

УДК 532.135.66.012

# ДОСЛІДЖЕННЯ ПОХИБОК ЗАСОБІВ КОНТРОЛЮ ЗІ ЗАКРІПЛЕНИМИ КІНЦЯМИ ДІАПАЗОНУ ВИМІРЮВАННЯ МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛЬНОГО ФУНКЦІОНАЛА

**Research of Errors in Measuring Instruments  
with Fixed Ends of Measurement Range  
by Integral Functional Method**

**Й. Стенцель**, доктор технічних наук, професор,  
завідувач кафедри комп'ютерно-інтегрованих  
систем управління (KISU),  
e-mail: kafedraKISU@gmail.com

**К. Літвінов**, кандидат технічних наук,  
старший викладач кафедри KISU,  
e-mail: konstantinLitvinovua@gmail.com

**Т. Сотнікова**, кандидат технічних наук,  
доцент кафедри KISU,  
e-mail: kafedraKISU@gmail.com  
Східноукраїнський національний університет  
ім. В. Даля, м. Северодонецьк,

**В. Лопатін**, доктор технічних наук,  
старший науковий співробітник,  
Інститут геотехнічної механіки ім. М. С. Полякова  
Національної академії наук України, м. Дніпро,  
e-mail: nanu@igtm.dp.ua

**Y. Stentsel**, Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Head of the Department of Computer Integrated  
Management Systems (CIMS),  
e-mail: kafedraKISU@gmail.com

**K. Litvinov**, Candidate of Technical Sciences,  
Senior Lecturer of the Department of CIMS,  
e-mail: konstantinLitvinovua@gmail.com

**T. Sotnikova**, Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor of the Department of CIMS,  
e-mail: kafedraKISU@gmail.com  
Volodymyr Dal East Ukrainian National University,  
Severodonetsk,

**V. Lopatin**, Doctor of Technical Sciences,  
Senior Researcher,  
M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics  
of the National Academy of Sciences of Ukraine, Dnipro,  
e-mail: nanu@igtm.dp.ua

*Представлено результати досліджень додаткових похибок вимірювання засобів контролю, зумовлених зміною нормованих впливних параметрів. Показано, що для дослідження таких похибок використовувалися експериментальні методи: детермінований і варіаційний. Обґрунтована доцільність дослідження таких похибок вимірювання методом інтегрального функціонала, суть якого полягає у визначенні різниці площин під номінальною та поточною статичними характеристиками засобу контролю з подальшим визначенням інтегрального функціонала та додаткової похибки. Наведено результати досліджень додаткових похибок вимірювання для випадку, коли статична характеристика засобу контролю є лінійною та закріплена за початкового вхідного сигналу. Наведено математичні моделі для додаткових похибок вимірювання і показано їх розподілення за зміни впливного та вимірювального параметрів.*

*The article presents the research results of additional errors in measuring instruments caused by the change of normalized*

*influential parameters. The analysis of modern methods of additional measurement errors determination is performed, and their disadvantages are shown. A new method for research and determination of additional errors is proposed, which is based on Euler's optimality integral functional. Applicability of such measurement errors research by the integral functional method is substantiated, the essence of which is to determine the difference of planes with nominal and current static characteristics of the measuring instrument with further definition of the integral functional and measurement errors. The research results of additional measurement errors are presented for the case when the static characteristic of the measuring instrument is linear and fixed at the initial input signal. It is shown that for measuring instruments with the linear static characteristic the change of the influence parameter does not change the characteristic linearity, but only leads to nonlinearity of the additional measurement error with increase in deviation of the influence parameter from its normalized value. The mathematical models of additional measurement errors and their graphical distribution along the measurement range are presented.*

**Ключові слова:** метод, контроль, функціонал, похибка, інтеграл, статична характеристика, впливні параметри, діапазон вимірювання, математична модель, оптимізація.

