

# ОПРАЦЮВАННЯ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

## ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МЕТРОЛОГІЧНОЇ НАДІЙНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ ENSURING METROLOGICAL RELIABILITY OF MEASUREMENTS

**Володарський Є. Т., д-р техн. наук, проф.,**

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”,  
Україна; e-mail: vet-1@ukr.net;

**Потоцький І. О.**

Державне підприємство “Укрметртестстандарт”, Україна,  
e-mail: pototskiy@ukrcsm.kiev.ua

**Eugen Volodarsky, Dr. Sc., Prof.,**

National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Ukraine

**Ihor Pototskiy,**

State Enterprise “Ukrmetrteststandard”, Ukraine

<https://doi.org/10.23939/istcmtm2019.03.005>

**Анотація.** У статті запропоновано підхід щодо дослідження метрологічної надійності вимірювань з урахуванням умов та режимів функціонування засобів вимірювальної техніки, оснований на проміжному контролі середньоквадратичного відхилення результатів вимірювань. Введено нове поняття критичної послідовності точок на контрольній карті Шухарта (*s*-карти), появя якої свідчить про наявність впливу на результат вимірювання засобом вимірювальної техніки непідкладкових величин. Проаналізовано ймовірності потрапляння послідовностей точок у певні діапазони контрольної карти, відповідно до закону розподілу середньоквадратичного відхилення, на основі яких запропоновано критерій встановлення необхідності калібрування або ремонту засобу вимірювальної техніки.

**Ключові слова:** метрологічна надійність, вимірювання, міжкалібрувальний інтервал, контрольна карта, середньоквадратичне відхилення.

**Abstract.** The article proposes an approach to the research of the metrological reliability of measurements taking into account the conditions and operating modes of measuring equipment, based on the intermediate control of the standard deviation of the measurement results. The above approach is relevant because it allows laboratories to reasonably set the recalibration intervals of measuring equipment based on the control of standard deviations. The requirement for reasonable setting of recalibration intervals for measuring instruments is a common worldwide practice.

A new concept of the critical sequence of points on the Shewhart control chart (*s*-chart) was introduced, the appearance of which indicates the presence of non-random variables of the measurement result by the measuring equipment. The probabilities of point sequences falling into certain ranges of the control chart are analyzed based on the law of distribution of standard deviation. It is proposed to subdivide the whole interval of probable hit of the standard deviation checkpoints on the Shewhart control chart for research purposes. Subsequently, a situation where a certain number of consecutive points falls within one or another range (or several adjacent ranges) was simulated, and it was proved that the occurrence of such critical points sequences on the control chart could indicate a loss of metrological reliability of the measuring instrument. To clarify the information, the article presents graphs of the probability of complex events (certain sequences of points) on the number of consecutive control points in the distribution ranges.

The analysis made it possible to propose the criteria for establishing the need for calibration or repair of the measuring equipment, based on the results of intermediate checks and control of the standard deviation.

**Key words:** Metrological reliability, Measurements, Recalibration interval, Control chart, Standard deviation.

### Вступ

Вимірювання є базовою процедурою експериментальної інформатики. Результати вимірювання – числові дані про параметри та характеристики досліджуваних об'єктів та явищ – використовуються як вхідні величини під час реалізації складніших експериментальних процедур, таких як контроль, випробування, діагностування та встановлення регресійних залежностей. Статистична надійність цих

процедур першочергово залежить від точності та стабільності вимірювань. Для забезпечення впевненості у результатах вимірювань засоби вимірювальної техніки (далі – ЗВТ), що використовуються, необхідно надавати на калібрування, яке потрібно проводити з урахуванням умов експлуатації. Навіть більше, згідно з новою редакцією ISO/IEC 17025 [1] лабораторія повинна встановити програму калібрування, яка повинна переглядатися та, за необхідності, коригуватися для підтримання впевненості

щодо статусу калібрування і, крім іншого, повинна містити вимоги до встановлення міжкалібрувальних інтервалів ЗВТ.

