

УДК 539.4

І. Ориняк

Професор, докт. техн. наук,
Інститут проблем міцності
ім. Г. С. Писаренка НАН України,
м. Київ

І. Лохман

ДК «Укртрансгаз»,
м. Київ

А. Богдан

Канд. техн. наук,
Інститут проблем міцності
ім. Г. С. Писаренка НАН України,
м. Київ

ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ БАЛКИ, КІЛЬЦЯ ТА ОБОЛОНКИ ДЛЯ АНАЛІЗУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ТРУБОПРОВОДІВ У ЗОНАХ ЇХ БАЛАСТУВАННЯ ТА ОПИРАННЯ

Стаття присвячена розрахунку локального напруженого стану трубопроводів у зонах їх баластування та опирання. Основна ідея розв'язку полягає в розгляді загальних диференціальних рівнянь для трубопроводу як оболонки та їх розв'язуванні з використанням частинних розв'язків для моделей трубопроводу як балки і кільця. Зокрема, знайдено вирази для знаходження додаткових локальних напружень, які виникають в трубопроводі з утяжувачами, що розміщені по всій довжині трубопроводу та за наявності ненавантажених ділянок. Отримані результати використані в оболонковій моделі труби для пошуку локальних напружень з врахуванням крайових ефектів, що виникають на межі переходу між ділянкою з утяжувачами та ненавантаженою ділянкою.

оболонка, напружений стан, трубопровід

Вступ. Магістральні трубопроводи при проектуванні моделюються як балки, розрахунок яких на міцність виконується методами будівельної механіки [1]. Не є виключенням і ділянки, де використовуються утяжувачі, призначені для баластування трубопроводу. Гранична вага (стримувальна здатність) утяжувачів і відстань між ними визначаються з умов рівності глобального згинального моменту в балці його критичному значенню [2 – 4].

Разом з тим у місцях опирання утяжувачів виникає локальний напружений стан, що характеризується локальними згинальними моментами в трубопроводі як оболонці і відповідною зміною форми поперечного перерізу (овалізацією). Існує думка [5], що такі додаткові напруження не є суттєвими, а тому немає необхідності як в їх розрахунку, так і в нормуванні (визначенні допустимих величин). Ця думка підтверджується

експериментальними дослідженнями [5], де ілюструється, що вага землі над трубопроводом не впливає на критичне значення тиску. Зважаючи на це, у вітчизняній науково-практичній літературі майже відсутні дослідження випадків, які призводять до локальних згинальних моментів.

Однак як заперечення на загальноприйняте уявлення щодо відсутності потреби в аналізі локального напруженого стану трубопроводів у зонах їх баластування і опирання відмітимо наступне:

– аналіз напруженого стану трубопроводів з дефектами форми поперечного перерізу [6] показує, що додаткові напруження можуть бути суттєвими у порівнянні з номінальними напруженнями від внутрішнього тиску, хоча розгляд таких задач у геометрично нелінійній постановці дещо знижує їхній вплив;

– трубопроводи часто піддаються додатковому навантаженню від транспорту, що їх перетинає, в результаті чого виникають додаткові локальні (оболонкові) напруження, методи розрахунку яких і величини нормуються в стандартах інших країн [7];

– з практичних спостережень відомо про досить часту наявність стрес-корозії в зонах розташування утяжувачів, а також швидший розвиток стрес-корозійних дефектів на ділянках з більшою вагою землі [8];

– той факт, що вага землі не вплинула на критичне значення тиску [5] може пояснюватись тим, що при великому значенні тиску отримані додаткові напруження при розгляді задачі в геометрично нелінійній постановці могли бути незначними у порівнянні з номінальними напруженнями від внутрішнього тиску. Однак при малих значеннях внутрішнього тиску додаткові напруження можуть виявитись суттєвими і впливати на поширення стрес-корозії.

Таким чином, як локальний висновок, можна стверджувати, що в подібного роду задачах важливо знати величину можливих додаткових локальних напружень, а також, який характер їх залежності, наприклад, від радіуса, товщини стінки трубопроводу.

Вищесказане, в основному, стосується практичної значимості роботи. Що стосується наукової сторони, то тут, як не дивно, також є певні прогалини. Очевидно, що поведінка трубопроводу як балки є зрозумілою і добре описаною в літературі. Аналогічною є ситуація щодо досліджень, пов'язаних з поведінкою трубопроводу як кільця (при рівномірному вздовж осі навантаженні), хоча і на даний час проводяться дослідження [6], в яких аналізуються деякі аспекти, що стосуються врахування різного роду геометрично нелінійних дефектів.

Відмітимо, що найбільші труднощі виникають при моделюванні трубопроводу як оболонки. Хоч у літературі розглядаються навіть найбільш загальні розв'язки, коли діють зосереджені сили, проте, зазвичай аналізується самозрівноважена система сил [9]. Основною науковою значимістю цієї роботи є аналіз напруженого стану оболонки, викликаного дією сил, що врівноважуються на порівняно довгій ділянці труби.

1. Постановка задачі для оболонки. Розглянемо тонкостінну циліндричну оболонку, навантажену зовнішніми розподіленими силами P_r та P_ϕ , які діють відповідно по нормалі та дотичній до контуру поперечного перерізу оболонки. На рис. 1 представлено загальний вигляд елемента оболонки та додатні напрямки силових компонент, які виникають в оболонці. Тут (на рис. 1) N_x, N_j – осьові сили вздовж осі трубопроводу і в площині поперечного перерізу відповідно; Q_x, Q_j – перерізуючі сили, які діють вздовж осі трубопроводу та по колу поперечного перерізу; L – дотична сила.

