

**М. Ткачук**

Інженер-механік

**А. Грабовський**

Інженер-механік

**М. Ткачук**

Професор, д-р техн. наук

Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут»,  
м. Харків

**І. Артёмов**

Інженер-механік

**Е. Барчан**

Канд. техн. наук

Головний спеціалізований  
конструкторсько-технологічний  
інститут, м. Маріуполь

УДК 531.8:621.747

## ПІДХІД ДО ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ УДАРНОЇ СИЛИ У ВІБРОУДАРНІЙ СИСТЕМІ

*Запропонований новий підхід до моделювання віброударної системи і критерії для оцінювання невідповідності моделі контактної взаємодії в системі. Показана застосовність такого підходу на прикладі розрахунково-експериментального дослідження реальної вибивної машини.*

**віброударна система, моделювання, ідентифікація**

**Вступ.** Динаміка віброударних машин – специфічна область механіки та машинознавства. З одного боку, їх коливання мають дуже складний характер. З іншого боку, динамічний процес має бути змодельований з високою точністю, оскільки йдеться про надійність конструкції таких машин. Зокрема, для оцінювання довговічності таких конструкцій потрібна точна оцінка сил, що діють на її елементи. Це спонукало до розроблення нової динамічної моделі для визначення сил у віброударній системі, яка запропонована у цій статті. Модель розроблена для важконавантаженої віброударної вибивної машини. Такі машини використовують для відділення вилівка із запеченої піщано-глинистої грудки. Для динаміки цих машин велике значення мають два чинники. Перший чинник – це удар у вибивній машині. Він відбувається тоді, коли важкі вилівки вступають у контакт з вибивною машиною, що коливається, і характеризується високою швидкістю взаємодії та високими ударними навантаженнями. Іншим чинником є руйнування її форми. При кожному зіткненні деяка кількість піску розпушується і

обсипається. При такому руйнуванні частина піску і, відповідно, якась частина кінетичної енергії втрачаються.

Таким чином, розроблена модель базується на двох явищах. Пропонується новий підхід до їх дослідження. Головною рисою такого підходу є те, що він дозволяє знайти невідому силу ударної взаємодії, що є характерною для такого класу механічних систем.

У більшості конструктивних елементів вибивної машини легко і чітко визначаються механічні властивості. Значення таких параметрів, як маса рами машини, жорсткість пружних опор та демпферів, відомі і контролюються конструктором. Невизначеність виходить від двох згаданих вище чинників: ударної взаємодії і дисипації енергії. Кількісне значення сили удару є ключовим при описі такого явища. Це залежить від багатьох різних чинників, деякі з яких значною мірою є випадковими. У літературі [1 – 6] існуючі моделі лише постулювали деякі закони спрощеними виразами цієї залежності. Такий емпіричний підхід не може детально охопити важливі характеристики досліджуваного процесу, а саме

тривалість ударної дії, амплітуду та час розподілу сили удару й кількість енергії, що розсіюється при зіткненні, за всіх можливих умов взаємодії.

**1. Опис підходу.** Опис підходу наведений для віброударної системи, що складається з двох тіл, яка зображена на рис. 1. Розглядається опис лише вертикальних коливань елементів вибивної машини. Таке подання віброударної системи відображає всі якісні особливості цієї взаємодії.

Перше тіло  $m_1$  можна розглядати як вибивну машину. Вона спирається на пружні опори жорсткістю  $C_1$  і демпфери в'язкості  $H_1$ . Коливання відбуваються під дією періодичної сили  $A \sin \omega t$ . У реальній машині коливання створюються за рахунок обертання дебалансових валів. Друге тіло  $m_2$  представляє виліток. Воно періодично падає на перше тіло і підкидається назад угору. Тому існує нелінійний односторонній зв'язок між цими двома тілами, який включається лише при контакті.

Відповідно до запропонованого підходу вигляд залежності впливу такої сили не постулюється і спочатку невідомий. Модель для сили удару отримується в результаті виконання процедури ідентифікації на основі спеціально розроблених критеріїв перевірки.

