

ДИНАМІКА ТА МІЦНІСТЬ МАШИН

УДК 533.6.013.422

Папазов С.В.; Аврамов К.В., д-р техн. наук

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ

1. Введение

Проблема динамической неустойчивости деформируемых тонкостенных элементов конструкций в газовом потоке имеет большой научный и практический интерес. В частности, такая задача возникает в турбо-компрессоростроении при взаимодействии лопаток рабочих колес и направляющих аппаратов турбомашин с трехмерным нестационарным газовым потоком. Воздействие потока с упругими лопатками турбомашин может не только возбуждать их колебания, но и приводить к увеличению с течением времени амплитуды колебаний до значений, при которых может произойти разрушение конструкции. Динамическая неустойчивость пластин в газовом потоке встречается в аэрокосмических системах. В частности, при определенных условиях, могут возникать неустойчивые аэроупругие колебания элементов тормозных систем аэрокосмической техники. При этом потеря динамической устойчивости может привести к потере работоспособности всей системы.

В данной статье исследуется динамическая неустойчивость аэроупругих колебаний консольной пластины при ее взаимодействии с трехмерным нестационарным газовым течением. Для решения данной проблемы предложен метод, основанный на использовании технологии двустороннего обмена данными между аэродинамическим расчетом и расчетом динамики упругой конструкции.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Рассматривается нестационарное обтекание консольной пластины, изображенной на рис. 1. Пластина с одной стороны закреплена. Перпендикулярно закремленной стороне на пластину нагнетается газовый поток. На значительном удалении от пластины поток имеет постоянную скорость. Представленное расположение консольной пластины в потоке называется системой типа «флаг» [1,2]. Газ предполагается сжимаемым и невязким. Пластина является тонкой, поэтому, сдвигом и инерцией вращения можно пренебречь.

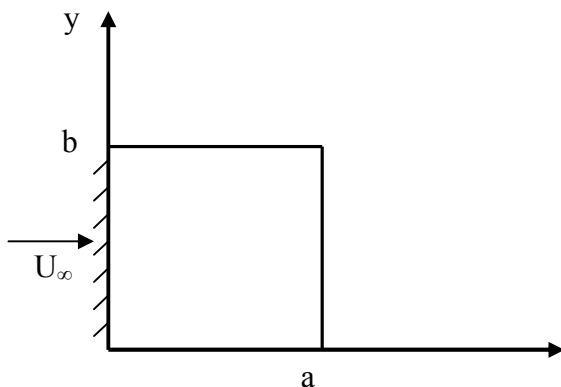


Рис. 1. Схема механической системы

© С.В. Папазов, 2015

Перемещения и деформации являются малыми. Поэтому выполняются формулы Коши. Напряжения и деформации удовлетворяют закону Гука.

В качестве математической модели, описывающей невязкое газовое течение, выбрана система дифференциальных уравнений Эйлера, включающая в себя уравнение неразрывности, уравнение движения и уравнение энергии [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \cdot \vec{v}) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) &= -\vec{\nabla} p; \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot e) + \vec{\nabla} \cdot (\rho e \vec{v}) - \vec{\nabla} \cdot (p \vec{v}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ – плотность газа; \vec{v} – вектор скорости газового потока; p – давление;

$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$ – оператор Гамильтона; $e = \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2}$ – пол-

ная энергия единицы массы; γ – показатель адиабаты; u, v, w – компоненты вектора скорости газового потока. Данная система может быть представлена в дивергентной форме:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0; \quad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \cdot w \\ \rho \cdot e \end{bmatrix}; \quad Q = \begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ p + \rho \cdot u^2 \\ \rho \cdot u \cdot v \\ \rho \cdot u \cdot w \\ (\rho \cdot e + p) \cdot u \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} \rho \cdot v \\ \rho \cdot v \cdot u \\ p + \rho \cdot v^2 \\ \rho \cdot v \cdot w \\ (\rho \cdot e + p) \cdot v \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} \rho \cdot w \\ \rho \cdot w \cdot u \\ \rho \cdot w \cdot v \\ p + \rho \cdot w^2 \\ (\rho \cdot e + p) \cdot w \end{bmatrix},$$

где F – вектор консервативных переменных; Q, R, G – векторы газодинамических потоков.