Додатково на рис. 2 наведено додатні напрямки моментних та геометричних характеристик вздовж осі оболонки та в площині поперечного перерізу, а також додатні напрямки прикладених розподілених зовнішніх зусиль. На рисунку: M_x, M_j – локальні згинальні моменти в осьовому напрямку та в площині поперечного перерізу; q_x, q_j – кути повороту елемента оболонки у відповідних напрямках; w, v – переміщення по нормалі та дотичній

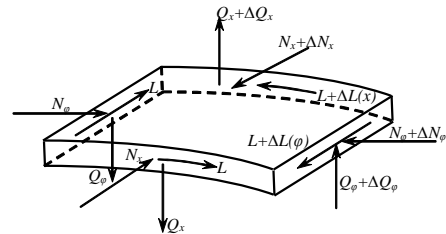


Рис. 1. Загальний вигляд елемента оболонки

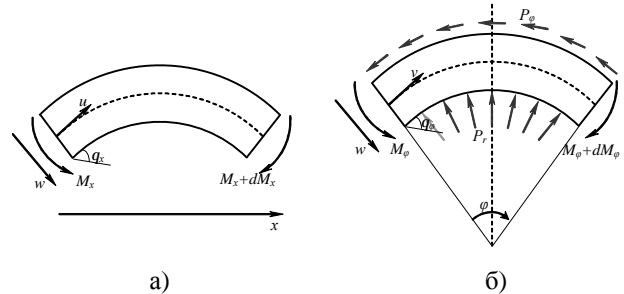


Рис. 2. Схема деформування елементарної ділянки оболонки: а – вздовж осі оболонки; б – в площині поперечного перерізу

до контуру поперечного перерізу трубопроводу відповідно; u – переміщення вздовж осі оболонки; x – осьова координата вздовж осі; j – кутова координата в площині поперечного перерізу.

Шляхом проектування силових компонент елемента оболонки на відповідні напрямки отримують наступні рівняння рівноваги [10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_j}{R \partial j} + \frac{N_j}{R} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} &= -P_r; \\ \frac{\partial N_j}{R \partial j} - \frac{Q_j}{R} + \frac{\partial L}{\partial x} &= -P_\phi; \\ \frac{\partial L}{R \partial j} + \frac{\partial N_x}{\partial x} &= 0; \end{aligned} \quad (1a)$$

де R – середній радіус трубопроводу та зв'язок між перерізуючими силами та моментами;

$$\begin{aligned} Q_j &= \frac{\partial M_j}{R \partial j} + \frac{\partial M_{jx}}{\partial x}; \\ Q_x &= \frac{\partial M_{jx}}{R \partial j} + \frac{\partial M_x}{\partial x}, \end{aligned} \quad (1b)$$

де M_{jx} – дотичний момент. Моменти, у свою чергу, зв'язані з кривинами c_j, c_x, c_{jx} у відповідних напрямках за допомогою таких співвідношень:

$$\begin{aligned} M_j &= Hd(c_j + mc_x); \\ M_x &= Hd(c_x + mc_j); \\ M_{jx} &= \frac{Hd}{2}(1-m)c_{jx}, \end{aligned} \quad (1b)$$

де $H = \frac{Et}{1-m^2}$; $d = \frac{t^2}{12}$; E – модуль Юнга; m – коефіцієнт

Пуассона; t – товщина стінки трубопроводу, а сили з відповідними деформаціями e_x та e_j :

$$N_j = \frac{Et}{1-m^2} (e_j + m e_x);$$

$$N_x = \frac{Et}{1-m^2} (e_x + m e_j); \quad (1г)$$

$$L = -gG$$

де G – модуль зсуву.

Кривизни c_j, c_x, c_{jx} можуть бути представлені у вигляді диференціальних залежностей від кутових компонент:

$$c_j = \frac{\partial q_j}{R \partial j}; c_x = \frac{\partial q_x}{\partial x}; c_{jx} = \frac{\partial q_j}{\partial x} + \frac{\partial q_x}{R \partial j}, \quad (1д)$$

а з рис. 2 записано:

$$q_j = \frac{\partial w}{R \partial j} + \frac{v}{R}; q_x = \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (1е)$$

Аналогічно деформації можуть бути записані через відповідні зміни переміщень:

$$e_x = -\frac{\partial u}{\partial x}; e_j = -\frac{\partial v}{R \partial j}; g = \frac{\partial u}{R \partial j} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (1ж)$$

Наведена система рівнянь (1) представляє собою повну математичну модель трубопроводу як оболонки і дозволяє аналізувати напружений стан за різних типів навантаження. Відзначимо, що розв'язок системи (1) в загальному випадку є досить складною задачею. Зважаючи на це, розглянемо спочатку спрощення системи (1), які оцінюють напружений стан трубопроводу з погляду його поведінки як кільця.