**Keywords:** method, control, functional, error, integral, static characteristic, influence parameters, measurement range, mathematical model, optimization.

**П**рактично всі засоби контролю є залежними від зміни різноманітних впливних параметрів: температури нагрівання та навколишнього середовища, атмосферного тиску, вологості, напруги живлення та багатьох інших. Більшість впливних параметрів — нормовані для певного засобу контролю,

наприклад, температура навколишнього середовища  $(20 \pm 2)^{\circ}\text{C}$ , вологість  $(60 \pm 15)\%$ , напруга живлення  $(220 \pm 2)\text{В}$  тощо. Відхилення таких впливних параметрів від їх нормованих значень призводить до появи додаткових похибок контролю [1]. Практика експлуатації засобів контролю за промислових умов

свідчить, що зміна впливних параметрів призводить не тільки до появи додаткової похибки вимірювання, але й до нелінійності статичної характеристики. За номінальних значень впливних параметрів (умови градування засобу контролю) статична характеристика є закріпленою в двох точках. Такий відрізок статичної характеристики називається діапазоном вимірювання (діапазоном контролю або шкалою). Відхилення статичної характеристики від номінальної внаслідок дії впливних параметрів призводить до її деформації вздовж діапазону вимірювання, а відповідно до додаткових похибок вимірювання (особливо, коли діапазон вимірювання є частиною нелінійної статичної характеристики). З метою зменшення додаткових похибок вимірювання застосовують різні методи, серед яких найбільш поширеними є методи з одним або двома закріпленими точками діапазону вимірювання. Першою закріпленою точкою є початок шкали («нуль» шкали), а другою — її кінець. У сучасних засобах контролю, побудованих на комп'ютерно-інтегрованих технологіях, контроль і корекція закріплених точок діапазону вимірювання здійснюється перед кожною операцією вимірювання. Контроль першої закріпленої точки здійснюється шляхом подання на вхід засобу «нульового» сигналу. Якщо при цьому має місце відхилення показань засобу контролю від «нульового» значення, то виконується налагодження цієї точки, тобто вводиться поправка на величину зміщення показання. Такий метод закріплення «нульової» точки діапазону вимірювання є найбільш поширеним. Меншого поширення дістали засоби, в яких діапазон вимірювання має дві закріплені точки: «нульову» та реперну. Характерною особливістю засобів контролю з двома закріпленими точками діапазону вимірювання є те, що, незалежно від відхилення впливного параметра від його нормованого значення, в цих точках додаткова похибка вимірювання відсутня, тобто показання відповідають нормованому діапазону вимірювання.

Основні додаткові похибки вимірювання, зумовлені нормованими впливними параметрами (наприклад, температурою, тиском і вологістю навколишнього середовища, напругою живлення, частотою струму тощо), як правило, вказуються в технічній документації. Ці похибки у більшості випадків визначаються експериментально на стадії випробування дослідних зразків засобів контролю або розраховуються за математичними моделями для кожного типу засобу, якщо такі моделі є достатньо адекватними. Загальної теорії щодо досліджень додаткових похибок вимірювання засобів контролю у нау-

ковій літературі не виявлено, незважаючи на те, що питанням руху об'єктів у просторі та його відхиленням присвячується достатньо велика кількість наукових праць у сфері оптимального управління, серед яких метод оптимального управління Ейлера, Понтрягіна, Беллмана та інші [2—4]. Їх суть полягає в оптимізації руху динамічного об'єкта управління за його відхилення від нормованого (заданого) значення. До таких динамічних об'єктів можна віднести й засоби контролю, які мають відповідний діапазон вимірювання, та динамічні пристрої зміни показань за відхилення вимірювального параметра. Як свідчить аналіз наукової літератури, найбільш придатним для дослідження руху засобів контролю як у статичному, так і динамічному режимах роботи є метод Ейлера, який базується на відхиленні інтегрального функціонала від нормованого напрямку руху.

#### АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

До нинішнього часу для дослідження додаткових похибок вимірювання використовуються такі методи: експериментальний, детермінований і варіаційний [5, 6].

Експериментальний метод засновано на визначенні основних впливних параметрів, які діють на засіб контролю, і проведенні його досліджень за нормальних і реальних (у разі зміни впливних параметрів) умов експлуатації. Результати таких досліджень опрацьовуються кореляційно-статистичними методами, будуються лінії регресії, які описуються відповідними емпіричними рівняннями. Такі рівняння приймаються за математичні моделі перетворень, за якими будуються статичні характеристики. Далі ці характеристики порівнюються з нормованими та визначаються відхилення між ними, які сприймаються за додаткові похибки вимірювання. Експериментально-статистичний метод є найбільш об'єктивним, дозволяє достатньо точно визначити як характер зміни додаткової похибки вздовж діапазону вимірювання, так й її значення, але відрізняється складністю, невеликою точністю і непридатний для використання його у засобах, побудованих на комп'ютерно-інтегрованих технологіях.

В основі детермінованого методу — побудова математичної моделі засобу контролю на основних фізико-хімічних законах, що описують не тільки процес перетворення вхідного сигналу, але й параметри, які впливають на нього. Метод є достатньо складним, вимагає високої точності математичного описання, що призводить до відповідних

спрощень та припущень, які зменшують точність описання процесу перетворення. Метод дозволяє з певною точністю отримати математичні моделі для кожної додаткової похибки вимірювання, зумовленої відхиленням того чи іншого впливного параметра від його нормованого значення.

Варіаційний метод базується на розкладанні математичної моделі засобу контролю в ряд Тейлора за змінними, визначенні коефіцієнтів перетворення за дією кожного впливного параметра для кожної складової додаткової похибки вимірювання (адитивної, мультиплікативної та нелінійних). Як правило, варіаційний метод широко використовується у наукових дослідженнях засобів контролю і мало придатний для його практичного використання.

До основних недоліків відомих методів можна віднести такі: по-перше, методи мало придатні для їх використання з метою підвищення точності засобів контролю, побудованих на комп'ютерно-інтегрованих технологіях; по-друге, вони не дозволяють оптимізувати додаткові похибки вздовж діапазону вимірювання засобу і, по-третє, методи не можна використовувати для оптимізації діапазонів вимірювання та вибору реперних точок.

#### ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ

У цій роботі пропонується метод інтегрального функціонала для дослідження додаткових похибок вимірювання засобів контролю, який базується на відомому рівнянні інтегрального функціонала Ейлера [7]. Оскільки у процесі вимірювання проходить переміщення стрілки засобу контролю вздовж діапазону вимірювання, то фактично виконується інтегрування показань за вихідним сигналом від деякого початкового (нульового) значення до кінцевого, яке обмежується шкалою. Вихідний сигнал засобу контролю може змінюватися не тільки за зміни вхідного (вимірювального) сигналу, але й за відхилення впливного параметра від свого нормованого значення. Тобто, кожному значенню впливного параметра відповідатиме своя статична характеристика за одних і тих же значень вимірювального параметра. На рис.1 показано принцип методу інтегрального функціонала. Якщо за фазові координати прийняти вихідні координати  $y(J, z)$  засобу контролю, а за управляючу координату — впливний параметр  $z$ , то інтегральний функціонал має такий вид:

$$v[y(J, z)] = \int_{J_{\Pi}}^{J_K} G[y(J, z), z] dJ,$$

де  $J_{\Pi}$ ,  $J_K$  — початок і кінець діапазону вимірювання;  $G[y(J, z), z]$  — функція вихідної координати  $y(J, z)$  засобу контролю та впливного параметра  $z$ ;  $J$  — вимірювальний параметр.