Представленная математическая модель дополняется граничными условиями на всех границах расчетной области. Эти граничные условия выражаются в равенстве скоростей точек жидкости, прилегающих к пластине, и скоростей точек поверхности пластины во все моменты времени движения системы. В качестве численного метода решения системы дифференциальных уравнений Эйлера, используется метод конечных объемов [4].

Задача решается шагами по времени. В каждый момент времени из решения задачи аэродинамики определяется поле давлений, которое прикладывается к верхней и нижней сторонам пластины.

Для исследования колебаний пластина разбивалась на конечные элементы. Незвестными задачи выступают значения перемещений в узлах конечных элементов. Вектор узловых перемещений пластины обозначим через U . Тогда уравнение движения пластины представим в следующем виде:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t), \quad (3)$$

где M – матрица масс; C – матрица демпфирования; K – матрица жесткости; $P(t)$ – перепад давления, действующий на пластину. Следуя общим правилам расчета колебаний с помощью метода конечных элементов [5], матрицу демпфирования представим пропорциональной матрице масс:

$$C = \alpha \cdot M, \quad (4)$$

где α – коэффициент демпфирования при матрице масс. Полученная динамическая система (3) интегрируется численно методом Ньюмарка.

Под действием аэродинамических сил пластина деформируется, что приводит к изменению структуры газового течения. Поэтому в данной задаче для описания аэроупругого поведения консольной пластины в невязком газовом потоке учитывалось взаимное влияние структуры течения и деформирования пластины.

3. Алгоритм расчета

Численные расчеты проводились для пластины со следующими геометрическими характеристиками: $a = 0.77\text{м}$; $b = 0.77\text{м}$. Толщина пластины $h = 0.001\text{ м}$. Механические характеристики пластины принимались следующими: плотность материала пластины $\rho = 2840\text{ кг/м}^3$; модуль Юнга $E = 70.56 \cdot 10^9\text{ Па}$; коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$

Расчеты проводились с помощью конечно-элементного комплекса. Расчетный проект состоит из следующих модулей: Design Modeler, Ansys Meshing, Ansys Fluent, Transient Structural, System Coupling. В модуле Design Modeler построена 3D геометрия для проведения связанного расчета аэроупругости (рис. 2). В качестве примера, расчетная сетка для исследования динамики газа приводится на рис. 3. Построенная геометрия включает в себя два тела: тело «fluid», которое описывает канал газового течения, и тело «solid», которое является пластиной. Модуль Ansys Meshing использовался при построении расчетных сеток для аэродинамического и механического расчетов.