### Сучасний стан проблеми

Загальні рекомендації щодо встановлення міжкалібрувальних інтервалів наведено у документі, розробленому спільно ILAC (Міжнародне співробітництво з акредитації лабораторій) та OIML (Міжнародна організація законодавчої метрології), а саме ILAC-G 24/OIML D 10 [2]. Методи, запропоновані у цьому документі, передбачають проведення проміжних перевірянь ЗВТ під час їх використання у лабораторії і, якщо перевірка відхилення (BIAS) від номінального значення широко використовується у метрологічній практиці, то середньоквадратичне відхилення (далі – СКВ) під час проміжних перевірянь здебільшого не аналізують.

Але згідно з [3] під час оцінювання точності вимірювання необхідно враховувати не тільки правильність (зміщення), а й повторюваність результатів, що характеризує однорідність умов та режимів проведення експериментальних досліджень. З теорії математичної статистики випливає, що обробляти разом можна дані (результати вимірювання), отримані в однорідних умовах проведення експерименту. Тому під час проміжних перевірянь обов'язково необхідно контролювати середньоквадратичне відхилення (далі – СКВ).

Традиційно порушення метрологічної надійності пов'язують із дрейфом характеристики ЗВТ [4], тобто зміною показів у часі за незмінних входніх величин і умов проведення вимірювань, тобто допускається адитивне зміщення характеристики у часі. За такого допущення практично вважають незалежними контрольні карти середніх та карти СКВ Шухарта ( $X$ - та  $s$ -карти). Використовуючи контрольні карти Шухарта, вважають, що розладнання технологічного процесу здійснюється за рахунок зміщення “нульового” рівня процесу. Але для ЗВТ необхідно розглядати і зміну з часом параметрів характеристики вимірювального перетворення, тобто можливе і мультиплікативне зміщення – зміна чутливості. Це більшою мірою відображається на зміні розсіювання контрольних точок. Особливий випадок – зменшення чутливості, тоді тренд СКВ буде все близче до математичного сподівання (нульової лінії), що сприймається як статистично керований стан функціонування ЗВТ, тобто контрольні точки розташовані у граничних межах традиційної карти Шухарта і калібрування не потрібне.

### Мета роботи

Метою досліджень, висвітлених у статті, є встановлення критеріїв, які б давали змогу виявити

на початковому етапі вихід СКВ за гранично допустимі значення. Дослідження, проведені у [5], показали, що під час виконання проміжних перевірянь і обчислення вибіркових СКВ із застосуванням карти Шухарта достатньо мати  $n = (4-5)$  результатів спостережень, й справедливим буде припущення про нормальність закону розподілу впливових величин [6].

### 1. Дослідження ймовірності виникнення критичної послідовності точок

Розглянемо відношення вибіркової дисперсії  $S_n^2$  до генеральної  $\sigma_0^2$ , значення якої нормує виробник. Це відношення описується статистикою  $\chi^2$  Пірсона [7]:

$$\chi^2 = \frac{S_n^2 \cdot (n - 1)}{\sigma_0^2}, \quad (1)$$

яка може бути використана у поточному контролі можливого розсіювання результатів спостережень.

За ймовірності потрапляння статистики у певний інтервал:

$$P\left(\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1}^2 \leq \chi^2 \leq \chi_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2\right) = 1 - \alpha, \quad (2)$$

де  $\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1}^2$ ,  $\chi_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2$  – квантилі розподілу  $\chi^2$  Пірсона,

для рівня значущості  $\alpha$  (зазвичай, для контрольних карт становить 0,01) та кількості ступенів свободи  $v = n - 1$ .

Підставивши співвідношення (1) у (2), після перетворення отримаємо вираз:

$$P\left(\sqrt{\frac{\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, n-1}^2 \cdot \sigma_0^2}{n-1}} \leq S_n \leq \sqrt{\frac{\chi_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2 \cdot \sigma_0^2}{n-1}}\right) = 1 - \alpha \quad (3)$$

для ймовірності знаходження вибіркового значення СКВ у 99-відсотковому інтервалі.

