасіння;

- провести дослідження обмежень функціонування, пов'язаних з кутом тиску у кулачковому механізмі, при використанні його для керування пружними характеристиками пристрою.

Розв'язання сформульованих науково-практичних задач дозволить забезпечити розроблення і впровадження у промисловість України нелінійних динамічних віброгасників з розширеними функціональними можливостями.

### Література

1. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. – М.: Наука, 1976. – 480 с.

2. Левитский Н.И. Колебания в механизмах. – М.: Наука, 1988. – 336 с.

3. Михлин Ю.В., Перепелкин Н.В. Динамика неидеальных механических систем и гашение резонансных колебаний // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій [Текст]. Збірник наукових праць / Дніпропетровський національний університет. – Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2009. – Вип. 13. – С. 193–196.

4. Сидоренко І. Структура і класифікаційні ознаки пасивних віброізолюючих пристроїв з механічним зворотним зв'язком // Машинознавство. – № 12. – 2006. – С. 24–28.

5. Сидоренко І.І., Гутыря С.С. Вимушені коливання механічної системи з двома ділянками комбінованої пружної характеристики // Вісн. Східноукр. ун-ту. – Вип. 6(124). – Часть 2. – Луганськ: СНУ. – 2008. – С. 77 – 83.

6. Сидоренко И.И. Свободные колебания пассивных виброизолирующих устройств с механической обратной связью / Сидоренко И.И., Гутыря С.С., Носко П.Л. // Вісн. Східноукр. ун-ту. – Вип. 6 (124). – Часть 2. – Луганськ: СНУ. – 2008. – С. 29 – 36.

7. Сидоренко І. Синтез пасивних віброізолюючих пристроїв з використанням теорії графів // 9-й Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Праці. – Львів: КИПАТРИ ЛТД. – 2009. – С. 178 – 180.

Отримана 24.10.10

I. Sydorenko, S. Gutyrya

**Basis of synthesis of nonlinear dynamic vibroextinguisher of turning vibrations**

Odesa National Technical University, Odesa

*The theoretical aspects of counter-vibe the use of linear dynamic extinguisher of turning vibrations are considered. On the method of synthesis of passive vibroinsulating devices construction on the basis of theory of the graphs is offered and principle of action of nonlinear dynamic extinguisher of turning vibrations is described. Conclusions are formulated, the tasks of subsequent researches are certain.*

---

## Диспор.нація

### XVI INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHANICS OF COMPOSITE MATERIALS

May 24 — 28, 2010  
Riga, Latvia

The present Conference follows the previous meetings in this series held in Riga from 1965 to 2008. The XVI International Conference intends to keep the customary themes of discussion. Traditionally on the Riga conferences, the number of participants is approximately 250 from many countries. So, the conference offers a good opportunity to meet colleagues from all over the world. The meeting history is available on the Conference website.

#### CONFERENCE SCIENTIFIC SECRETARY:

**Dr. K. Cirule, Institute of Polymer Mechanics,**

**University of Latvia**

23 Aizkraukles St., Riga, LV 1006, Latvia

phone: +371-67543121,

mob. phone: +371-29662710,

fax: +371-67820467;

**e-mail: [cirule@pmi.lv](mailto:cirule@pmi.lv)**

**<http://www.pmi.lv/html/Conflnf.htm>**