УДК 631.3(075.8)

СУЧАСНИЙ МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ ЗЕМЛЕРОБСЬКОЇ МЕХАНІКИ

В. О. Надолинний, докт. техн. наук, проф., **А. С. Павлоцький**, канд. техн. наук, **В. А. Вознюк (Павлоцька),** здобувач — Національний технічний університет України, «КПІ»; **І.Ф. Савченко**, канд. техн. наук, **П. А. Рихлівський**, мол. наук. співр., **О. О. Коновал**, здобувач — ННЦ «ІМЕСГ»

Окреслено реалізацію вже зроблених теоретичних і практичних кроків одного із можливих шляхів виходу з кризового стану у напрямках фундаментальних та прикладних досліджень з використанням наукової теорії, що розв'язує технічно, конкретні задачі землеробської механіки (ЗРМ) на основі застосування нелінійних моделей об'єктів обчислювальної техніки, що характеризуються математичним забезпеченням ЕОМ.

***Ключові слова**: системні властивості, множини, матриці, логіка, ймовірності, апроксимація, інтерпретація.*

Проблема. Головним недоліком в моделюванні, проектуванні і конструюванні грунтодеформуючих поверхонь (ГДП) ЗРМ зараз є розрив між потребами сучасного опису з використанням ЕОМ та існуючим математичним аппаратом (МА), який ґрунтується на застосуванні теорії диференційних рівнянь алгебричних рівнянь неявної форми запису та поліномів (які при використанні ЕОМ в дослідженні і конструюванні поверхонь не дають якісної апроксимації (заміни) і потребують спеціального захисту). Все вищенаведене приводить до принципової неповноти і незавершеності опису і в наш час може бути подолане розгортанням системологічного апарата нового рівня знань, адекватного системним властивостям ГДП.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Категорія системних властивостей є основою системного (нелінійного) моделювання і проектування, де представлення про системний характер об'єктів, що вивчаються, втілюється у специфічному (системному) математичному апараті (МА) та методологічних засобах їхнього опису [1, 2, 3, 4, 5]. Справа в тому, що методи дослідження об'єктів завжди містять у своїй основі деяке представлення про природу цих об'єктів. При цьому виявляється, що застосування цих методів дослідження автоматично приводить до тих же самих представлень про природу об'єктів, що вивчаються [6]. Так, вивчаючи лемішно-полицеві поверхні плугів, на основі представлення, що вони є алгебраїчними поверхнями циліндрів або циліндроїдів, чи гіперболічних параболоїдів, нічого іншого в цих поверхнях встановлено і не буде [7].

Типова ситуація, що виникає, — це методично замкнуте хибне коло, вийти за межі якого можна тільки шляхом розширення вихідних представлень про природу об'єктів, що вивчаються і досліджуються. Це можна зробити шляхом розгортання такого аналітико-логічного апарата, який дозволить охопити і подолати вказаний розрив між потребами сучасного опису та існуючим зараз в ЗРМ математичним апаратом [8, 9, 10, 11].

Формування цілей публікації (постановка завдання). Розкрити принципи формування математичного апарата ЗРМ та навести приклади його застосування для розв'язання вибраних задач моделювання, проектування і конструювання сільськогосподарської техніки.

Виклад основного матеріалу дослідження. В кожній конкретній галузі техніки, в тому числі і сільськогосподарської техніки, в основу формування МА вкладають математичні теорії, інтерпретовані на сукупності об'єктів із даної галузі. Наприклад, в галузі сільськогосподарської техніки сукупністю таких об'єктів можуть бути лемішно-полицеві поверхні корпусів плугів, як основних знарядь ЗРМ.

Отже, технічні дисципліни отримують розвиток в тісній взаємодії і співпраці з головними розділами сучасної математики: множинами, матрицями, логікою та ймовірностями, а також з рядом новітніх дисциплін (синергетикою, математичною теорією катастроф, теорією особливостей та іншими). Це проявляється, з одного боку, в використанні МА для розв'язування науково-технічних задач, а з іншого боку, інженерна практика в значній мірі орієнтує і стимулює розвиток самої математики.

Так, спочатку вирішення фізичних і технічних задач пов'язувалось з дослідженням різних типів диференціальних рівнянь (ДР), які описують лише плавні, неперервні процеси. Стрибкоподібні зміни таких процесів (що складають більшість в процесах грунтообробітку), враховувати не вдавалось. Зараз, коли сформувалась математична теорія катастроф, як окремий випадок синергетики (теорії самоорганізації), така нагода з'явилась, зокрема, в прикладній математиці, що включає математичні теорії проблемно-орієнтовані на вивчення процесів і явищ природи.