Значення, які входять у ліву та праву частини нерівності, відповідають нижньому  $L_{CL}$  та верхньому  $U_{CL}$  граничному значенню  $s$ -карти Шухарта. Вихід за межі цих значень сигналізує про необхідність калібрування ЗВТ або виконання його ремонту.

У роботі [5] показано, що існує затримка у часі між моментами необхідності подавати ЗВТ на повторне калібрування та відображенням цього на контрольній карті.

Вплив невипадкових величин призводить до більшої/меншої розбіжності результатів на контрольній карті – деяка послідовність на ній хоч і змінюватиметься випадково, але частіше буде розташована в області великих/малих відхилень, тобто

збільшуватиметься/зменшуватиметься дисперсія. Саме цю властивість можна покласти в основу створення низки правил – попереджувальних критеріїв, які дають змогу коригувати характеристики або режими роботи ЗВТ, не чекаючи, коли процес метрологічно надійного функціонування порушиться і результати вийдуть за контрольні граници.

Отже, ймовірність потрапляння точки на контрольній карті поза межі  $L_{CL}$  та  $U_{CL}$  дорівнює 1 %, і якщо це сталося, вважають, що на процес впливають невипадкові величини. Послідовність точок на контрольній карті, які містяться у певних діапазонах, ймовірність виникнення якої менша за 1 %, також може вважатись сигналом того, що на процес впливають невипадкові величини і необхідне втручання. Наземо таку послідовність *критичною послідовністю точок*. У випадку з ЗВТ це означає, що необхідно проаналізувати причини, які могли б це зумовити і, можливо, передати ЗВТ на калібрування.

Розділимо діапазон на ліву і праву частини можливих значень СКВ відносно моди розподілу, яку приймаємо за центральну лінію CL, на три частини, як показано на рис. 1.

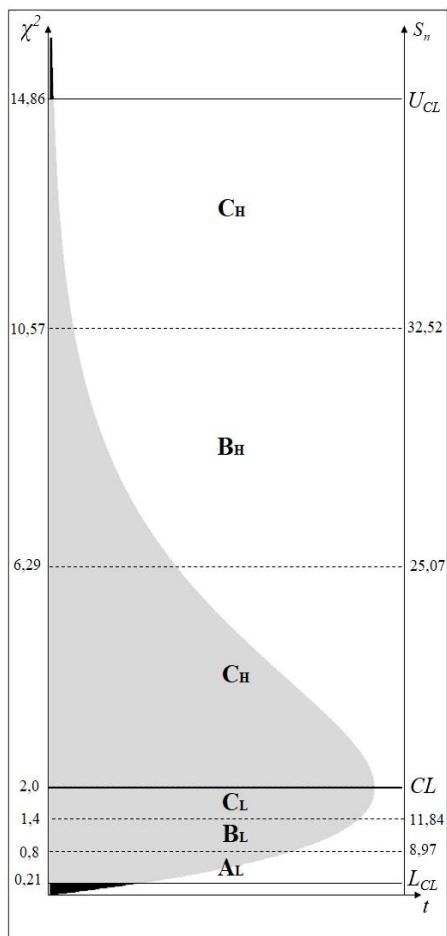


Рис. 1. Контрольні діапазони на *s*-карти

Fig. 1. Control ranges on *s*-chart

Критичні послідовності точок можна знайти, проаналізувавши ймовірності потрапляння точок у той чи інший діапазон (або сукупність суміжних діапазонів) за допомогою теореми множення ймовірностей для незалежних подій  $A_i$ :

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n P(A_i) \quad (4)$$

В основу побудови контрольних карт покладено той факт, що ймовірність потрапляння значення вибікового СКВ за контрольні межі  $L_{CL}$  та  $U_{CL}$  становить 1 %. Вихід за ці значення свідчить про те, що, крім випадкового, наявний систематичний вплив, адитивний чи мультиплікативний. Отже, послідовності точок на контрольній карті, що перебувають у контрольних або попереджувальних межах, і ймовірність появи такої послідовності менше за 0,01 можна вважати проявом спільногоподібного випадкових та систематичних причин.