2. Аналіз напруженого стану трубопроводу при використанні моделі кільця. 2.1. *Загальний розв'язок системи рівнянь у моделі кільця.* Використаємо модель кільця і розглянемо прямолінійний трубопровід, по якому протікає продукт густиною ρ_{en} під тиском p_{en} , виготовлений з металу густиною ρ_m і занурений у рідину густиною ρ_3 , що створює зовнішній тиск на стінки трубопроводу p_3 (рис. 1). Тоді, відповідно до схеми сил, представленої на рис. 2,б, можна записати наступні рівняння рівноваги сил для елемента поперечного перерізу трубопроводу:

$$\frac{dQ_\phi}{R d\phi} + \frac{N_\phi}{R} = -(p_{en} + \rho_{en} g R_{en} \sin \phi) +$$

$$+(p_3 + \rho_3 g R_3 \sin \phi) - \rho_m g t \sin \phi;$$

$$\frac{dN_\phi}{R d\phi} - \frac{Q_\phi}{R} + \frac{\partial L}{\partial x} = \rho_m g t \cos \phi. \quad (2)$$

З іншого боку, якщо оболонка навантажена глобальним згинальним моментом $K(x)$, то осьову силу N_x можна записати у вигляді:

$$N_x = a(x) \sin j, \quad (3)$$

де $a(x) = \frac{K(x)}{\rho R^2}$.

Тоді з третього рівняння рівноваги (1а) отримуємо загальний закон розподілу дотичного зусилля:

$$L = R \frac{\partial a(x)}{\partial x} \cos j. \quad (4)$$

Надалі будемо розглядати трубопровід, в якому тиск зовнішньої та внутрішньої рідини рівний нулеві. Тоді, з врахуванням (2) та (4), загальні рівняння рівноваги для опису поведінки трубопроводу як кільця мають вигляд:

$$\frac{dQ_j}{R dj} + \frac{N_j}{R} = A \sin j;$$

$$\frac{dN_j}{R dj} - \frac{Q_j}{R} = B \cos j; \quad (5а)$$

$$\frac{dM_j}{R dj} = Q_j,$$

де константи A, B визначаються з врахуванням представлень (4) відносно дотичної сили L та факторів навантаження трубопроводу. Фізичні рівняння (1в), в свою чергу, наберуть вигляду:

$$\frac{dq_j}{R dj} = \frac{M_j}{E' J}, \quad (5б)$$

де $E' = \frac{E}{1-m^2}$ – приведений модуль Юнга; J – момент інерції елемента поперечного перерізу трубопроводу.

Співвідношення між геометричними характеристиками поперечного перерізу трубопроводу як кільця представляються такими диференціальними залежностями:

$$\frac{dv}{R dj} - \frac{w}{R} = 0;$$

$$\frac{dw}{R dj} + \frac{v}{R} = q_j. \quad (6в)$$

Побудована система рівнянь (6) описує поведінку трубопроводу як кільця, навантаженого в площині поперечного перерізу і з врахуванням впливів від балкової поведінки трубопроводу.

Підставляючи друге рівняння (6а) у перше рівняння, отримуємо лінійне неоднорідне диференціальне рівняння відносно Q_j :

$$\frac{d^2 Q_j}{dj^2} + Q_j = (A - B) R \cos j. \quad (7)$$

Розв'язок (7) представляється у вигляді суми загального розв'язку однорідного рівняння (7) та частинного розв'язку неоднорідного:

$$Q(j) = Q_0 \cos j - N_0 \sin j + \frac{A+B}{2} R j \sin j. \quad (8а)$$

Тоді послідовним інтегруванням знаходимо, що

$$N(j) = Q_0 \sin j + N_0 \cos j - \frac{A-B}{2} R j \cos j$$

$$+ \frac{A-B}{2} R \sin j; \quad (8б)$$

$$M(j) = M_0 + RQ_0 \sin j + RN_0(\cos j - 1) - \frac{A-B}{2} R^2 (j \cos j - \sin j); \quad (8\text{в})$$

$$q_j(j) = (q_j)_0 + \frac{M_0 R}{EJ} j + \frac{Q_0 R^2}{EJ} (1 - \cos j) - \frac{N_0 R^2}{EJ} (j - \sin j) - \frac{(A-B)R^3}{2EJ} (j \sin j + 2 \cos j - 2). \quad (8\text{г})$$

Співвідношення для переміщень знаходяться шляхом спільного розгляду двох останніх рівнянь системи (6) та з використанням розв'язку (8г):

$$v(j) = v_0 \cos j + w_0 \sin j + (q_j)_0 R(1 - \cos j) + \frac{M_0 R^2}{EJ} (j - \sin j) - \frac{N_0 R^3}{EJ} \left(j + \frac{j \cos j}{2} - \frac{3}{2} \sin j \right) + \frac{Q_0 R^3}{EJ} \left(1 - \frac{j \sin j}{2} - \cos j \right) - \frac{(A-B)R^4}{2EJ} \left(-\frac{j^2 \cos j}{4} + \frac{5j \sin j}{4} - 2(1 - \cos j) \right); \quad (8\text{д})$$

$$w(j) = w_0 \cos j - v_0 \sin j + (q_j)_0 R \sin j + \frac{M_0 R^2}{EJ} (1 - \cos j) - \frac{N_0 R^3}{EJ} \left(1 + \cos j - \frac{j \sin j}{2} \right) + \frac{Q_0 R^3}{EJ} \left(\frac{\sin j}{2} - \frac{j \cos j}{2} \right) - \frac{(A-B)R^4}{2EJ} \left(\frac{j^2 \sin j}{4} + \frac{3j \cos j}{4} - \frac{3 \sin j}{4} \right); \quad (8\text{ж})$$

У співвідношеннях (8) невідомі константи $N_0, Q_0, M_0, v_0, w_0, (q_j)_0$ представляють собою силові та геометричні компоненти в поперечному перерізі трубопроводу в т. $j = 0$ і знаходяться з використанням граничних умов, що залежать від схеми взаємодії трубопроводу і утяжувача. В рамках дослідження напружено-деформованого стану трубопроводу як кільця найбільш типовими є дві схеми взаємодії:

– зусилля від утяжувача до трубопроводу передається в одній (верхній) точці поперечного перерізу трубопроводу;

– зусилля від утяжувача до трубопроводу передається рівномірно по всій верхній частині трубопроводу.