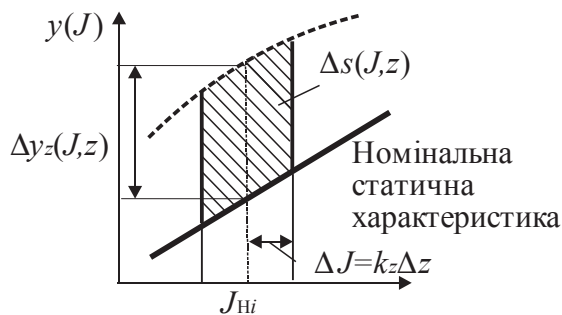


Рис. 1. Принцип методу інтегрального функціонала для дослідження додаткових похибок вимірювання  
Figure 1. The principle of the integral functional method for the study of additional measurement errors

Під час вибору діапазону впливних параметрів виходять з того, що на них накладаються реальні обмеження, які визначаються технічними умовами на відповідний засіб контролю. Отже, у відповідності з конструкцією засобу і технічними умовами в просторі змінних  $z_1, z_2, \dots, z_n$  має місце деяка множина допустимих впливних параметрів і кожний вибраний такий параметр повинен належати цій множині. На вихідні координати також накладаються певні обмеження, тобто вихідна координата повинна міститися у межах діапазону вимірювання. У найпростішому випадку добуток зміни вихідного сигналу  $\Delta y(J)$  на зміну  $\Delta z$  впливного параметра, який є відповідним еквівалентом вимірювального параметра і змінює вихідний сигнал, є деякою елементарною площиною  $\Delta s(J, z) = \Delta y(J) \cdot \Delta z$ . Тобто рівняння для інтегрального функціонала у загальному виді приймає вид:

$$v[y(J, z)] = \int_0^J \frac{dy(J, z)}{dz} \delta z dJ,$$

де  $\delta z = z - z_H$ ;  $z, z_H$  — поточне і нормоване значення впливового параметра.

У більшості випадків статичні характеристики — нелінійні або умовно лінійні [8], діапазон вимірювання (шкала засобу контролю) отримується експериментально. У результаті опрацювання даних випробувань отримують математичні моделі лінійної, параболічної, трансцендентної, множинної регресії тощо. Діапазон вимірювання може починатися з «нуля» (вимірювальний параметр  $J = 0$ ) до деякого максимального його значення ( $J = J_{\max}$ ). Як початок, так і кінець статичної характеристики не є сталими і можуть змінюватися внаслідок наявності адитивної, мультиплікативної та нелінійних складових загальної похибки вимірювання, зумовлених зміною різноманітних нормованих та ненормованих впливних параметрів. Тобто можна говорити, що статична характеристика є траєкторією руху вимірювального параметра з двома вільними кінцями. Траєкторія

руху вимірювального параметра вздовж номінальної статичної характеристики повністю визначається сукупними змінами внутрішніх і зовнішніх впливних параметрів. Зважаючи на таке припущення, граничні точки траєкторії руху вимірювального параметра вздовж статичної характеристики можуть бути як закріпленими (рис. 2), так і змінними. Отже, зміна статичної характеристики відноситься до варіаційної задачі зі закріпленими та змінними границями [9].

Статичні характеристики описуються відповідними функціями  $y(J) = f(J)$ , а її функціонал зміни показань —  $v[y(J)]$ , де  $y(J)$  — вихідний сигнал засобу контролю. Функціонал можна дослідити на екстремум зміни статичної характеристики за формулою [9]:

$$v[y(J)] = \int_{J_n}^{J_k} F(J, y(J), y'(J)) dJ, \quad (1)$$

де  $J_n, J_k$  — початкове та кінцеве значення діапазону вимірювання;  $J$  — поточне значення вимірювального сигналу;  $y(J)$  — залежність вихідної координати  $y$  від вхідної  $J$ ;  $y'(J)$  — похідна цієї залежності.