Ознаки, пов’язані із розташуванням критичних послідовностей точок щодо центральної лінії, можна розділити на дві групи:

- критична послідовність точок, розташована по один бік від центральної лінії  $CL$ ;
- критична послідовність точок, розташована по обидва боки від центральної лінії  $CL$ .

Ймовірність їх появи в тій чи іншій області контрольної карти по один бік від  $CL$  можна визначити, аналізуючи ймовірність розміщення послідовності контрольних точок в одному з діапазонів або їх об’єднанні, які подані на рис. 1

Критичні послідовності точок можуть міститись:

- в одному діапазоні  
 $A_L = 5.7\%; B_L = 9.4\%; C_L = 10.9\%;$   
 $C_H = 55\%; B_H = 14.7\%; A_H = 2.7\%;$   
– у кількох суміжних діапазонах (наприклад  $(A_L+B_L), (C_L+C_H)$  тощо);
- нижче або вище від рівня  $CL$ .

Спочатку розглянемо випадок, коли критична послідовність точок розміщена нижче або вище від центральної лінії (моди розподілу). Ймовірність потрапляння контрольної точки нижче від значення  $CL$ , тоді процес залишається у стані статистичної керованості, дорівнює 26 %, а вище від  $CL$  – 73 %. Визначимо, появу якої кількості послідовних точок на *s*-карти не можна пояснити впливом тільки випадкових величин.

Оскільки складні події, що аналізуються, містять незалежні події, то для обчислення ймовірності виникнення послідовності контрольних точок на карті використаємо вираз (4). Результати моделювання наведено на рис. 2.

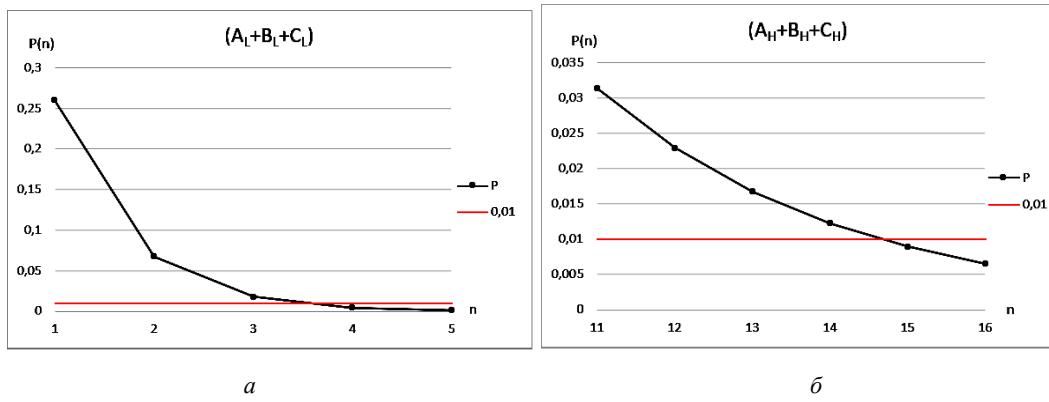


Рис. 2. Ймовірність потрапляння послідовності контрольних точок у області:  
а – нижче від центральної лінії; б – вище від центральної лінії

Fig. 2. Probability of hitting the sequence of control points in the area:  
a – below the center line; b – above the center line