2.2. *Напружений стан трубопроводу при взаємодії з утяжувачем в одній точці.* Розглянемо систему трубопроводу – утяжувач (рис. 3), в якій баластування трубопроводу утяжувачем здійснюється через одну точку з кутовою координатою $\varphi = -\pi/2$ (найвища точка поперечного перерізу трубопроводу). Будемо вважати, що вага утяжувача вибрана так, щоб повністю зрівноважити виштовхувальну силу, яка діє на трубопровід, і утяжувач не здійснює жодних надлишкових навантажень. У такому

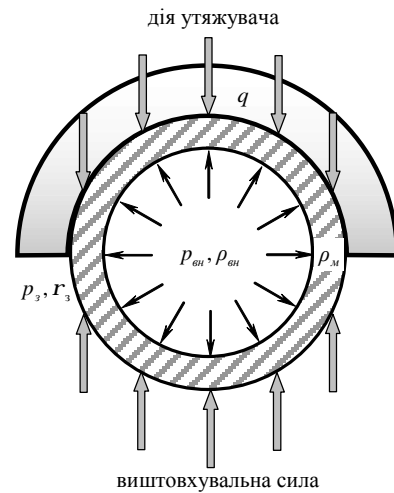


Рис. 3. Схема навантаження труби з утяжувачами

випадку в загальних рівняннях рівноваги можна покласти, що $A = -r_e g R$ і $B = 0$, r_e – густина води. Внаслідок симетрії навантаження будемо розглядати лише половину поперечного перерізу трубопроводу. Тоді для пошуку невідомих силових і геометричних компонент у точці $j = 0$ можна записати такі граничні умови:

$$\begin{aligned} Q_j \left(-\frac{p}{2} \right) &= 0; \quad q_j \left(-\frac{p}{2} \right) = 0; \quad v \left(-\frac{p}{2} \right) = 0; \\ q_j \left(\frac{p}{2} \right) &= 0; \quad v \left(\frac{p}{2} \right) = 0; \quad v(0) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Граничні умови (9) з використанням розв'язку (8) дозволяють знайти повний розподіл всіх геометричних і силових компонент по колу поперечного перерізу. На рис. 4 наведено повний розподіл безрозмірних згинальних моментів k по колу поперечного перерізу трубопроводу при взаємодії трубопроводу і утяжувача в одній точці. Безрозмірний момент k визначається виразом:

$$k(j) = \frac{M_j}{Z}, \quad (10)$$

де в загальному випадку параметр Z визначається співвідношенням:

$$Z = \frac{A-B}{2} R^2. \quad (11)$$

Враховуючи (11), для розглянутої задачі $Z = P \frac{R}{p}$;

$P = k_n \frac{r_e g p R^2}{2}$ – виштовхувальна сила рідини; g – прискорення вільного падіння; k_n – так званий коефіцієнт перевантаження, який можна трактувати як наявність надлишкової ваги утяжувачів.

З графіка на рис. 4 бачимо, що максимальні додаткові напруження в трубопроводі виникають у точці з кутовою координатою $\varphi = \pi/2$. В загальному випадку напруження,

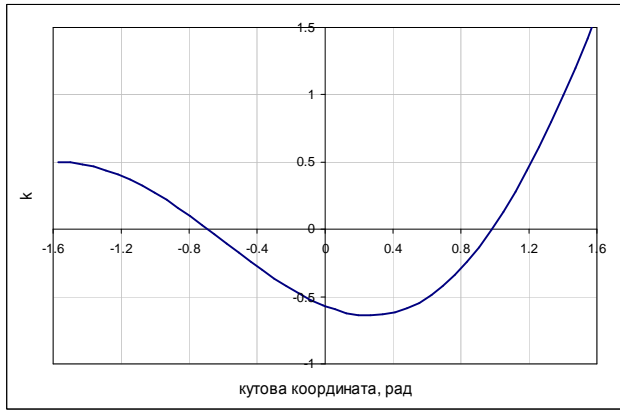


Рис. 4. Розподіл безрозмірного згинального моменту k по колу поперечного перерізу трубопроводу при зосередженій дії утяжувачів в одній точці

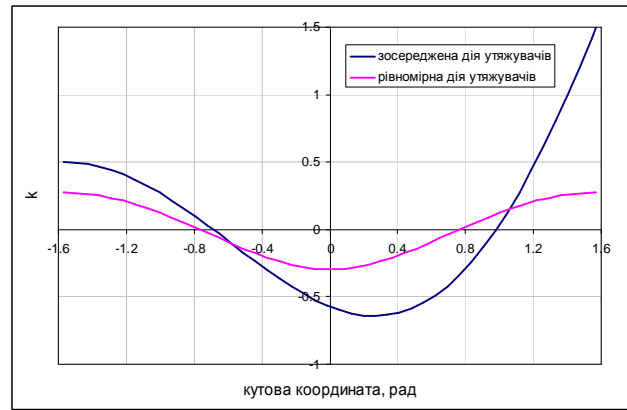


Рис. 5. Розподіл безрозмірного моменту k по колу поперечного перерізу трубопроводу при зосередженій і рівномірній дії утяжувачів