Така орієнтація виконується шляхом тлумачення об'єктів змістовних і формальних теорій у категоріях реальної дійсності (емпірична інтерпретація). Так, пов'язуючи поняття точки, лінії, паралельності (або відповідні їм терміни і символи) з об'єктами і відношеннями фізичного простору, приходимо до прикладної (емпіричної) теорії, яка обслуговує проблематику відповідної галузі (у нашому випадку — це галузь сільськогосподарської техніки). Одна і та ж математична теорія, отримуючи різні інтерпретації, може стати основою для побудови декількох прикладних теорій.

Так, проективна геометрія, яка спочатку слугувала цілям аксіоматичного обґрунтування математики, знайшла застосування при конструюванні літаків, а створення ЕОМ є одним із найбільш ефективних результатів взаємодії математики і техніки, що дозволяє привести в дію більш потужні ресурси математики і посилює її роль як безпосередньої рушійної сили в даній галузі техніки, сприяючи тим самим прогресу самої математики.

Сучасне трактування математики, вже не відповідає традиційному визначенню як науки про просторові форми і кількісні відношення на них, а набуває більш глибокого і широкого змісту. Предметом сучасної математики та її МА стають сукупності об'єктів найбільш загального виду і будь які можливі відношення між ними. Так, тривимірний евклідів простір узагальнюється на будь-яке число вимірів і в цьому багатовимірному просторі вивчає просторово подібні відношення: довжина, відстань, ортогональність.

Алгебричні операції і функції абстрагуються і розповсюджуються на об'єкти будь-якої природи, які утворюють різноманітні структури в залежності від властивостей, які їм приписуються. Наприклад, основний принцип дизайнерського підходу характеризується особливістю, яка означає, що будь-які функції (фізичні, механічні, аналітичні, геометричні, топологічні і т.д.) відокремлюються від «прототипів» і існують як своєрідний «конструкційний» матеріал («конструкт») в інженерному дизайні сьогодення.

Найбільш простим і зручним апаратом для найрізноманітніших задач виявилась теорія відношень. На її основі узагальнено поняття функції, яке застосовується зараз не тільки до числових множин, але і до множин об'єктів будь-якої природи. Множинна точка зору на об'єкти, що вивчаються, замінюється системною точкою зору або абстрактно-знаковою моделлю. Під змінними розуміються не тільки звичайні величини, але і функції, які розглядаються як об'єкти функціональних просторів.

Центральне місце в роботі інженера займають процеси обробки даних та прийняття рішень при моделюванні, проектуванні і конструюванні об'єктів даної галузі. Задачу виготовлення виробів, обмежених складними функціональними поверхнями, вирішують технології, що ґрунтуються на використанні верстатів з ЧПК. Обов'язкова стадія такої технології — створення тривимірної комп'ютерної моделі виробу з використанням CAD-пакета, який включає твердотільне (векторне) параметричне моделювання криволінійних поверхонь з розрахунком дискретно представленої кривої (ДПК), на основі якої формується поверхня, а ДПК задається сплай новою кривою, за якою будується точковий ряд. Для цього знаходиться послідовність точок, кожна з яких розташована в середині ділянки (відрізка) кривої складної форми, в результаті чого отримуємо точковий ряд який представляє шукану криву.

Засобом для опису об'єктів обчислювальної техніки, що характеризуються математичним забезпеченням ЕОМ можуть слугувати:

- геометричні поняття кривої і поверхні, що існують в прикладній математиці;
- ціла раціональна функція або многочлен спеціального вигляду;
- дробова раціональна функція;
- скінченна або така, що рахується, множина простих дуг кривої і простих кусків поверхонь.

Абстрактно-знакова модель структури вищезгаданого апарата має вид:

$$\mu_s = <<M, \alpha >^{\Omega 1}, <M, \beta >^{\Omega}, <M, \gamma>^{\Omega 2}, \tilde{A}>, \qquad (1)$$

де $<M, \alpha >^{\Omega 1}$ — модель в сигнатурі $\Omega 1$;

$<M, \beta >^{\Omega}$ — модель в сигнатурі $\Omega = \Omega 1 \ U\ \Omega 2$;

$<M, \gamma>^{\Omega 2}$ — модель в сигнатурі $\Omega 2$;

$\tilde{A}$ — аксіоматика, в якій використовується відношення як із $\Omega 1$, так і з $\Omega 2$.

Модель $<M, \alpha >^{\Omega 1}$ можна визначити як базову, де функція α збігається з β на сигнатурі $\Omega 1$, а модель $<M, \gamma>^{\Omega 2}$ можна визначити як похідну, де функція γ збігається з β на сигнатурі $\Omega 2$, тоді модель $<M, \beta >^{\Omega}$ — модель в сигнатурі $\Omega = \Omega 1 \ U\ \Omega 2$ називається станом системної моделі μ_s. У випадку, коли модель μ_s стохастичного виду, сигнатура Ω1 може представляти відношення фізико-механічного характеру, а сигнатура $\Omega 2$ — відношення аналітико-геометричного характеру. У випадку, коли модель μ_s детермінованого виду сигнатура $\Omega 1$ представляє відношення гомоморфізму (тобто, відповідність в один бік), а сигнатура $\Omega 2$ — відношення гомеоморфізму (тобто, топологічного ізоморфізму).