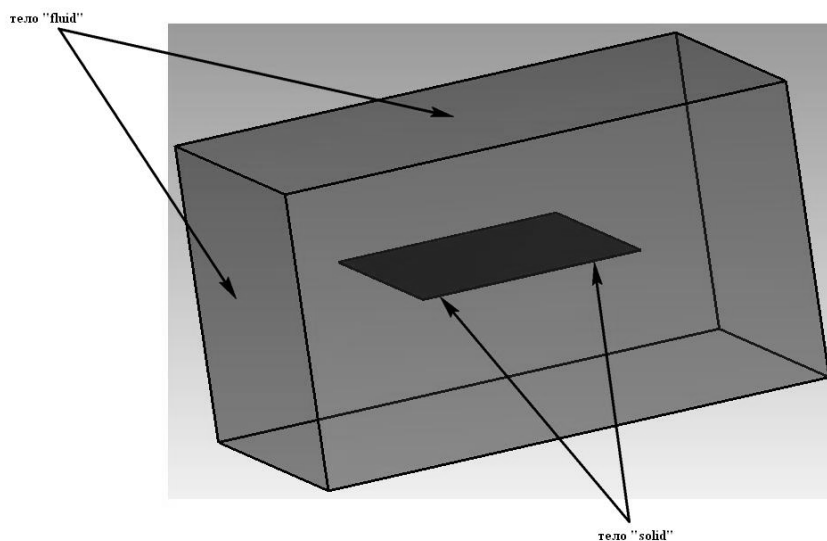


Рис. 2. 3D геометрия для проведения связанного расчета аэроупругости

Модуль Ansys Fluent использовался для задания всех граничных условий для проведения расчета обтекания пластины трехмерным нестационарным газовым потоком. На границе входа расчетной области задавались скорость и статическое давление. На границе выхода расчетной области задавалось статическое давление. На верхней и нижней сторонах пластинки задаются условие непроницаемости, то есть нормальные составляющие скорости на поверхности пластины V_n равны скорости поперечных колебаний пластины: \dot{w} : $V_n = \dot{w}$. Аэродинамический расчет выполняется до установления стационарного течения; потом данные передавались в механический расчет. В модуле Transient Structural указаны все параметры, необходимые для проведения механического расчета и выбрана поверхность, на которую прикладывается давление из задачи гидроаэродинамики. Модуль System Coupling используется для создания связи между программными модулями Ansys Fluent и Ansys Mechanical. В System Coupling указываются поверхности, между которыми происходит передача данных аэродинамического и прочностного расчетов. Из модуля Ansys Fluent в модуль Transient Structural передаются усилия, а из Transient Structural в Ansys Fluent передаются перемещения. На рис. 4 представлена структурная схема для численного решения задачи аэроупругости.