що виникають від згинального моменту M_j можна представити за допомогою співвідношення:

$$s_M = \frac{6M_j(j)}{t^2} = 3(A - B) \left(\frac{R}{t}\right)^2 k(j). \quad (12a)$$

Для трубопроводу, зануреного у воду, (12a) набере вигляду:

$$s_M = k_n \cdot 3r_g gR \cdot \left(\frac{R}{t}\right)^2 k(j). \quad (12б)$$

З (12б) випливає, що для трубопроводу з радіусом 0,71 м та товщиною стінки 0,0157 м, зануреного у воду ($\rho_g = 1000 \text{ кг/м}^3$) додаткові напруження від наявності утяжувачів по всій довжині трубопроводів складають близько 64 МПа.

2.3. *Напружений стан трубопроводу при рівномірній взаємодії з утяжувачем.* Розглянемо систему трубопроводів – утяжувач, в якій баластування трубопроводу утяжувачем рівномірно по всій довжині контакту трубопроводу і утяжувача (рис. 1). Як і в п. 2.2 будемо вважати, що вага утяжувача вибрана так, щоб повністю зрівноважити виштовхувальну силу, яка діє на трубопровід, і утяжувач не здійснює жодних надлишкових навантажень. Відмінність такої задачі від попередньої полягає лише в таких граничних умовах:

$$\begin{aligned} Q_j \left(-\frac{p}{2}\right) = 0; \quad q_j \left(-\frac{p}{2}\right) = 0; \quad v \left(-\frac{p}{2}\right) = 0; \\ Q_j(0) = 0; \quad q_j(0) = 0; \quad v(0) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Граничні умови (13) з використанням розв'язку (8) дозволяють знайти повний розподіл усіх геометричних і силових компонент по колу поперечного перерізу. На рис. 5 наведено отриманий розподіл безрозмірних згинальних моментів. Для порівняння на графіку також представлено значення k , знайдені в п. 2.2.

З графіків бачимо, що за рівномірної дії утяжувачів максимальні значення додаткових напружень знижуються і, наприклад, для трубопроводу з радіусом 0,71 м та товщи-

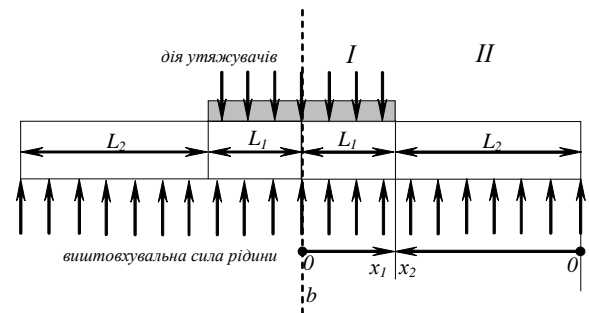


Рис. 6. Схема навантаження труби з утяжувачами при врахуванні ненавантаженої ділянки

ною стінки 0,0157 м, зануреного у воду, складають близько 24 МПа.

Розглянуті задачі дають розуміння про рівень додаткових напружень, які виникають у трубопроводі як в кільці в зонах баластування. Однак при проектуванні трубопроводів утяжувачі розміщують з деякою періодичністю. Нижче буде проаналізовано напружений стан трубопроводу за наявності ненавантажених утяжувачами ділянок.

3. Використання моделі балки та оболонки для аналізу напруженого стану трубопроводу з утяжувачами за наявності ненавантажених ділянок. Розглянемо фрагмент трубопроводу з періодично розміщеними утяжувачами довжиною $2L_1$ (рис. 6). Очевидно, що при розрахунку необхідної ваги утяжувачів виходять з того, що половина довжини утяжувача вздовж осі трубопроводу L_1 зрівноважує відповідну половину довжини ненавантаженої ділянки L_2 .

Таким чином, при аналізі напруженого стану трубопроводу можна розглядати, наприклад, лише частину трубопроводу, що знаходиться праворуч від осі симетрії b . Зрозуміло, що пошук додаткових напружень, що виникають у трубопроводі в такому випадку, необхідно виконувати з врахуванням крайових ефектів, які виникають у зоні переходу від ділянки з утяжувачами до ненавантаженої ділянки. Однак проведемо аналіз спочатку більш простої розрахункової схеми: використаємо модель трубопроводу як кільця, але з урахуванням наявності ненавантаженої ділянки.

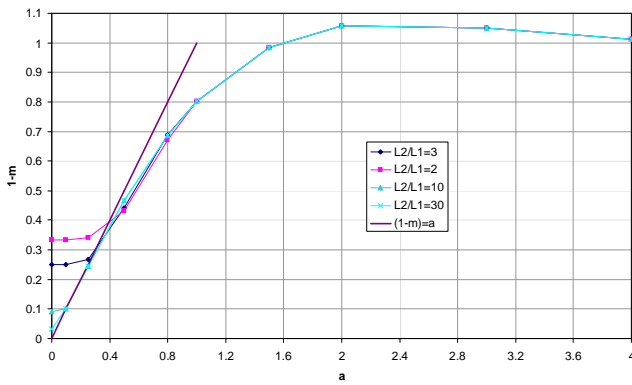


Рис. 7. Значення коефіцієнта $(1 - m)$ у залежності від параметра a для різних співвідношень між довжинами навантаженої і ненавантаженої ділянки