Мінімізація функції за допомогою чотиривимірного куба (рис. 1), який має розмірності:

0 — куб (вершина),
1 — куб (пряма),
2 — куб (площина),
3 — куб (об'єм),
4 — куб (функція чотирьох змінних),

$$y = f(x_1, x_2, x_3, x_4),$$

як відображення однорідних координат, тобто, трьох координат в чотирьохвимірному просторі

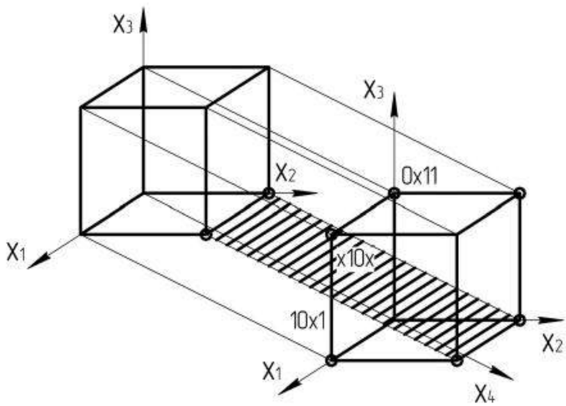
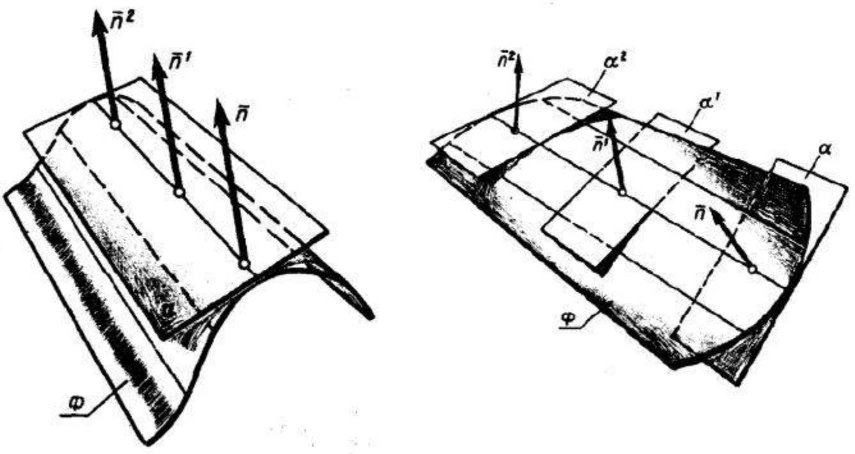


Рис. 1. *Мінімізація функції за допомогою чотиривимірного куба та відображення за його допомогою однорідних координат*

Найбільш простими у застосуванні для ЗРМ є лінійчасті поверхні (ЛП), які поділяються на розгортні і нерозгортні (рис. 2).

Степінь розгортності ЛП має певне значення для конструювання на її основі ГДП, оскільки розгортна поверхня є найбільш простою у виготовленні, а нерозгортна — більш ефективна в агротехнологічному відношенні. Тому в інженерному дизайні таких ГДП доцільною стає вимога отримання розгортної ГДП, яка є більш або менш близькою до нерозгортної. Отже, дослідження степеня розгортності ГДП для цілеспрямованого використання в інженерній практиці конструювання лінійчастих ГДП є актуальною геометричною задачею і має бути розв'язана шляхом створення відповідного методу. Такий метод може бути створений з використанням теорії проективних раціональних поверхонь, як визначення умов для конкретної ЛП, що розгортається.

Наприклад, визначимо умови для ЛП (рис. 3), що утворена двома дугами кривих другого порядку (К2П) $r(t)$ і $r^0(t)$ з каркасними точками 0,1,2 і коефіцієнтами α_1 і α_2 першої кривої і каркасними точками $0^0, 1^0, 2^0$ і коефіцієнтами α_1^0 і α_2^0 другої.