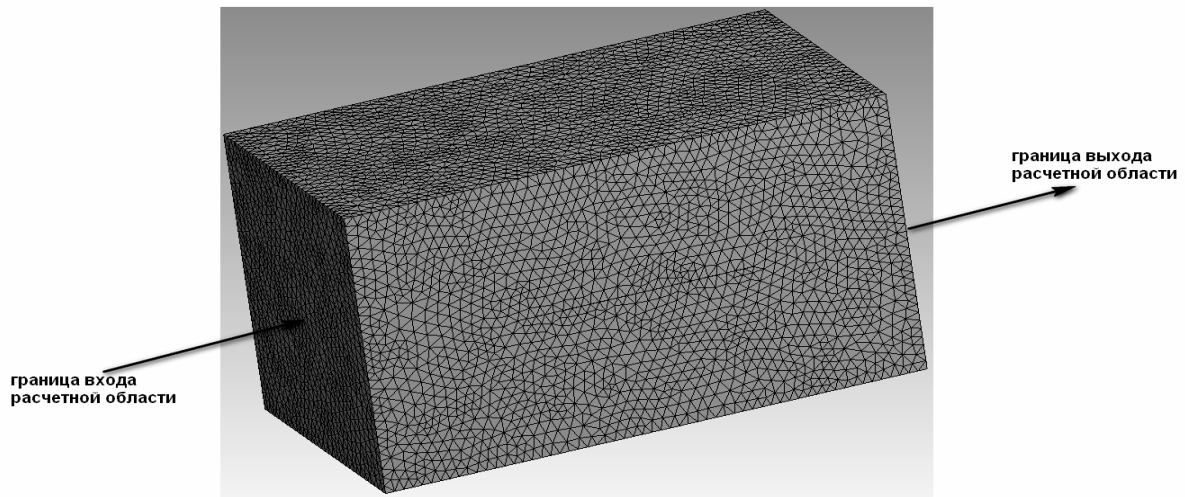


Рис. 3. Расчетная сетка для численного моделирования обтекания пластины

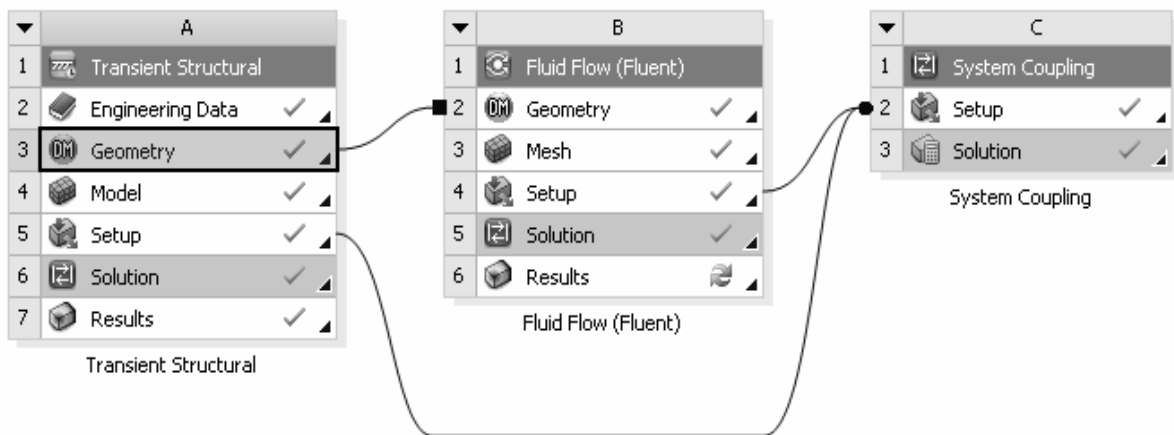


Рис. 4. Использование модуля System Coupling для организации связи между программными модулями Ansys Fluent и Ansys Mechanical

4. Анализ результатов численного моделирования

На рис. 5-7 показаны результаты численного моделирования поперечных перемещений пластины с течением времени при разных значениях коэффициента демпфирования α и скорости потока U_∞ . На рис. 5 и рис. 6 показаны поперечные перемещения пластины при разных значениях коэффициентов демпфирования $\alpha=10$ и $\alpha=5$ и одинаковой скорости газового потока $U_\infty = 3\text{ м/с}$. Динамическое поведение, представленное на рис. 5 и рис. 6, описывает движение конструкции к устойчивому состоянию равновесия. На рис. 7 представлено динамическое поведение поперечных перемещений пластины при $U_\infty=10\text{ м/с}$. Поведение пластины, представленное на рис. 7, описывает движение пластины от неустойчивого тривиального состояния равновесия. Итак, устойчивое состояние равновесия пластины наблюдается при скорости газового потока $U_\infty = 3\text{ м/с}$, а неустойчивое состояние равновесия наблюдается при $U_\infty = 10\text{ м/с}$. Поэтому в скоростном интервале $U_\infty \in [3; 10]$ м/с наблюдается бифуркация Хопфа. В этой точке устойчивое состояние равновесия преобразуется в неустойчивое.

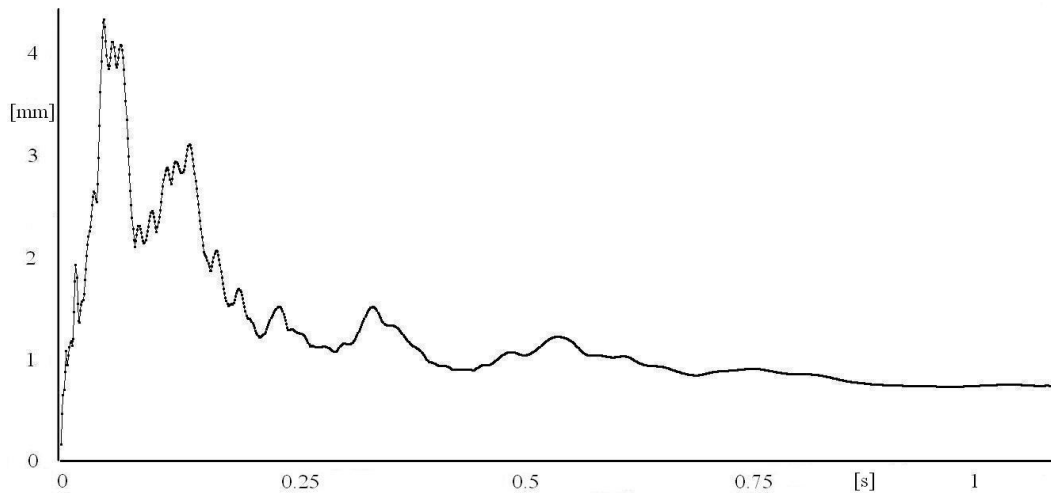


Рис. 5. Поперечные перемещения пластины с коэффициентом демпфирования $\alpha = 10$ и скоростью потока $U_\infty = 3\text{ м/с}$