3.1. Врахування наявності ненавантажених ділянок трубопроводу з утяжувачами за допомогою моделі трубопроводу як балки. Ключовим питанням розглянутої моделі трубопроводу як кільця є пошук дотичного зусилля L (рис. 2). Використаємо для цього співвідношення (1а):

$$L = \frac{Q(x)}{pR} \cos j, \quad (14)$$

де Q – глобальна перерізувача сила. Таким чином,

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{q_n}{pR} \cos j, \quad (15)$$

де q_n – вага утяжувачів, яка потрібна для баластування трубопроводу з наявними ненавантаженими ділянками. Згідно з положеннями щодо схеми баластування викладеної вище, справедливим є співвідношення

$$q_1 L_1 = q_n L_2, \quad (16)$$

де $q_1 = q_n - q_g$; q_g – виштовхувальна сила води, яка діє на 1м вздовж осі трубопроводу. З (16) знайдемо, що

$$q_n = q_g \left(1 + \frac{L_2}{L_1} \right). \quad (17)$$

Враховуючи (15) і (17), остаточно отримаємо:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = r_g g R \left(1 + \frac{L_2}{L_1} \right) \cos j \quad (18)$$

і відповідно в рівнянні (5а)

$$B = -r_g g R \left(1 + \frac{L_2}{L_1} \right). \quad (19)$$

Тоді напруження від згинальних моментів можуть бути представлені виразом

$$s_M(j) = k_n \cdot 3r_g g \left(\frac{R}{t} \right)^2 R \cdot k(j) \left(1 + \frac{L_2}{L_1} \right). \quad (20)$$

Таким чином, якщо довжина ненавантаженої ділянки вдвічі більша за довжину ділянки з утяжувачами, що рівномірно контактують зі стінками трубопроводу з радіусом 0,71м та товщиною стінки 0,0157м, зануреного у воду ($\rho_g = 1000 \text{ кг/м}^3$), то з (20) та графіка на рис. 5 отримаємо, що додаткові напруження складають 72 МПа. Нижче розглянемо, яким чином на величину додаткових напружень впливає врахування крайових ефектів у зоні переходу між ділянкою з утяжувачами та ненавантаженою ділянкою.

3.2. Використання моделі оболонки для аналізу напруженого стану трубопроводу з утяжувачами за наявності ненавантажених ділянок з врахуванням крайових ефектів. Звернемося знову до загальних диференціальних рівнянь (1), які характеризують поведінку трубопроводу як оболонки. Для розв'язання таких задач зазвичай використовується напівбезмоментна гіпотеза Власова [11] для площини поперечного перерізу оболонки:

$$w = -\frac{\partial v}{\partial j} \quad (21a)$$

та в осьовому напрямку

$$\frac{\partial u}{R \partial j} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (21b)$$

як це зроблено в роботі [12].

Використовуючи цей факт і підставляючи послідовно рівняння (1), починаючи з останніх, у попередні рівняння (1), можна записати таке диференціальне рівняння відносно переміщення v по дотичній до контуру поперечного перерізу трубопроводу:

$$\frac{N_j}{R^2} \left(\frac{\partial^6 v}{\partial j^6} + \frac{\partial^4 v}{\partial j^4} \right) - EtR^2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \left[\left(\frac{\partial^4 v}{\partial j^4} + 2 \frac{\partial^6 v}{\partial j^6} + \frac{\partial^8 v}{\partial j^8} \right) + \frac{Hd}{R^4} R^2 \left(2 \frac{\partial^8 v}{\partial j^6 \partial x^2} + 3 \frac{\partial^6 v}{\partial j^4 \partial x^2} \right) + R^4 \frac{\partial^8 v}{\partial j^4 \partial x^4} \right] = 0. \quad (22)$$

Відомо, що для проведення інженерних розрахунків розв'язок рівняння (22) достатньо використати у першому наближенні, тобто представити у вигляді

$$v(x, j) = A(x) \cos 2j. \quad (23)$$

Підставляючи (23) в (22), отримаємо, що довжина хвилі розв'язку рівняння (22) вздовж осі трубопроводу

$$a = R \sqrt{R/t} \left(\frac{1-n^2}{3} \right)^{1/4}. \quad (24)$$

Тоді загальний розв'язок (22) можна записати у вигляді:

$$v(x, j) = (A_1 Y_1(ax) + A_2 Y_2(ax) + A_3 Y_3(ax) + A_4 Y_4(ax)) \cos 2j, \quad (25)$$

де Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 – функції Кривола; A_1, A_2, A_3, A_4 – невідомі константи. Неважко показати, що для прямолинійного трубопроводу $A_2 = A_4 = 0$. Тоді загальні розв'язки для кожної з ділянок I і II (див. рис. 6) мають вигляд:

$$v_I(x, j) = (A_{11} Y_1(ax) + A_{31} Y_3(ax) + \bar{v}) \sin 2j, \quad (26a)$$

$$v_{II}(x, j) = (A_{12} Y_1(ax) + A_{32} Y_3(ax)) \sin 2j, \quad (26b)$$

де $v = \bar{v} \sin 2j$ – розподіл переміщень, отриманий в моделі трубопроводу як кільця; \bar{v} – коефіцієнт Фур'є при $\sin 2j$, який знаходиться відповідним інтегруванням розв'язку (5д). Невідомі константи в (26) шукаються з умов спряження ділянок I і II з врахуванням напрямків осей Ox_1 та Ox_2 :

$$\begin{aligned} v_I(L_1, 0) &= v_{II}(L_2, 0); v'_I(L_1, 0) = -v'_{II}(L_2, 0); \\ v''_I(L_1, 0) &= v''_{II}(L_2, 0); v'''_I(L_1, 0) = -v'''_{II}(L_2, 0). \end{aligned} \quad (27)$$