Граничними умовами для варіаційної задачі зі закріпленими кінцями будуть:  $y(J_n) = y_n$  і  $y(J_k) = y_k$ , де  $y_n, y_k$  — початкова та кінцева точки діапазону вимірювання відповідно. Це означає, що статичні характеристики засобів контролю за будь-яких змін впливних факторів проходять через точки з координатами  $A(J_n, x_n)$  і  $B(J_k, x_k)$ . Оскільки функції, які описують статичні характеристики за зміни впливних параметрів, є неперервно диференційованими, визначені на ділянці від  $J_0$  до  $J_k$  і задовольняють граничним умовам, називаються допустимими функціями,

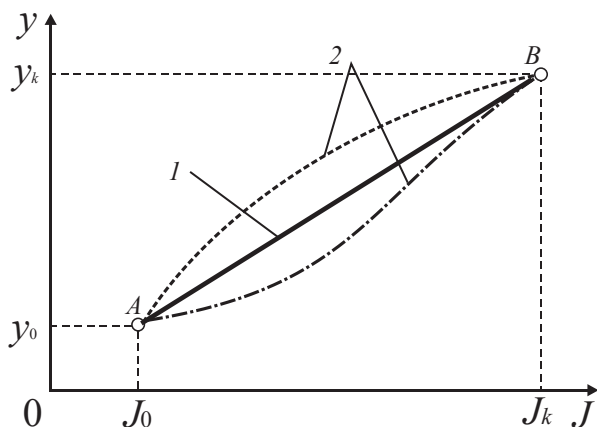


Рис. 2. Статичні характеристики ЗК з двома закріпленими кінцями:

- 1 — номінальна статична характеристика;
- 2 — робочі статичні характеристики

Figure 2. Static characteristics of ZK with two fixed ends:

- 1 — nominal static characteristic;
- 2 — working static characteristics

ми, а їх графіки (статичні характеристики) — допустимими кривими. Припустимо, що  $y_n = y_n(J)$  є функцією номінальної статичної характеристики (пряма 1 на рис. 1, а), а  $y = \tilde{y}(J)$  — поточна статична характеристика після зміни впливного параметра. Варіація  $\delta J = \tilde{y}(J) - y(J)$  є функцією вхідної координати  $J$ . Приріст  $Dv$  функціонала  $v[y(J)]$  має вид:

$$\Delta v = \int_{J_0}^{J_k} F(J, \delta z, z' + \delta z') dJ - \int_{J_0}^{J_k} F(J, z, z') dJ = \int_{J_0}^{J_k} [F(J, z + \delta z, z' + \delta z') - F(J, z, z')] dJ, \quad (2)$$

Використовуючи теорему відносно кінцевих приростів, маємо

$$\Delta v = \int_{J_0}^{J_k} (F'_z \delta z + \dot{F}_z \delta z') dJ + \int_{J_0}^{J_k} R(J, z, z', \delta z, \delta z') dJ, \quad (3)$$

де  $R(J, z, z', \delta z, \delta z')$  — деяка функція, яка залежить від вхідного сигналу  $J$ , впливного параметра  $z$ , його зміни  $\delta z$  та їх похідних  $z'$  і  $\delta z'$ .

Головною відносно до  $\delta z$  і  $\delta z'$  частиною приросту функціонала, тобто його варіацією, є перша складова. Тоді рівняння (3) спрощується та приводиться до виду:

$$\Delta v = \int_{J_0}^{J_k} (F'_z \delta z + \dot{F}_z \delta z') dJ. \quad (4)$$

Після інтегрування рівняння (4) за частинами і приймаючи до уваги, що  $\delta z' = (\delta z)'$ , маємо

$$\Delta v = [F'_z \delta z]_{J_0}^{J_k} + \int_{J_0}^{J_k} \left( F'_z - \frac{d}{dz} \dot{F}_z \right) \delta J dz. \quad (5)$$