а) б)

***Рис. 2.** Функціональні грунтодеформуючі поверхні:*
а — розгортна, б — нерозгортна

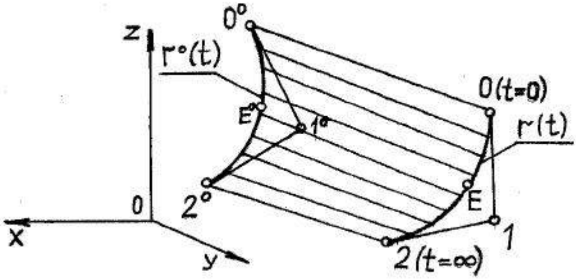


Рис. 3. *Нелінійна модель функціональної грунтодеформуючої поверхні*

Рівняння вказаних кривих другого порядку (К2П) мають вигляд:

$$r = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 t + \alpha_2 r_2 t^2}{\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2},\ r^0 = \frac{\alpha_0{}^0 r_0{}^0 + \alpha_1{}^0 r_1{}^0 t + \alpha_2{}^0 r_2{}^0 t^2}{\alpha_0{}^0 + \alpha_1{}^0 t + \alpha_2{}^0 t^2} \qquad (2,3)$$

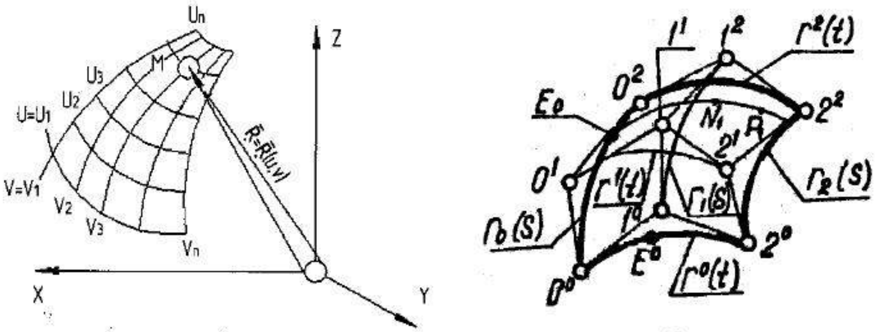
Будемо вважати ЛП розгортною, якщо її дві координатні твірні прямі при значеннях параметра t і $t+\Delta t$ (при $\Delta t \to 0$) знаходяться в одній площині. Це означає, що визначник (детермінант) дорівнює нулю. Із рівності детермінанта нулю отримуємо умови для розгортної ЛП, що утворена вказаними двома дугами К2П, в яких, наприклад, $V_{010^01^0}$ — об'єм паралелепіпеда, що побудований на трьох векторах. Рівність об'єму нулю означає, що три вектора, або чотири точки ($0,1,0^0,1^0$) знаходяться в одній площині. Умови для розгортної ЛП, що утворена кривими $\kappa -^{го}$ порядку, визначаються аналогічно.

В класичній математиці теж звертається увага на актуальність геометричної задачі знаходження степеня розгортності ЛП: «найкоротша відстань між суміжними твірними $l(v)$ і $l(v+dv)$ ЛП представляє собою нескінченну малу першого порядку відносно dv у випадку похилої (косої) ЛП і нескінченно малу більш високого порядку у випадку поверхні торса з ребром звороту».

Основу МА конкретної дисципліни, як відомо, складає математична теорія, інтерпретована на сукупності відповідних об'єктів конкретної предметної дисципліни. Наприклад, в ЗРМ такою сукупністю об'єктів можуть слугувати відібрані багаторічною практикою чотири форми лемішно-полицевих поверхонь (ЛПП) плугів: циліндрична, циліндроїдальна, напівгвинтова і гвинтова, які можна задати системою перерізів — криволінійних шаблонів, що розглядаються як першопочатковий дискретний каркас (ДК), за яким може бути визначено рівняння раціональної ЛП.

Використання ЕОМ в конструюванні складних ГДП ґрунтується в теорії проективних раціональних поверхонь на представленні їх як поверхонь технічної форми (ПТФ) у вигляді деякої сукупності скінченої, або такої, що рахується, множини простих кусків поверхонь (ПКП) з заданими правилами стикування їх між собою. Під ПКП мають на увазі множину точок, топологічно еквівалентну множині точок круга або квадрата. ГДП землеробської механіки можуть конструюватись як один, єдиний ПКП, оскільки мають невелику протяжність (рис. 4*а*).

В самому понятті ПКП закладені принципи конструювання складної поверхні за допомогою ЕОМ, оскільки рівняння поверхні може бути визначено за першопочатковим ДК і записується у параметричному вигляді (векторно) $r = r(u,v)$. В якості ПКП приймаються узагальнені ПКП, які мають ще одну координатну лінію (рис. 4*б*). При цьому координатними лініями узагальненого ПКП є раціональні криві, які мають три координатні точки зі значеннями параметра $u = \infty, 1, 0$ і на кінцях простої дуги дотичні прямі при значеннях параметра ∞, 0.