Отримані значення невідомих констант дозволяють отримати повний розподіл v по колу поперечного перерізу та вздовж осі трубопроводу, а значить, і розподіл додаткових згинальних моментів, оскільки

$$M_j \approx \frac{E'J}{R^2} \frac{\partial v}{\partial j}. \quad (28)$$

Припустимо, що на ділянці I утяжувачі рівномірно взаємодіють з трубопроводом. Тоді з (26a) переміщення визначаються виразом:

$$v_I(x=0, j) = (1-m)\bar{v} \sin 2j, \quad (29)$$

де $\bar{v} = (c+1)\bar{v}_0$ – амплітуда переміщень у моделі трубопроводу як кільця за рівномірного контакту утяжувачів зі стінками трубопроводу і з врахуванням наявності ненавантажених ділянок трубопроводу; $\chi = L_2/L_1$; \bar{v}_0 – амплітуда переміщень у моделі трубопроводу як кільця за рівномірного контакту утяжувачів зі стінками трубопроводу без врахування наявності ненавантажених ділянок трубопроводу; m – деяка константа, яка отримана з можливості представлення A_{11} у вигляді $A_{11} = -mv$.

Таким чином, враховуючи (28), можна записати вираз для згинального моменту M_j у точці з координатою $x=0$ ділянки I:

$$M_I(x=0, j) = -(1-m)(c+1) \frac{E'J}{R^2} \bar{v}_0 \cos 2j. \quad (30)$$

Зважаючи на (28) та результати, отримані в п. 2, очевидно, що існує наступне співвідношення для безрозмірного згинального моменту для трубопроводу з врахуванням крайових ефектів у зоні спряження ділянок I і II:

$$k_I(j) = \frac{M_I(x=0, j)}{M_j} = (1-m)(c+1)k(j). \quad (31)$$

Враховуючи вищесказане, на рис. 7 наведено значення коефіцієнта $(1-m)$ у залежності від величини $a = \frac{L_1}{a}$

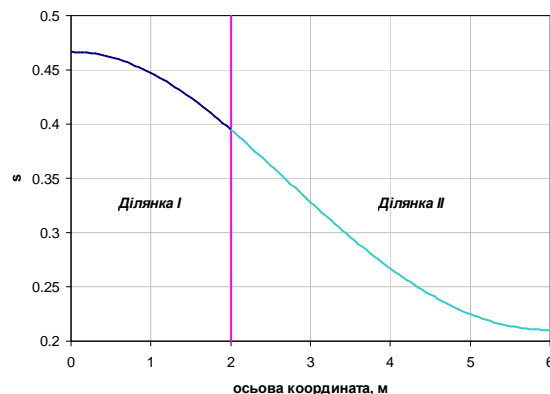


Рис. 8. Розподіл нормованих напружень s вздовж осі трубопроводу

для різних співвідношень між довжинами навантаженої та ненавантаженої ділянок. З (31) випливає, що коефіцієнт $(1-m)$ характеризує зниження напружень у трубопроводі при застосуванні розрахункової схеми, що враховує крайові ефекти по відношенню до схеми, де трубопровід розглядається як кільце.

Для перевірки коректності було проведено додатковий аналіз, який полягав у розгляді трубопроводу з утяжувачами, в якому довжина ділянки з утяжувачами була нескінченно малою порівняно з довжиною ненавантаженої ділянки і величиною довжини хвилі розв'язку. В результаті було отримано, що за таких умов величина коефіцієнта $(1-m)$ еквівалентна значенню безрозмірної довжини хвилі a . Отриманий факт гарно підтверджується результатами, отриманими на рис. 7.

Використовуючи проведені дослідження, оцінимо рівень додаткових напружень у трубопроводі з радіусом 0,71 м та товщиною стінки 0,0157 м, зануреного у воду ($\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$), та довжинами ділянок I та II 2 та 4 м відповідно. Для такого трубопроводу довжина хвилі розв'язку a складає 3,62 м. Таким чином, з графіка на рис. 7 отримаємо, що $(1-m) \approx 0,46$, а, отже, додаткові напруження рівні 34 МПа. Крім цього, на рис. 8 для ділянок I та II з вказаними довжинами представлено розподіл вздовж осі трубопроводу нормованих максимальних

напружень $s(x) = \frac{s_M(x)}{s_0^0}$, де $s_M(x)$ – максимальні напру-

ження вздовж осі трубопроводу від згинального моменту з врахуванням крайових ефектів; s_0^0 – максимальні напруження в поперечному перерізі трубопроводу, отримані за допомогою (20) при використанні моделі кільця.

Припустимо, що трубопровід з вказаними вище параметрами знаходиться на опорах, довжина контакту з якими складає 1 м, а відстань між крайніми точками контакту по осі трубопроводу рівна 30 м. Знайдемо, які локальні напруження при цьому виникають у трубопроводі. Використовуючи рівняння (2), отримаємо, що $A = -r_w g t$ і $B = r_w g t$. Тоді, згідно (12a) і (20), враховуючи, що $c = 30$, додаткові напруження в моделі трубопроводу як кільця будуть складати 134 МПа. Для розглянутого трубопроводу довжина хвилі розв'язку a складає 3,62 м. Таким чином, $a = 0,138$, а, отже, з графіка на рис. 7 отримаємо,

що $(1-m) \approx 0,138$, тобто додаткові напруження рівні 19МПа.