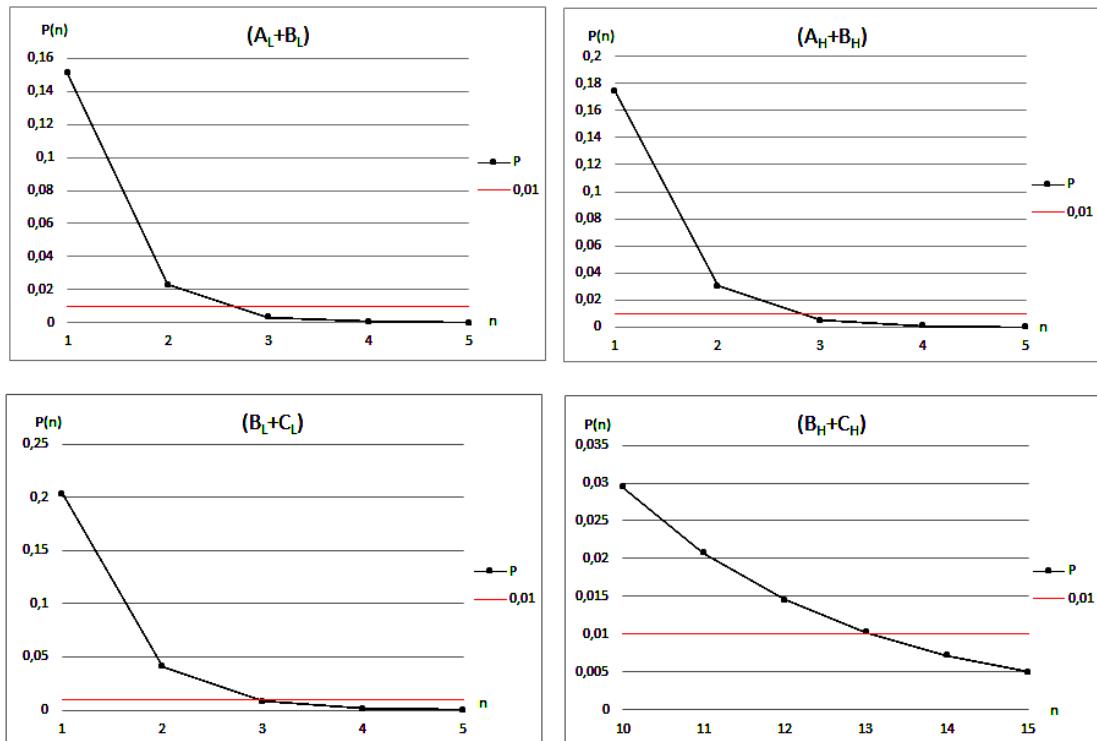
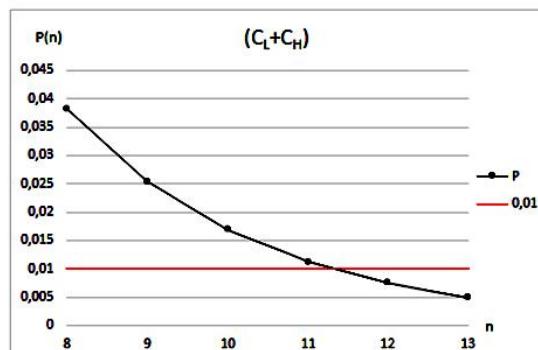


Рис. 3. Залежність ймовірності складних подій  
від кількості послідовних  
контрольних точок у областях розподілу, що  
об'єднують кілька діапазонів

Fig. 3. Probability of complex events on the number  
of consecutive checkpoints  
in distribution areas that combine multiple ranges



Отже, свідченням необхідності повторного калібрування ЗВТ є потрапляння чотирьох поспіль контрольних точок у нижню частину розподілу, тоді як для верхньої частини необхідна наявність послідовності з 15 контрольних точок. Але ймовірність елементарної події у цьому випадку майже утричі більша.

Розглянемо ситуації, які виникають у разі комбінації діапазонів у нижній або верхній частинах розподілу. Результати наведено на рис. 3.