**2. Опис моделі.** Ця процедура починається з опису загальної моделі, яка створена спочатку і не міняється в процесі визначення. По-перше, вона описує відому частину досліджуваного об'єкта. Для заданої віброударної системи рівняння руху можуть бути записані так:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{w}_1 + C_1 \dot{w}_1 + H_1 w_1 + A \sin \omega t + m_1 g + F = 0, \\ m_2 \ddot{w}_2 + m_2 g - F = 0. \end{cases} \quad (1)$$

По-друге, деякі властивості спочатку передбачаються такими, що постулюються для розробленої моделі, або шуканими. У такому випадку йдеться лише про невідому силу ударної взаємодії  $F$ . Основне припущення полягає в тому, що сила залежить від взаємопроникнення

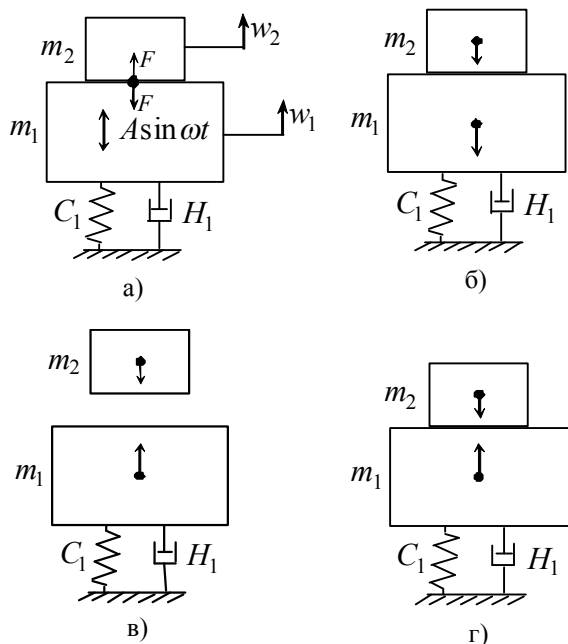


Рис. 1. Віброударна система, що складається з двох тіл

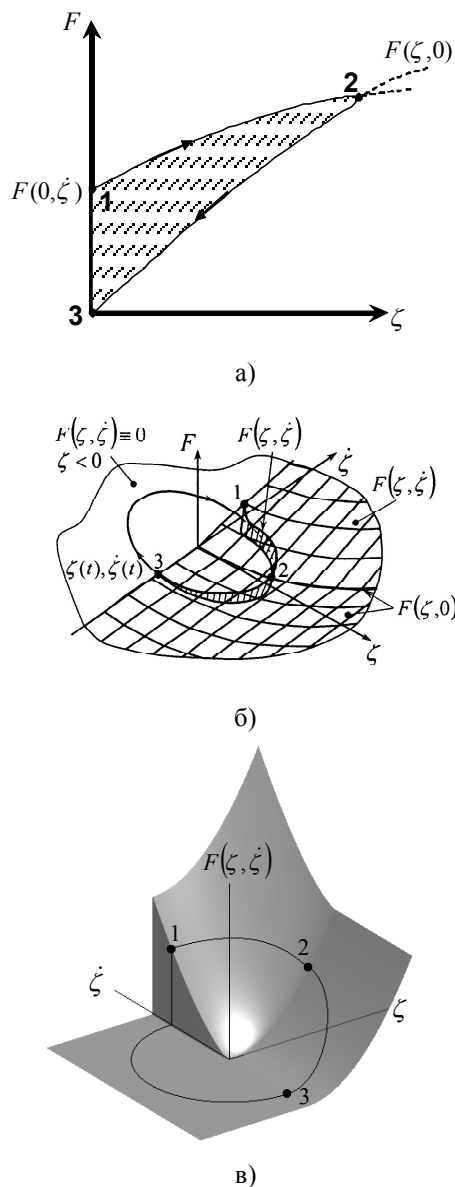


Рис. 2. Сила ударної взаємодії для одного удару (а) і загальний вигляд в'язкопружної сили (2), що задовольняє умови (3) – (6) (б, в)