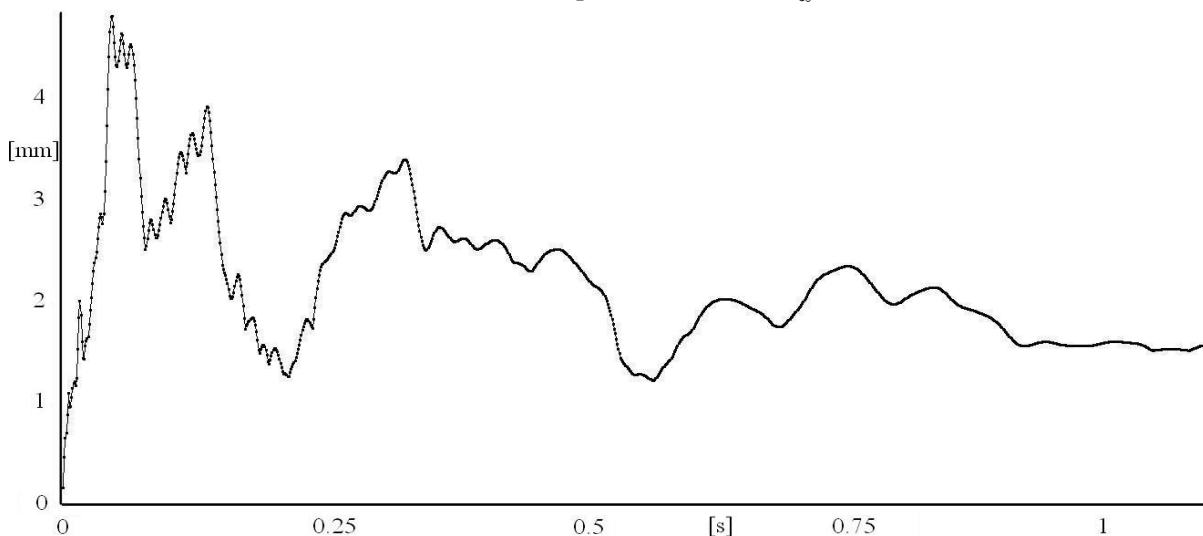


Рис. 6. Поперечные перемещения пластины с коэффициентом демпфирования $\alpha = 5$ и скоростью потока $U_\infty = 3\text{ м/с}$