Для задачі з закріпленими кінцями  $[F'_z \delta z]_{J_0}^{J_k} = 0$ . Тоді маємо

$$\Delta v = \int_{J_0}^{J_k} \left( F'_z - \frac{d}{dz} \dot{F}_z \right) \delta J dz. \quad (6)$$

Необхідною умовою екстремуму  $dv = 0$  буде

$$\int_{J_0}^{J_k} \left( F'_z - \frac{d}{dz} \dot{F}_z \right) \delta J dz = 0. \quad (7)$$

Як відомо [10], засоби контролю характеризуються шкалою та діапазоном вимірювання. Діапазон вимірювання може дорівнювати шкалі засобу контролю або складати її частину. У першому випадку початкове та кінцеве значення шкали співпадають з початковим та кінцевим значеннями діапазону вимірювання. Якщо початок шкали є закріпленим («нуль» шкали) і початок діапазону вимірювання співпадає з початком шкали, то такий засіб відноситься до варіаційної задачі з одним закріпленим кінцем. З метою підвищення точності контролю часто використовують реперні пристрої, робота яких

заснована на порівнянні міри з робочим сигналом. У більшості випадків реперною точкою є кінець діапазону вимірювання. У такому випадку можна прийняти реперну точку на шкалі засобу контролю як другу закріплену точку. Отже, якщо засіб контролю має пристрій автоматичної корекції «нуля» і реперний пристрій для автоматичної корекції кінця діапазону вимірювання, то розподілення похибок за зміни впливних параметрів можна визначати за варіаційним методом з двома закріпленими кінцями. Якщо засіб контролю має тільки пристрій корекції «нуля», то дослідження похибок вимірювання можна виконувати за варіаційним методом з одним закріпленим кінцем.

*Мета досліджень* — визначення додаткових похибок вимірювання засобу контролю, зумовлених зміною впливних параметрів, методом інтегрального функціонала для випадку, коли діапазон вимірювання має одну закріплену точку.

### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ ДОДАТКОВИХ ПОХИБОК ЗАСОБУ КОНТРОЛЮ З ОДНИМ ЗАКРІПЛЕНИМ КІНЦЕМ ДІАПАЗОНУ ВИМІРЮВАННЯ

До технічних засобів з одним закріпленим кінцем діапазону вимірювання відноситься велика кількість приладів і пристроїв, які використовуються як за неруйнівного контролю, так і для управління технологічними процесами. Шкала таких засобів починається з нульової відмітки («нуля» шкали), яка з відповідною періодичністю може коригуватися або автоматично, або оператором вручну за відключеного вхідного сигналу. Приймається, що у закріпленій точці зміна впливних параметрів не викликає додаткових похибок вимірювання. Припустимо, що градуйована характеристика за нормованих значень впливних параметрів (температури, атмосферного тиску, напруги живлення тощо) є лінійною в діапазоні вимірювання від нуля до  $J_k$ . За відхилення впливного параметра від нормованого значення реальна статична характеристика деформується і може приймати нелінійний характер (пунктирна лінія на рис. 3).

Різниця між градуйованою та реальною статичними характеристиками за кожного значення вимірювального параметра  $J_{\Pi}$  є нічим іншим як додатковою похибкою вимірювання  $\delta y$ . Додаткова похибка вздовж діапазону вимірювання у загальному випадку є нелінійною і займає деяку площину  $\delta S_d$ . Для поточного діапазону вимірювання додаткова похибка  $\delta y = y_{\Pi} - y_{\Pi}$ . Якщо градуйована характеристика описується деякою функцією  $f(J, z_H)$ , де  $z_H$  — нор-