$\zeta = w_1 - w_2$  цих двох тіл і швидкості зближення  
 $\dot{\zeta} = \dot{w}_1 - \dot{w}_2$ :

$$F = F(\zeta, \dot{\zeta}) \quad (2)$$

Передбачається, що проміжний в'язкопружний шар має механічні властивості, як показано на рис. 2. Цей шар фактично здійснює пружну деформацію вилітків і дисипацію енергії. Деякі додаткові умови можуть бути сформульовані на підставі подання невідомої взаємодії (2). Таким чином, природно впливає виконання ще двох умов:

$$F = 0, \quad \zeta < 0, \quad (3)$$

$$F \geq 0. \quad (4)$$

Перша виражає той факт, що контактна сила зникає, коли немає взаємопроникнення тіл (контакт відсутній).

Друга витікає з природного припущення, що сила між виливком і машиною не є сталою.

Інша властивість  $F$  визначається з початкових умов впливу швидкості взаємопроникнення. Залежність  $F$  від  $\dot{\zeta}$  вводиться для того, щоб ввести дисипативне руйнування виливків, яке зв'язується з в'язкопружністю шару. Ми вважаємо, що пошкодження і відділення частин піщано-глинистої грудки від литва відбувається лише тоді, коли швидкість проникнення додатна. Це означає, що від'ємні значення  $\dot{\zeta}$  не впливають на силу удару

$$F(\zeta, \dot{\zeta}) = F(\zeta, 0), \quad \dot{\zeta} < 0. \quad (5)$$

Також гарантується дисипативність шляхом введення ще однієї умови, зв'язаної зі швидкістю проникнення:

$$F(\zeta, \dot{\zeta}) > F(\zeta, 0), \quad \dot{\zeta} > 0. \quad (6)$$

Вплив цих умов на характер взаємодії показаний на рис. 2.

Розглянемо один удар, зображений на рис. 2. Точка 1 на цій діаграмі відповідає моменту часу  $t_1$ , коли тіла вступають у контакт ( $\zeta(t_1) = 0$ ) з деякою додатною швидкістю зближення  $\dot{\zeta}(t_1) > 0$ . У цей момент спостерігається стрибок сили  $F$  від 0 до скінченного додатного значення в контакті  $F(\zeta(t_1), \dot{\zeta}(t_1)) = F(0, \dot{\zeta}(t_1)) > F(0, 0) = 0$  після удару. Проникнення зростає до тих пір, поки сили відштовхування не зупиняють рух двох тіл одне назустріч одному, до часу  $t_2$ , і відповідає точці 2 на діаграмі. На цей момент при відносній зміні швидкості знак з додатного змінюється на від'ємний, отже,  $\dot{\zeta}(t_2) = 0$ . Далі в'язка сила набуває нульового значення, і відповідно до кривої  $F(\zeta, 0)$  (5) прямує до точки 3, у якій два тіла відокремлюються, а контактна сила зникає.

Слід зазначити, що в'язко-пружна складова сили присутня на відрізку 1–2, після чого зникає і на відрізку 2–3. В разі контакту закон взаємодії (2) задовольняє умову (6). Цей факт гарантує додатність гістерезису сили удару і апіорну дисипативність такої моделі. Рис. 2 показує пояснений вище вплив обмежень (3)–(6) в двовимірному фазовому просторі для однієї фазової траєкторії типового зіткнення.