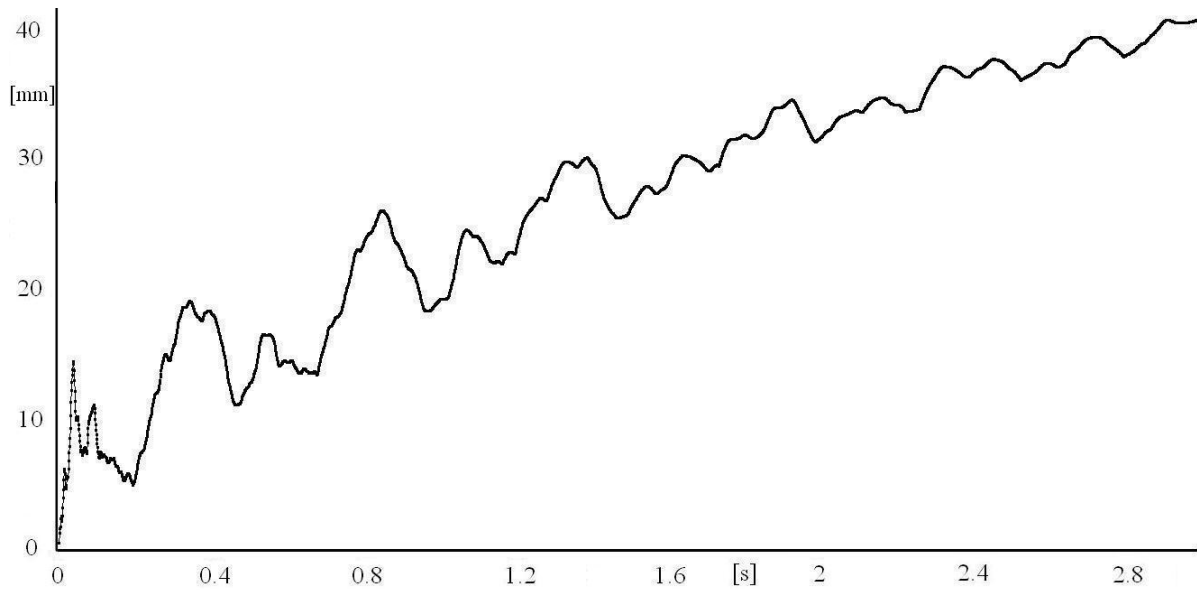


Рис. 7. Поперечные перемещения пластины с коэффициентом демпфирования $\alpha = 0.5$ и скоростью потока $U_{\infty} = 10\text{м/с}$

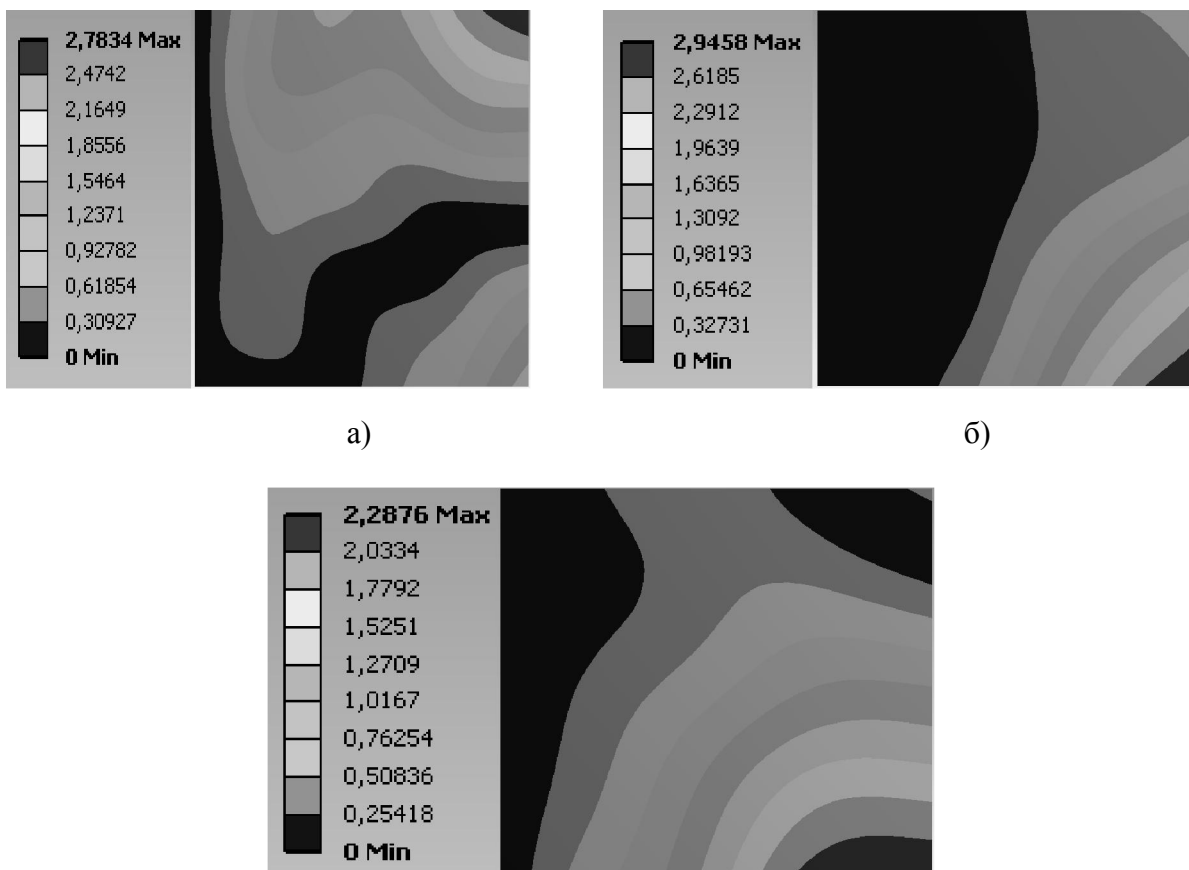


Рис. 8. Поля перемещений пластины в моменты времени:
а) – $t = 0.15\text{с}$; б) – $t = 0.3\text{с}$; в) – $t = 0.45\text{с}$