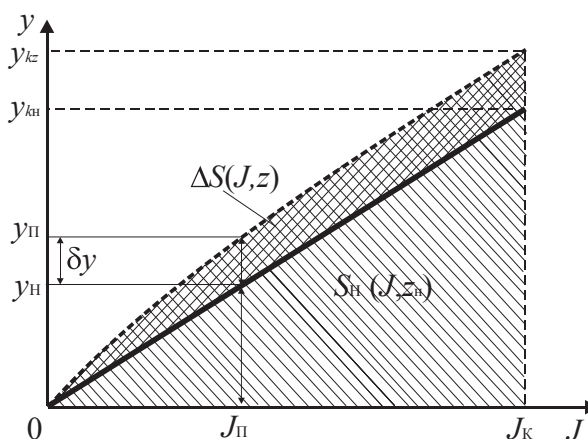


Рис. 3. Градуйована (пряма) та реальна (пунктирна) статичні характеристики засобу контролю з одним закріпленим кінцем

Figure 3. Graded (straight) and real (dashed) static characteristics of a control instrument with one fixed end

моване значення впливного параметра (наприклад, температури  $T = T_H = 293$  K), то для лінійної характеристики  $f(J, z_H) = kJ$ , де  $k$  — коефіцієнт перетворення;  $J$  — поточне значення вимірювального параметра. За відхилення впливного параметра  $z$  від його нормованого значення  $z_H$  приріст функціонала описуватиметься таким рівнянням:

$$\Delta v = \int_0^{J_k} \left( f(J, z) \pm \frac{d}{dz} f(J, z) \right) (\delta J) dz, \quad (8)$$

де  $\delta J$  — приріст вимірювального сигналу;  $f(J, z)$ ,  $f'(J, z)$  — функція, яка описує статичну характеристику після зміни впливного параметра  $z$ , та її похідна відповідно.

Якщо  $y_H$  є вихідним сигналом засобу контролю, то площина під лінійною статичною характеристикою за  $z = z_H = \text{const}$  описується таким рівнянням:

$$S_H(J) = k_H \int_0^{J_k} y_H dJ = \frac{1}{2} k_H y_H J, \quad (9)$$

де  $k_H$  — номінальний коефіцієнт перетворення за каналом вимірювального параметра;  $y_H$  — вихідний сигнал засобу контролю.

Отже із рівняння (9) видно, що за відомої площини  $S_H(J)$  можна визначити значення вихідної координати засобу контролю для будь-якого значення вимірювального параметра за формулою:

$$y_H = 2S_H(J) / k_H J. \quad (10)$$

Площину під реальною статичною характеристикою після зміни впливного параметра у загальному випадку можна визначити за формулою [11]

$$S(J, z) = \int_0^{J_k} \int_{z_H}^z y(J, z) dz dJ, \quad (11)$$

де  $y(J, z)$  — функція, яка описує статичну характеристику після зміни впливного параметра.

Оскільки функція  $S(J, z)$  у загальному випадку є нелінійною, то, розклавши її в ряд Тейлора [12], отримуємо:

$$S(J, z) = S_H(J, z_H) + \frac{dS(J, z_H)}{dz}(\delta z) + \frac{1}{2} \frac{d^2 S(J, z_H)}{dz^2}(\delta z)^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3 S(J, z_H)}{dz^3}(\delta z)^3 + \dots, \quad (12)$$

де  $\delta z = z - z_H$ .

Із (12) видно, що зміна площини під статичною характеристикою дорівнює

$$\Delta S(J, z) = \frac{dS(J, z_H)}{dz}(\delta z) + \frac{1}{2} \frac{d^2 S(J, z_H)}{dz^2}(\delta z)^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3 S(J, z_H)}{dz^3}(\delta z)^3 + \dots \quad (13)$$

Оскільки приріст площини під реальною статичною характеристикою  $dS(J, z) = \int_0^J y(J, z) dJ$ , то, із урахуванням (13), маємо:

$$dS(J, z) = \int_0^J \frac{dy(J, z)}{dz}(\delta z) dJ + \frac{1}{2} \int_0^J \frac{d^2 y(J, z)}{dz^2}(\delta z)^2 dJ + \frac{1}{6} \int_0^J \frac{d^3 y(J, z)}{dz^3}(\delta z)^3 dJ + \dots$$