**3. Параметричне наближення.** При заданому початковому наближенні сили ударної взаємодії можна скласти процедуру ідентифікації невідомих коефіцієнтів у розкладанні  $F$ . Вони вибираються у вигляді залежності від проникнення  $\zeta$  і швидкості взаємодії  $\dot{\zeta}$ , які задовольняють умови (3)–(6). При такому підході ця функція шукається у вигляді розкладання в області  $\zeta > 0$ ,  $\dot{\zeta} > 0$  (для всіх інших значень  $\zeta$  і  $\dot{\zeta}$  у розкладанні сили ударної взаємодії – згідно з виразами (3) і (5)). Зокрема, пропонується подати її у вигляді поліноміального розкладу

$$\begin{cases} F^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta}) = \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \dot{\zeta} + \alpha_3 \zeta \dot{\zeta} + \dots, & \zeta, \dot{\zeta} > 0; \\ F^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta}) = F^{\wedge}(\zeta, 0), & \dot{\zeta} < 0; \\ F^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta}) = 0, & \zeta < 0. \end{cases} \quad (7)$$

У цьому поданні невідомими є коефіцієнти  $\alpha_i$ , які потребують визначення.

Наближений закон залежності сили ударної взаємодії визначається виразом (7), який потрібно задовольнити. Це досягається шляхом порівняння результатів числового моделювання, отриманих для наближеної моделі ударної взаємодії, і експериментальних даних.

**4. Критерії верифікації.** Для перевірки апроксимації (7) потрібно вибрати критерії верифікації. Можна вибрати різні варіанти ідентифікації, які дозволяють оцінити розбіжність між передбаченим наближенням і реальною поведінкою, що спостерігається в експерименті. Можна порівнювати різні динамічні параметри. У запропонованому підході порівнюються часові розподіли і закон зміни в часі сили ударної взаємодії з експериментальними даними. Основний акцент зосереджений на стаціонарному режимі коливань, оскільки на ньому машина працює основний час і саме на ньому виникають максимальні навантаження. Розглянемо два розподіли сили ударної взаємодії в часі для сталих коливань з частотою  $\nu = 2\pi\omega$  і періодом  $T = 1/\nu$ , зображені на рис. 3. Одна крива  $F_E$  отримана з експерименту. Інша  $F_N$  визначається з числового моделювання і зі всіма відомими параметрами має бути ідентична експериментальній шляхом деякого наближення моделі ударної взаємодії варіюванням вагових коефіцієнтів  $\alpha_i$ . На графіку обидва розподіли сили поєднані за часом початку удару  $t^*$ . Різниця між додатним значенням  $F_E(t)$  і  $F_N(t)$ , а також тривалість імпульсів  $\tau_E$  і  $\tau_N$ , отриманих шляхом експериментальних досліджень і як результати числового моделювання, мають важливе значення для верифікації.

Для того, щоб виміряти цю невідповідність, вводиться декілька функціоналів від розподілу  $F_E(t)$  і  $F_N(t)$  у часі:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\max |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}|}{\max |F_E^{\wedge}|}; \quad I_2 = \frac{\int |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}| dt}{\int |F_E^{\wedge}| dt}; \\ I_3 &= \sqrt{\frac{\int (F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge})^2 dt}{\int (F_E^{\wedge})^2 dt}}; \\ I_4 &= \frac{\int |\text{sign}(F_N^{\wedge}) - \text{sign}(F_E^{\wedge})| dt}{\int \text{sign} F_E^{\wedge} dt} = \frac{|\tau_N - \tau_E|}{\tau_E}. \end{aligned} \quad (8)$$

Ці функціонали мають такі властивості норми:

$$I_k \geq 0 \quad \forall F_N^{\wedge}, F_E^{\wedge}, k; \quad (9)$$

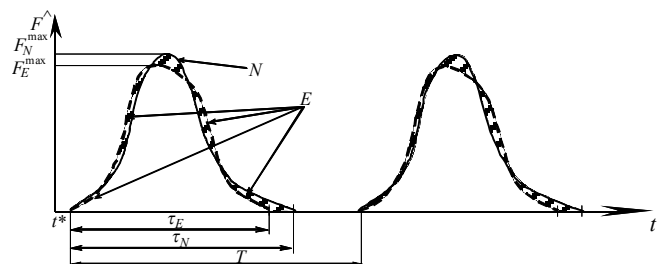


Рис. 3. Схематичне відображення розподілу сили ударної взаємодії, отримане чисельно і експериментально

$$I_k = 0 \Rightarrow F_N^{\wedge} \equiv F_E^{\wedge}, k = 2, 3. \quad (10)$$

Чим менша похибка невідповідності числових результатів і експериментальних досліджень, тим точніше наближення (7) при певному наборі параметрів  $\alpha_i$  для реального наближення віброударної сили.