З аналізу наведених залежностей випливає, що наявність послідовності із трьох контрольних точок на *s*-карті у областях ( $A_L+B_L$ ), або ( $B_L+C_L$ ), або ( $A_H+B_H$ ) є свідченням порушення процесу функціонування ЗВТ, тобто наявності впливу не тільки випадкових величин, й не лише адитивного, а й мультиплікативного. Введення на контрольній карті додаткових граничних значень може бути використано як додаткові критерії, які на початковому етапі розладнання функціонування ЗВТ вказують на необхідність здійснення його калібрування.

## Висновки

Встановлено критерії, які дають змогу, з урахуванням умов та режимів застосування ЗВТ, оперативно приймати рішення про необхідність його калібрування. Поява певної послідовності контрольних точок на *s*-карті свідчить про зміни параметрів характеристики перетворення ЗВТ. Оскільки карти Шухарта мають часову затримку у виявленні метрологічної ненадійності засобу вимірювання, застосування виявлених критеріїв актуальне і перспективне.

## Подяка

Автори висловлюють глибоку вдячність колективам кафедри автоматизації експериментальних досліджень Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського” та Державного підприємства “Укрметртестстандарт” за посильну допомогу та сприяння у підготовці статті.

## Конфлікт інтересів

Конфлікт інтересів під час написання, підготовки та опублікування статті не виникав, як і взаємні претензії співавторів.

## Література

[1] ISO/IEC 17025:2017 ISO/IEC 17025:2017 General requirements for the competence of testing and calibration laboratories (Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій).

[2] ILAC-G 24/OIML D 10:2007 Guidelines for the determination of calibration intervals of measuring instruments (Настанови щодо визначення міжкалібрувальних інтервалів засобів вимірювальної техніки).

[3] ISO 5725-1:1994 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 1: General principles and definitions (Точність (правильність і прецизійність) методів та результатів вимірювання. Частина 1. Основні положення та визначення).

[4] DSTU-N РМГ 74:2009 Метрологія. Методи визначення міжповіркового та міжкалібрувального інтервалів засобів вимірювання (РМГ 74-2004, IDT). [Електронний ресурс]. Режим доступу: [http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id\\_doc=62983](http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=62983).

[5] Є. Володарський, М. Добролюбова, М. Клевцова, “Аналіз чутливості контрольних карт Шухарта”, *Інформаційні системи, динаміка та керування*, № 17, с. 51–60, 2017.

[6] ISO 7870-2:2013 Control charts – Part 2: Shewhart control charts (Статистичний контроль. Карти контролюнні. Частина 2. Карти Шухарта).

[7] H. Cramér, *Mathematical methods of statistics*, Princeton, NJ, US: Princeton University Press, 1999.

## References

[1] ISO/IEC 17025:2017 General requirements for the competence of testing and calibration laboratories. [Online]. Available: <https://www.iso.org/standard/66912.html>. Accessed on: 2017.

[2] ILAC-G 24/OIML D 10:2007 Guidelines for the determination of calibration intervals of measuring instruments. [Online]. Available: <http://www.iec-ilac-iaf.org/doc/1007a.pdf>. Accessed on: 2007.

[3] ISO 5725-1:1994 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – Part 1: General principles and definitions. [Online]. Available: <https://www.iso.org/standard/11833.html>. Accessed on: 1994.

[4] DSTU-N RMG 74:2009 Metrolohiia. Metody vyznachennia mizhpovirkovoho ta mizhkalibruvalnoho intervaliv zasobiv vymiriuvannia (RMG 74-2004, IDT). [Online]. Available: [http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id\\_doc=62983](http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=62983). Accessed on: 2009.

[5] E. Volodarsky, M. Dobrolyubova, M. Klevtsova, “Sensitivity analysis of Shewhart control charts”, *Information systems, mechanics and control*, № 17, pp. 51–60, 2017.

[6] ISO 7870-2:2013 Control charts – Part 2: Shewhart control charts. [Online]. Available: <https://www.iso.org/standard/40174.html>. Accessed on: 2013.

[7] H. Cramér, *Mathematical methods of statistics*, Princeton, NJ, US: Princeton University Press, 1999.