а) б)

Рис. 4. *а) схема визначення рівняння функціональної грунтодеформуючої поверхні за первісним дискретним каркасом, б) узагальнений простий кусок поверхні*

Раціональною кривою називається крива бiраціонально ізоморфна (а значить і топологічно еквівалентна) прямій лінії, а проста дуга — це множина точок, топологічно еквівалентна відрізку прямої лінії. Рівняння простої дуги записуються у векторному параметричному виді

$$r = r(u), \text{ або } r = r(t). \tag{4}$$

Наведемо формування нового інженерного способу конструювання ГДП, заданого степеня розгортності, з використанням ЕОМ для ЗРМ (на прикладах розв'язування вибраних задач), в якій найбільш розповсюдженими саме і є ЛП, що поділяються на розгортні і нерозгортні (рис. 2). Розгортні ЛП є найбільш простими у виготовленні, оскільки не потребують для свого виготовлення пресового обладнання, а нерозгортні ЛП мають кращі агротехнологічні властивості взаємодії з ґрунтом. Тому, при конструюванні ЛП досить часто виникає задача розробити розгортну поверхню, яка є близькою до нерозгортної. А для цього інженеру треба знати степінь розгортності ЛП як деякого класу, тобто виникає задача класифікації ЛП за степенем розгортності. Задачу можна розв'язати на основі досліджень степеня розгортності раціональних ЛП (точніше узагальнених ПКП), які мають рівняння у векторному параметричному виді і розміщуються в тривимірному афінному просторі (A^3).

Твірною раціональної ЛП слугує проективна пряма, яка в просторі A^3 має рівняння у векторному параметричному виді

$$r = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 t}{\alpha_0 + \alpha_1 t}, \tag{5}$$

де t — неоднорідний змінний параметр, який визначає просту дугу при значенні $0 \le t \le \infty$,

$r_0(t=0), r_1(t=\infty)$ — каркасні (координатні) точки прямої,

α_0, α_1 – коефіцієнти

Визначаємо коефіцієнти α_0, α_1 за третьою точкою, в якій беремо $t = 1$. Коли третю точку не задано, то беремо $\alpha_0 = \alpha_1$. Тоді рівняння прямої має вигляд:

$$r = \frac{r_0 + r_1 t}{1 + t} \tag{6}$$

Раціональні криві (РК) в просторі A^3 мають подібне рівняння степеня n,

$$r = \frac{\sum_{i=0}^{n} \alpha_i r_i t^i}{\sum_{i=0}^{n} \alpha_i t^i} = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 t + ... + \alpha_n r_n t^n}{\alpha_0 + \alpha_1 t + ... + \alpha_n t^n} \tag{7}$$

ЛП, утворені з використанням РК, будуть раціональними (за теоремою Люрота). Показані в змістовній геометричній теорії [1] на прикладах (задачах), що раціональні ЛП (точніше ПКП) мають різні степені розгортності і на цій основі можна дати класифікацію ЛП за степенем розгортності.

Задача 1. Нехай задані дві проективні прямі (в їх рівнянні маємо один змінний параметр t). З'єднаємо їх відповідні точки прямими (рис. 5), отримаємо раціональну ЛП другого порядку

$$r = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 t + s(b_0 r_{0'} + b_1 r_{1'} t)}{\alpha_0 + \alpha_1 t + s(b_0 + b_1 t)}, \tag{8}$$

де t, s — неоднорідні змінні параметри (у всіх наступних задачах аналогічно).

Визначники (детермінанти) будемо записувати з використанням матриць у наступному вигляді

$$\begin{bmatrix} x_A y_A z_A 1 \\ x_B y_B z_B 1 \\ x_C y_C Z_C 1 \\ x_D y_D z_D 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_A \\ r_B \\ r_C \\ r_D \end{bmatrix} = V_{ABCD} \tag{9}$$

Візьмемо у ЛП дві твірні з $t = 0$ і $t = \Delta t$ (Δt значно менша 1). При $t = 0$ отримаємо твірну з точками r_0 і $r_{0'}$, при $t = \Delta t$ — з точками

$$r_{\Delta t} = \frac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 \Delta t}{\alpha_0 + \alpha_1 \Delta t}, \; r'_{\Delta t} = \frac{в_0 r_{0'} + в_1 r_{1'} \Delta t}{в_0 + в_1 \Delta t}, \tag{10,11}$$

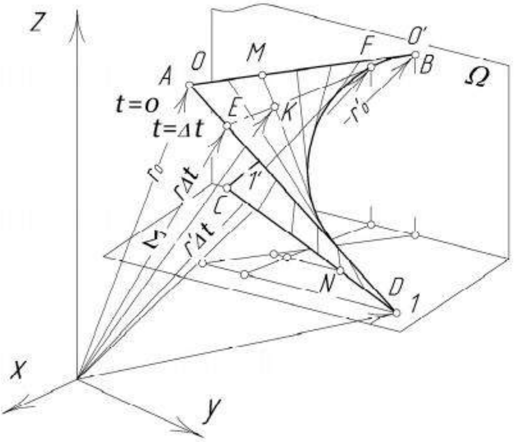


Рис. 5. *Раціональна лінійчаста поверхня другого порядку в афінній системі координат, що задана двома проективними прямими*