**5. Верифікація.** Визначаються параметри  $\alpha_i$  наближеної моделі, що приводять до мінімуму невідповідностей за однією з норм (8). Вибір функціоналів є необхідним і важливим етапом досліджень. Для ілюстрації розглянемо модельну задачу.

Припустимо, що сила ударної взаємодії

$$F^{\wedge} = \bar{\alpha}_1 \zeta + \bar{\alpha}_2 \dot{\zeta}, \quad (\zeta, \dot{\zeta}) > 0, \quad (11)$$

з відомими (заданими)  $\bar{\alpha}_1 = 2.06 \cdot 10^8$  Н/м,  $\bar{\alpha}_2 = 1.28 \cdot 10^7$  Н·с/м. У цій штучно створеній ситуації наближення (7) лише два члени ряду апроксимує «еталонний» розподіл сили у випадку  $\alpha_1 = \bar{\alpha}_1$  і  $\alpha_2 = \bar{\alpha}_2$ . Розглянемо чутливість функціоналів  $I_k$  для ідентифікації параметрів. Відомо, що якщо  $I_k(\alpha_1, \alpha_2) = 0$ , то для цих значень коефіцієнтів  $F(\zeta, \dot{\zeta})$  збігається з  $F^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta})$ , і, отже,  $F_E(t) = F_N(t)$  (числове моделювання збігається з експериментальною кривою  $F_E(t)$ ).

На рис. 4 показані значення для  $I_k(\alpha_1, \alpha_2)$  в області значень  $\alpha_1 \in [1.03 \cdot 10^8, 3.09 \cdot 10^8] \times \alpha_2 \in [0.64 \cdot 10^7, 1.92 \cdot 10^7]$ . Слід зауважити, що функціонали  $I_2$  та  $I_3$  мають мінімум при  $\alpha_1 = \bar{\alpha}_1$ ,  $\alpha_2 = \bar{\alpha}_2$ . А функціонали  $I_1$  та  $I_4$  демонструють погану чутливість до зміни заданих параметрів, що створює труднощі у здійсненні процедури мінімізації. Ситуація може бути покращена введенням альтернативного функціонала  $I_0 = (I_1 + I_4)/2$ . Така їх комбінація має кращу збіжність, що можна побачити на рис. 5.

У разі вдалого вибору функціональної норми можна отримати стабільний за збіжністю процес ідентифікації. Мінімізація може бути виконана пришвидшеним методом спрямованого опускання. Зокрема, вибір функціонала  $I_2$  приводить до наступних результатів (рис. 6, рис. 7). На рис. 6 наведений ітераційний процес. На рис. 7 показані криві збіжності сили  $F_N(t)$  до її «еталонного» значення.

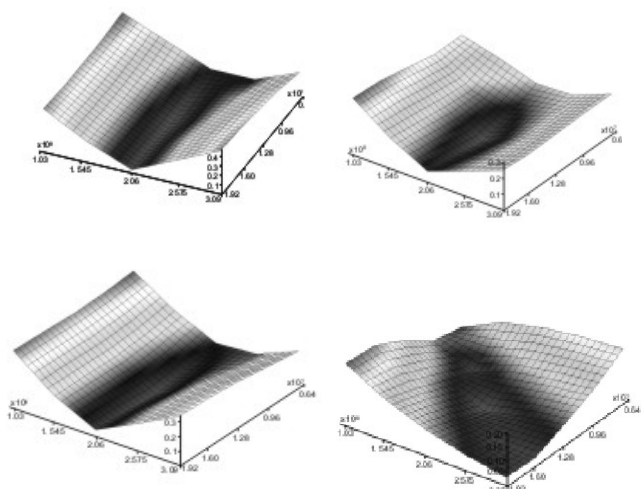


Рис. 4. Візуалізація різних норм  $I_1$  (а),  $I_2$  (б),  $I_3$  (в),  $I_4$  (г)