Исследовались поля перемещений пластины в разные моменты времени. Некоторые результаты анализа представлены на рис. 8. Здесь показаны поля перемещений в следующие моменты времени: $t=0.15\text{с}$, $t=0.3\text{с}$, $t=0.45\text{с}$. Из этого рисунка видно как

сильно меняется форма деформирования пластинки с течением времени. И так, форма деформирования пластинки носит многомодовый характер, то есть поперечные перемещения пластинки раскладываются по большому числу собственных форм колебаний.

Заклучение.

В статье представлен общий подход к численному моделированию двухстороннего обтекания тонкостенных конструкций трехмерным, сжимаемым, вязким газовым потоком. Рассматривается линейное динамическое деформирование тонкостенных конструкций. В статье описано, как организовано взаимодействие между блоками, моделирующими колебания пластинки, и блоком аэродинамической части задачи.

С помощью численного моделирования задачи аэроупругости исследованы колебания конструкции около устойчивого и неустойчивого тривиального состояния равновесия.

Показано, что для получения поперечных перемещений, они должны быть разложены в ряд по значительному числу собственных форм колебаний.

Литература 1. Tang, D., Henry, J. K., Dowell, E. H., 1999, "Limit cycle oscillations of delta wing models in low subsonic flow", *AIAA Journal* 37, 1355-1362. 2. Tang, D., Dowell, E. H., 2002, "Limit cycle oscillations of two-dimensional panels in low subsonic flow," *International Journal of Non-Linear Mechanics* 37, 1199-1209. 3. Л.Г. Лойцянский. *Механика жидкости. Госиздатфизматлит. 1959.* 4. Флетчер К. *Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 1: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 504 с.* 5. *Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов. Справочник/ Под общей редакцией Мяченкова В.И., М: Машиностроение, 1989, 456 с.*

Bibliography (transliterated) 1. Tang, D., Henry, J. K., Dowell, E. H., 1999, "Limit cycle oscillations of delta wing models in low subsonic flow", *AIAA Journal* 37, 1355-1362. 2. Tang, D., Dowell, E. H., 2002, "Limit cycle oscillations of two-dimensional panels in low subsonic flow," *International Journal of Non-Linear Mechanics* 37, 1199-1209. 3. L.G. Lojcyanskij. *Mehanika zhidkosti. Gosizdatfizmatlit. 1959.* 4. Fletcher K. *Vychislitelnye metody v dinamike zhidkостей: V 2-x tomah: T. 1: Per. s angl. – M.: Mir, 1991. – 504 s.* 5. *Raschety mashinostroitel'nyh konstrukcij metodom konechnyh jelementov. Spravochnik/ Pod obshhej redakciej Mjachenkova V.I., M: Mashinostroenie, 1989, 456 s.*

Папазов С.В., Аврамов К.В.

**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ ПЛАСТИНЧАСТИХ
КОНСТРУКЦІЙ**

У статті описано підхід до чисельного моделювання аеропружної взаємодії тонкостінних пластин з тривимірним нестационарним газовим потоком. Наведено результати чисельного моделювання аеропружних коливань тонкостінних конструкцій в тривимірному нестационарному газовому потоці.

Parazov S.V., Avramov K.V.

**NUMERICAL MODELING OF AEROELASTIC VIBRATIONS OF PLATE
STRUCTURES**

The article describes the approach for numerical modeling of aeroelastic interaction of thin plates with a three-dimensional non-stationary gas flow. The results of numerical modeling of aeroelastic vibrations of thin-walled structures in three-dimensional unsteady gas flow are shown.