Знайдемо визначник

$$\begin{bmatrix} r_0 \\ r_{0'} \\ r_{\Delt} \\ r'_{\Delt} \end{bmatrix} == \begin{bmatrix} r_0 \\ r_{0'} \\ \dfrac{\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 \Delta t}{\alpha_0 + \alpha_1 \Delta t} \\ \dfrac{в_0 r_{0'} + в_1 r_{1'} \Delta t}{в_0 + в_1 \Delta t} \end{bmatrix} = \frac{1}{A \cdot B} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_{0'} \\ \alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 \Delta t \\ в_0 r_0 + в_1 r_{1'} \Delta t \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{\Delta t^2}{A \cdot B} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_{0'} \\ r_1 \\ r_{1'} \end{bmatrix} \alpha_1 в_1 = \frac{\Delta t^2 \alpha_1 в_1}{A \cdot B} V_{00''11'} \qquad (12)$$

Коефіцієнти α_0, α_1 і β_0, β_1 входять до рівняння однорідно, а тому приймаємо $\alpha_0 = 1,\ \beta_0 = 1$ (аналогічно і в інших задачах).

Величини $A = 1 + \alpha_1 \Delta t, ... B = 1 + \beta_1 \Delta t$ близькі до 1, а тому приймаємо $A = 1$ і $B = 1$ (коли будуть особливі зауваження, то беремо $A \neq 1$ і $B \neq 1$). В кінцевому результаті маємо

$$V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}} = \Delta t^2 \cdot \alpha_1 в_1 \cdot V_{00'11'}. \tag{13}$$

Наведена задача відноситься до МА моделювання поверхонь корпусів плугів американського виробництва.

Задача 2. Задана ЛП (рис. 6) з напрямною проективною прямою ($0^1 - 1^1$) і раціональною кривою другого порядку (К2П). Запишемо її рівняння

$$r = \frac{r_0 + \alpha_1 r_1 t + \alpha_2 r_2 t^2 + s(r_{0'} + в_1 r_{1'} t)}{1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + s(1 + в_1 t)}. \tag{14}$$

Візьмемо на поверхні дві твірні прямі з $t = 0$ і $t = \Delta t$. Аналогічно до попередньої задачі знаходимо визначник $V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}}$ і в кінцевому результаті маємо

$$V_{00' r_{\Delta t} r_{\Delta t}} = \Delta t^2 \cdot \alpha_1 в_1 \cdot V_{00'11'} + \Delta t^3 \cdot \alpha_2 в_1 V_{00'1'2}. \tag{15}$$

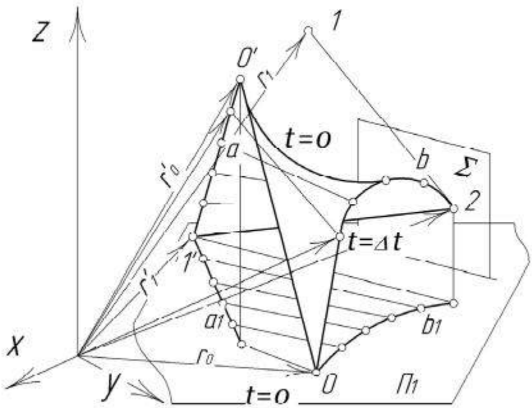


Рис. 6. *Раціональна лінійчаста поверхня, що задана проективною прямою і кривою другого порядку*

Коли дотична пряма ($0-1$) К2П буде паралельна прямій (0^1-1^1), то отримаємо

$$V_{00'r_{\Delta t}r'_{\Delta t}} = \Delta t^3 \cdot \alpha_2 в_1 V_{00'1'2}$$

Задача 3. Задана ЛП з напрямними К2П (рис. 7). З'єднаємо твірними прямими відповідні точки кривих і отримаємо рівняння поверхні 2П

$$r = \frac{r_0 + \alpha_1 r_1 t + \alpha_2 r_2 t^2 + s(r_{0'} + в_1 r_{1'} t + в_2 r_{2'} t^2)}{1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + s(1 + в_1 t + в_2 t^2)}. \quad (16)$$

Візьмемо на поверхні дві твірні прямі з $t = 0$ і $t = \Delta t$. Аналогічно до попередніх задач знаходимо визначник $V_{00'r_{\Delta t}r'_{\Delta t}}$ і в кінцевому результаті маємо

$$V_{00'r_{\Delta t}\ r_{\Delta t}} = \Delta t^2 \cdot \alpha_1 в_1 \cdot V_{00'11'} + \Delta t^3 (\alpha_1 в_2 \cdot V_{00'12'} + \cdot \alpha_2 в_1 V_{00'21'}) + \Delta t^4 \alpha_2 в_2 V_{00'22'}. \quad (17)$$

Наведена задача відноситься до МА моделювання поверхні стандартного культурного корпуса плуга П-5-35 (ГОСТ 65-53).