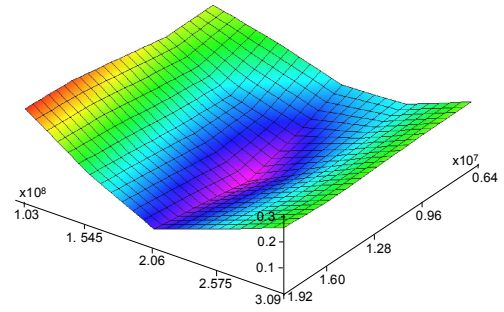


Рис. 5. Альтернативний функціонал  $I_0 = (I_1 + I_4)/2$

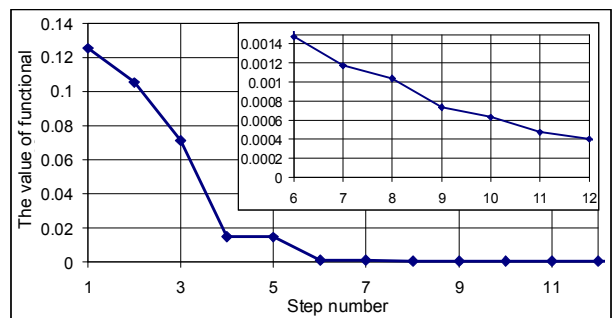
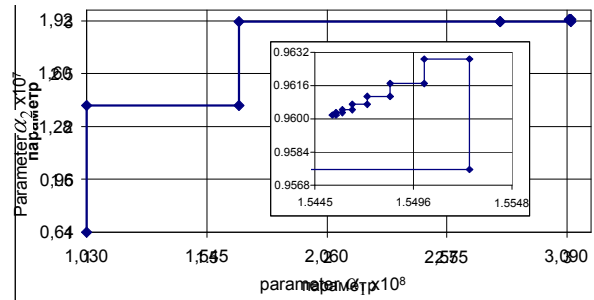


Рис. 6. Ітераційний процес мінімізації для  $I_2$

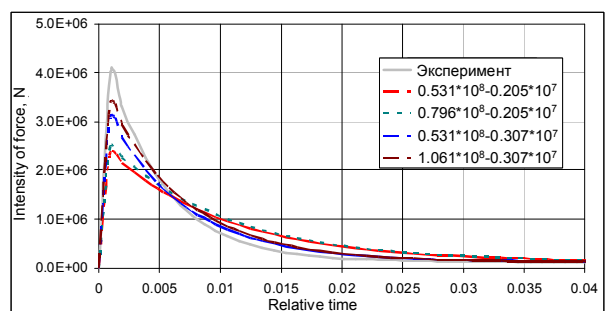


Рис. 7. Апроксимація сили ударної взаємодії для низки ітерацій наближення до її точного розподілу

Процедура перевірки наведена для однієї моделі, проте проблеми збіжності для неї аналогічні, як і для двох інших функціоналів  $I_3$  та  $I_0$ , описаних вище. Таким чином, функціонали  $I_2$ ,  $I_3$  або  $I_0$  у загальному випадку можуть бути вибрані як критерії ідентифікації.