Висновки. В роботі проведено аналіз напруженого стану трубопроводів, що знаходяться в зонах баластування та опираючі. Такий розрахунок, в перше чергу, є важливим на стадії проектування трубопроводів при знаходженні необхідної ваги утяжувачів та кількості опор і, як правило, полягає в використанні балкової моделі трубопроводу.

Зрозуміло, що при такому підході не враховується локальний напружений стан трубопроводу, викликаний зовнішнім навантаженням. Тому в статті для розв'язання поставленої задачі використано загальні рівняння, які моделюють поведінку трубопроводу як оболонки з прикладеною силою, що зрівноважується на порівняно довгій ділянці трубопроводу.

Для розв'язання рівнянь спочатку розглянуто деякі частинні випадки, пов'язані з поведінкою трубопроводу як кільця. Зокрема, побудовано загальний розв'язок, що описує силові та геометричні характеристики поперечного перерізу трубопроводу в залежності від різноманітних факторів навантаження трубопроводу та з врахування елементів поведінки трубопроводу як балки. Отриманий розв'язок використано для визначення розподілу коефіцієнта концентрації напружень по колу поперечного перерізу, які виникають у трубопроводі за рівномірного контакту утяжувача зі стінками трубопроводу та при зосередженій дії утяжувача в верхній точці поперечного перерізу. Результати показують, що за однакової ваги утяжувачів та рідини, в якій знаходиться трубопровід, зосереджений контакт утяжувача зі стінкою трубопроводу приводить до значно більшого рівня додаткових напружень. Крім того, для описаних випадків контакту отримано вирази, які дозволяють розрахувати додаткові максимальні напруження в залежності від густини рідини, в якій знаходиться трубопровід, та надлишкової ваги утяжувачів.

З використанням балкових елементів у загальній системі рівнянь для трубопроводу як оболонки знайдено вирази для оцінювання рівня напружень у трубопроводі з утяжувачами з врахуванням наявності ненавантажених ділянок, які залежать від співвідношення довжин між ділянкою з утяжувачами та ненавантаженою ділянкою.

Розглянуті частинні випадки використано для побудови загального розв'язку моделі трубопроводу як оболонки з врахуванням крайових ефектів, що виникають на межі переходу між ділянкою з утяжувачами та ненавантаженою ділянкою. Як результат, отримано залежність максимальних додаткових згинальних моментів у трубопроводі від коефіцієнта, який враховує виникнення крайових ефектів. Отриманий результат проілюстровано на графік залежності вказаного коефіцієнта від безроз-

мірної довжини хвилі розв'язку трубопроводу для деяких співвідношень між довжинами ділянки з утяжувачами і ненавантаженої ділянки.

Література

1. СНиП 2.05.06-85. Магистральные трубопроводы. Строительные нормы и правила. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985. – 52 с.
2. ВСН 010-88. Строительство магистральных трубопроводов. Подводные переходы. – М.: Миннефтегазстрой, 1989.
3. Айнбиндер А.Б. Расчет магистральных и промышленных трубопроводов на прочность и устойчивость/ Справ. Пособие. – М.: Недра, 1991. – 287с.
4. Айнбиндер А.Б., Камерштейн А.Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. Справочное пособие. – М.: Недра, 1982. – 341с.
5. Камерштейн А.Г., Рождественский В.В., Ручимский М.Н. Расчет магистральных трубопроводов на прочность. Справочное пособие. – М.: Недра, 1969. – 440 с.
6. Орыняк І.В., Лохман І.В., Богдан А.В. Використання моделі кільця для аналізу напружень в трубопроводах з дефектами форми // Пробл. прочності. – здано до друку.
7. Guideline for the Design of Buried Steel Pipe. ASCE. American Society of Civil Engineers, 2001. - 83 p.
8. Edgar I. Cote, James Ferguson, and Nauman Tehsin. Statistical Predictive Modelling: A Methodology to Prioritize Site Selection for Near-Neutral pH Stress Corrosion Cracking. IPC2010-31646.
9. Лукасевич С. Локальные нагрузки в пластинах и оболочках: Пер. с англ. и польск. – М.: Мир, 1982. – 544с.
10. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984с.
11. Кан С.Н. Строительная механика оболочек. – М.: Машиностроение, 1966. – 508с.
12. Orynyak I.V., Radchenko S.A. Analytical and numerical solution for a elastic pipe bend at in-plane bending with consideration for the end effect // International Journal of Solids and Structures 44 (2007) 1488–1510.

Отримана 03.05.12

I. Oryniak¹, I. Lohman², A. Bogdan¹

Using the model of beam, ring and shell for stress analysis of pipelines in areas of ballasting and supporting

¹Institute for Problems of Strength of G. S. Pysarenko of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv;
²SK «Ukrtransgas», Kyiv

Paper is devoted to calculating the local stress state of pipelines in the areas of ballasting and supporting. The idea of solution is to consider the general differential equations for the pipeline as shell and solving them using partial solutions for beams models of the pipeline as well as rings models. In particular, expressions for finding additional local stresses arising in the pipeline with ballast placed along the length of the pipeline and the presence of unloaded ones plots are found. The results are used in shell model of the pipe to find local stresses, taking into account end effects that arise on the bound of transition between areas with ballast and unloaded area.