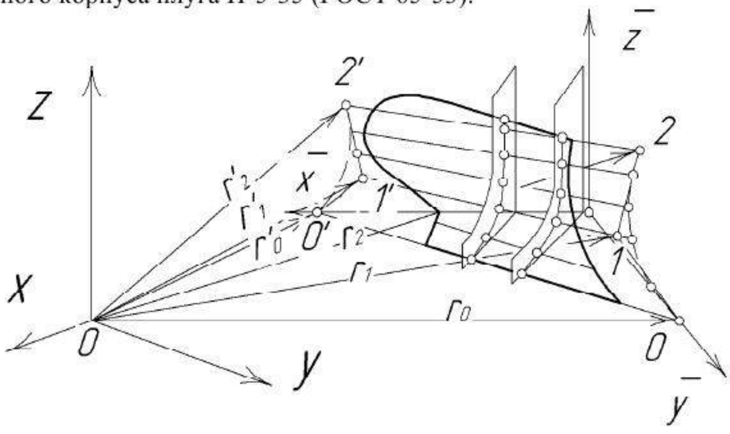


***Рис.** 7. Раціональна лінійчаста поверхня, що задана двома кривими другого порядку*

Задача 4. Задана поверхня торса (рис. 8) третього порядку рівнянням

$$r = \frac{r_0 + 2\alpha_1 r_1 t + \alpha_2 r_2 t^2 + s(\alpha_1 r_1 + 2\alpha_2 r_2 t + \alpha_3 r_3 t^2)}{1 + 2\alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + s(\alpha_1 + 2\alpha_2 t + \alpha_3 t^2)}. \tag{18}$$

Твірні торса з'єднують відповідні точки К2П κ і κ^1. Візьмемо твірні з $t = 0$ і $t = \Delta t$. (Δt значно менша 1). Аналогічно до попередніх задач знаходимо визначник $V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}}$ і в кінцевому результаті маємо

$$V_{00' r_{\Delta t} r'_{\Delta t}} = \Delta t^4 \cdot 2\alpha_2 \alpha_3 V_{0123}. \tag{19}$$

Задача 5. *Задана поверхня торса (Рис. 9) четвертого порядку рівнянням*

$$r = \frac{r_0 + 3\alpha_1 r_1 t + 3\alpha_2 r_2 t^2 + \alpha_3 r_3 t^3 + s(\alpha_1 r_1 + 3\alpha_2 r_2 t + 3\alpha_3 r_3 t^2 + \alpha_4 r_4 t^3)}{1 + 3\alpha_1 t + 3\alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + s(\alpha_1 + 3\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2 + \alpha_4 t^3)}. \tag{20}$$

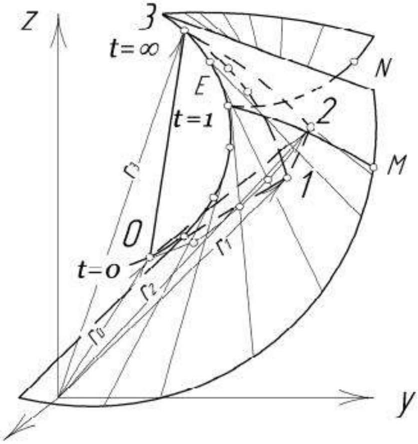


Рис. 8. *Торс 3П в просторі проективних раціональних поверхонь $[A^3(E^3) \supset P^3(0\text{-}1\text{-}2\text{-}3)]$ де (0-1-2-3) — координатний тетраедр*

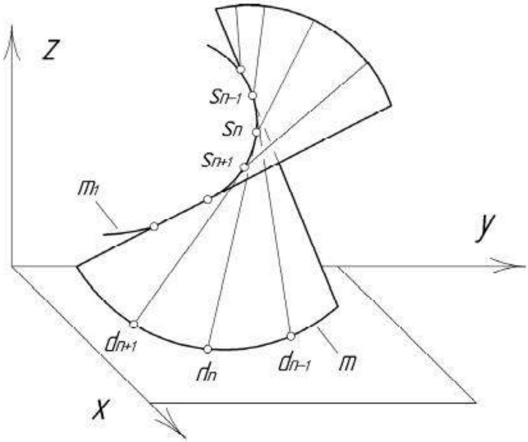


Рис. 9. *Раціональна поверхня торса з ребром звороту (загальний вид)*

Твірні торса з'єднують відповідні точки кривих третього порядку κ і κ^1. Візьмемо твірні з $t = 0$ і $t = \Delta t$. (Δt значно менша 1). Аналогічно до попередніх задач знаходимо визначник і в кінцевому результаті маємо

$$V_{00'r_{\Delta t}\ r_{\Delta t}} = \Delta t^{4} \cdot 6\alpha_2\alpha_3 V_{0123} + \Delta t^5 \cdot 3\alpha_2\alpha_4 V_{0124} + \Delta t^6 \cdot \alpha_3\alpha_4 V_{0134}. \qquad (21)$$