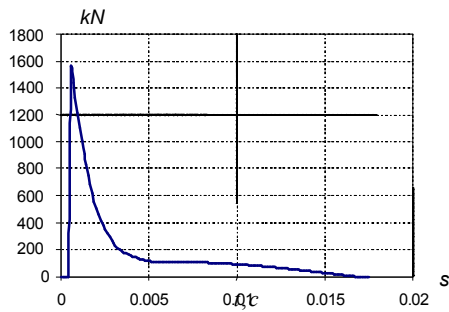


Рис. 8. Передбачуваний характер часового розподілу сили удару за наближеною моделлю

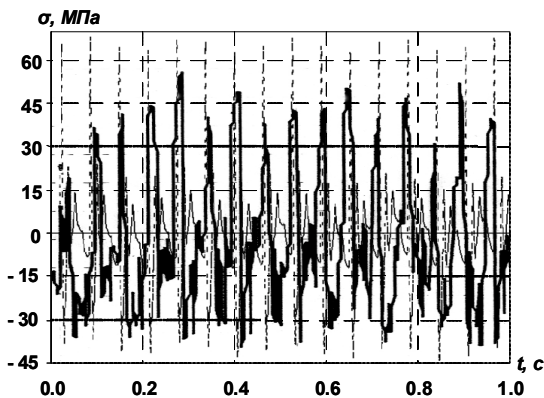


Рис. 9. Порівняння числового моделювання і експериментальних напружень у контрольованих точках у вибивній машині в часі

**Реалізація підходу.** Запропонований підхід був використаний для ідентифікації моделі удару у вибивній машині, призначеній для встановлення у складі автоматизованої ливарної лінії на ВАТ «Азовмаш». Для опису внутрішньої сили ударної взаємодії був вибраний поліном 2-го степеня з чотирма членами.

Запропоноване наближення відображає багато ключових особливостей реальної взаємодії, яка була запропонована як результат ідентифікації [7]. Зокрема, нелінійні члени дозволяють змістити максимум сили удару від початку зіткнення ближче до середньої частини (рис. 8).

Зрештою була побудована модель, яка добре узгоджується з експериментальними даними. Рис. 9 показує розбіжність експериментальних і розрахункових значень напружень у вибивній машині в контрольованих точках у ході перевірки [7]. У результаті модель дозволяє досить точно отримати параметри динаміки розглянутої віброударної системи, такі як тривалість дії імпульсу, амплітуди пришвидшень і сили у вибивній машині з точністю 11 – 18 % [7].

Одержані результати досліджень покладені в основу досліджень при розробленні конструкції вибивної машини (рис. 10).

**Висновки.** Запропонований новий підхід до моделювання внутрішньої сили у віброударній системі.

Основні особливості цього підходу, а також ключові результати полягають у наступному.



Рис. 10. Вібраційна машина з дебалансним приводом

1. Запропонований підхід не постулює внутрішню силу ударної взаємодії, а пропонує процедуру верифікації для її визначення.

2. Підхід дозволяє в ході ідентифікації врахувати особливості динамічного процесу, зокрема, часткове руйнування вибиваної піщано-глинистої форми вилівка. Це ефективно моделює нелінійний в'язко-пружний шар.

3. Запропоновані різні критерії перевірки точності моделювання внутрішньої сили ударної взаємодії. Це було проілюстровано на перевірочній модельній задачі.

4. Застосовність запропонованого підходу була показана при числовому й експериментальному дослідженні реальних вибивних машин. Це дозволило добитися високої точності при описі її динамічних характеристик.

Запропонований підхід можна розширити на широкий клас віброударних систем і використати для їх аналізу і синтезу. Крім цього, як напрями подальших досліджень пропонується визначити вплив динамічних навантажень на поведінку вібромашини при зміні масово-жорсткісних характеристик металоконструкції машини і технологічного вантажу. Ще одним напрямом досліджень є моделювання просторового руху машини та вантажу як тіл з шістьма ступенями вільності кожне. При цьому характер ударної взаємодії буде залежати від умов зустрічі більш складним чином. Ще один напрямом досліджень – моделювання сили ударної контактної взаємодії залежно від механічних та фізико-механічних властивостей піщано-глинистої суміші, з якої складається форма, а також від геометричної форми, розмірів та властивостей матеріалу самої деталі, що виготовляється, та у процесі вибивання звільняється від решток форми. Також важливим завданням є пошук стійких періодичних рухів за різних параметрів дослідної віброударної системи та різних початкових умов у цій системі.

### Література

1. *Вибрации в технике: Справочник / Т. 4. Вибрационные процессы и машины.* – М.: Машиностроение, 1981. – 512 с.
2. *Бабицкий В.И. Теория виброударных систем: Приближенные методы.* – М.: Наука, 1978. – 352 с.

3. Иванов А.П. Динамические системы с механическими соударениями. – М.: Международная программа образования, 1997. – 336 с.

4. Баженов В.А. Сравнительный анализ способов моделирования контактного взаимодействия в виброударных системах / В.А.Баженов, О.С.Погорелова, Т.Г.Постникова, С.Н.Гончаренко // Проблемы прочности. – 2009. – № 4. – С. 69-77.

5. Баженов В.А. Численные исследования динамических процессов в виброударных системах при моделировании удара силой контактного взаимодействия / В.А. Баженов, О.С. Погорелова, Т.Г. Постникова, О.А. Лукьянченко // Проблемы прочности. – 2008. – № 6. – С. 82-90.

6. Герега И.И. Взаимодействие рабочей нагрузки с рабочим органом в ударно-вибрационных машинах / И.И. Герега / Проблемы прочности. – 1995. – № 4. – С. 74 - 82.

7. Барчан Є.М. Удосконалення методів розрахунку та конструкції вибивної транспортуючої машини для

формувань ліній крупного литва / Є.М. Барчан, І.В. Артьомов, А.В. Грабовський // Вісник Нац. техн. ун-ту “ХПІ”. Зб. наук. пр. Тематичний випуск: “Транспортное машиностроение”. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2010. – № 19. – С. 18 – 34.

Отримана 26.05.11

М. Tkachuk<sup>1</sup>, A. Grabovsky<sup>1</sup>, M. Tkachuk<sup>1</sup>, I. Artemov<sup>2</sup>, E. Barchan<sup>2</sup>

**The approach to the identification of models for determining the shock force in the vibroshock system**

<sup>1</sup>National Technical University “KhPI”, Kharkiv;

<sup>2</sup>Head Specialized Design and Technological Institute, Mariupol

*The new approach to vibroshock system modeling is offered in this work. The criteria for estimation of contact interaction model discordance in the system are suggested. Applicability of such approach is shown on example of real knock-out machine computation and experimental research.*

## Дисертация

Міжнародній науково-технічна конференція

### ДИНАМІКА, НАДІЙНІСТЬ І ДОВГОВІЧНІСТЬ МЕХАНІЧНИХ І БІОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

5 — 9 вересня 2011 р., м. Севастополь

#### Тематика конференції:

- динаміка і міцність, надійність і довговічність механічних і біомеханічних систем;
  - математичне моделювання в теоретичній і прикладній механіці;
  - нелінійні коливання, хаотичний рух і самоорганізація в механічних системах;
    - механіка нелінійних процесів пружно-пластичної деформації;
    - матеріали конструкцій і методи їх дослідження;
- методи і прилади контролю робочого стану агрегатів та їхніх елементів, діагностика технічного стану механічних систем;
  - приводи машин і механізмів та їхні елементи;
  - біомеханічні системи;
- технологічне обладнання та процеси обробки елементів механічних і біомеханічних систем;
  - технічне регулювання, стандартизація, розробка методів, норм, методик розрахунків і випробувань механічних і біомеханічних систем.

#### Адреса оргкомітету:

СевНТУ, МНТК «Привод 2011»,  
вул. Університетська, 33, м. Севастополь, 99053

**Телефони:** (0692) 43-52-10; (0692) 43-52-24, (0692) 43-51-61; (0692) 67-40-84

**E-mail:** [valesan@list.ru](mailto:valesan@list.ru) ; [vpahaliuk@gmail.com](mailto:vpahaliuk@gmail.com) ;  
[apolyakov.mail@gmail.com](mailto:apolyakov.mail@gmail.com)