Висновки. Розгортність ЛП при конструюванні на їх основі, наприклад ГДП землеробної механіки, має певне значення. Для використання розгортних ЛП в практиці грунтообробітку у більшості випадків конструктора не задовільняють геометричні параметри поверхні, які спричиняють до зниження ефективності агротехнологічної взаємодії з ґрунтом, а використання нерозгортних ЛП було б більш ефективним, то при відомих степенях розгортності поверхонь конструктор міг би вибирати потрібні для заданих умов агротехнічної взаємодії ЛП.

На основі рівнянь раціональних ЛП у векторному параметричному виді був розроблений інженерний спосіб конструювання, який дає можливість дві близькі твірні прямі ЛП порівняти з площиною і визначити степінь її розгорнності (точніше ПКП).

Бібліографія

1. *Калетнік Г. М., Заришняк А. С., Адамчук В. В., Булгаков В. М.* Землеробська механіка — теоретична база сучасної сільськогосподарської техніки// Механізація та електрифікації сільського господарства. — Глеваха, 2013. — Вип. № 98. — С. 31-43.
2. *Клир Дж.* Системология. Автоматизация решения системных задач: Пер. с анг. — М.: Радио и связь, 1990. — 544 с.
3. *Тимченко А. А., Родионов А. А.* Основы информатики системного проектирования объектов новой техники. Отв. ред. Скурихин В. И.; АН УССР. Ин.-т кибернетики им. В. М. Глушкова. — Киев: Наук. Думка, 1991. — 152 с.
4. *Хокс. Б.* Автоматизированное проектирование и производство. Пер. с анг. — М.: Мир, 1991. — 296 с.: ил.
5. *Павлоцкий А. С.* Математическая модель функциональной поверхности активного воздействия на почвенную среду// Прикладная геометрия и инженерная графика. — К.: Будівельник, 1992. — Вип. № 53. — С. 99–101.
6. *Гячев Л. В.* Механика сельскохозяйственных машин — Ч. 2–3 Основы теории сельскохозяйственных машин: учебное пособие/ Алт. гос. техн. ун-т им. И. И. Ползунова. — Барнаул: изд-во АлтГТУ, 1995. — 291с.: ил.
7. *Павлоцкий А. С.* Співвідношення системного і множинного підходів у моделюванні формоутворення поверхонь агротехнологічної механіки грунтів// Прикл. геометрія та інж. графіка. — К.: КДТУБА, 1998. — Вип. № 63. — С. 97–99.
8. *Павлоцкий А. С.* Інтеграція геометричного моделювання і технічної естетики функціональних поверхонь// Прикл. геометрія та інж. графіка. — К.: КДТУБА, 2001. — Вип. № 69. — С. 94–98.
9. *Павлоцька В. А.* Утворення раціональної поверхні торса третього порядку за трьома точками і дотичними в них// Прикл. геометрія та інж. графіка. — К.: КДТУБА, 2003. — Вип. № 73. — С. 282–287.
10. *Надолинний В. О., Павлоцький А. С.* Два способи визначення рівняння торса// Прикл. геометрія та інж. графіка. — К.: КДТУБА, 2004. — Вип. № 74. — С. 72–77.
11. *Надолинний В. О., Павлоцький А. С.* Розгортні прості куски поверхонь з мінімальною кількістю сторін// Прикл. геометрія та інж. графіка. — К.: КДТУБА, 2005. — Вип. № 75. — С. 35–39.

СОВРЕМЕННЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ЗЕМЛЕДЕЛЬЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ (РЕШЕНИЕ ИЗБРАННЫХ ЗАДАЧ)

Определена реализация уже сделанных теоретических и практических шагов одного из возможных путей выхода из кризисного состояния в направлениях фундаментальных и прикладных исследований с использованием научной теории, которая решает технически, конкретные задачи земледельческой механики (ЗДМ) на основе применения нелинейных моделей объектов вычислительной техники, характеризующихся математическим обеспечением ЭВМ.

Ключевые слова: *системные свойства, множества, матрицы, логика, вероятности, аппроксимация, интерпретация.*

MODERN MATHEMATICAL APPARATUS OF AGRICULTURAL MECHANICS (SELECTED PROBLEMS SOLUTION)

Outlined is the implementation of the theoretical and the practical steps having been made of one of the possible ways out of the crisis situation in the areas of basic and applied researches usinga scientific theory to solve technically specific problems of agricultural mechanics (AM) based on the use of nonlinear models of objects of computer engineering characterized by software of computers.

Key words: *system properties, sets, matrices, logic, probability, approximation, interpretation.*