або

$$\Delta S(J, z) = \int_0^J \left( \frac{dy(J, z_H)}{dz} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{dy(J, z_H)}{dz}(\delta z) + \frac{1}{6} \frac{d^2 y(J, z_H)}{dz^2}(\delta z)^2 \right] \right) (\delta z) dJ. \quad (14)$$

Якщо похідні у квадратних дужках рівняння (14) є незначними і ними можна знехтувати, то рівняння приймає такий вид:

$$\Delta S(J, z) = \int_0^J \left( \frac{dy(J, z_H)}{dz} \right) (\delta z) dJ. \quad (15)$$

Отже, загальна площина під реальною статичною характеристикою дорівнюватиме

$$S_p(J, z) = S_H(J, z_H) \pm \Delta S(J, z) = \frac{1}{2} kJ [y_H(J)] \pm \int_0^J \left( \frac{dy(J, z_H)}{dz} \right) (\delta z) dJ. \quad (16)$$

Вихідний сигнал засобу контролю змінюється як за відхилення вимірювального параметра  $J$ , так і впливного параметра  $z$ . Тобто зміна впливного параметра призводить до відхилення вихідного сигналу аналогічно деякій зміні вимірювального параметра. Ураховуючи зазначене, можна записати, що похідна

$$\frac{dy(J, z_H)}{dz} = \frac{\Delta y(J, z_H)}{\Delta z} = \frac{k_H \Delta J}{\Delta z} = k_H \frac{J}{z}.$$

Тоді рівняння (16) приводиться до такої форми

$$S_p(J, z) = 0,5 k_H^2 J^2 \left[ 1 \pm \frac{1}{k_H} \frac{\delta z}{z} \right]. \quad (17)$$

Розділимо праву та ліву частини рівняння (17) на вимірювальний параметр  $J$ . У результаті маємо

$$\frac{S_p(J, z)}{k_H J} = 0,5 k_H J \left[ 1 \pm \frac{1}{k_H} \frac{\delta z}{z} \right]. \quad (18)$$

Оскільки права частина рівняння (18) є поточним значенням вихідного сигналу, то, позначивши  $S_p(J, z)/J = y(J, z)$  і враховуючи, що  $z = z_H \pm \delta z$ , отримуємо математичну модель засобу контролю з одним закріпленим кінцем у такому виді:

$$y(J, z) = 0,5 k_H J \left[ 1 \pm \frac{1}{k_H} \frac{\delta z}{z_H \pm \delta z} \right] \quad (19)$$

або

$$y(J, z) = 0,5 k_H J \left[ 1 \pm \frac{1}{k_H} \frac{\delta_z}{(1 \pm \delta_z)} \right], \quad (20)$$

де  $\delta_z = \delta z / z_H$ .

Залежності  $y(J, z) = f(J)$  для різних відхилень  $\delta_z$  впливного параметра наведено на рис. 4.

За фіксованих значень  $\delta_z$  реальні статичні характеристики теж є лінійними, але при цьому змінюється коефіцієнт перетворення за каналом вимірювального параметра, який дорівнює

$$k = k_H \left[ 1 \pm \frac{1}{k_H} \frac{\delta_z}{(1 \pm \delta_z)} \right]. \quad (21)$$

За відхилення впливного параметра від його номінального значення статичні характеристики залишаються лінійними, але, як видно із рис. 4, їх відхилення за збільшення  $\delta_z$  на одну й ту ж величину є меншими, ніж за зменшення впливного параметра. Як відомо [13], похибки вимірювання, зумовлені зміною впливних параметрів, можуть мати як лінійну, так і нелінійні складові. Останні можна знайти як різницю між реальною та номінальною статичними характеристиками за формулою:

$$\Delta y(J, \delta_z) = 0,5 \frac{\delta_z}{(1 \pm \delta_z)} J, \quad (22)$$

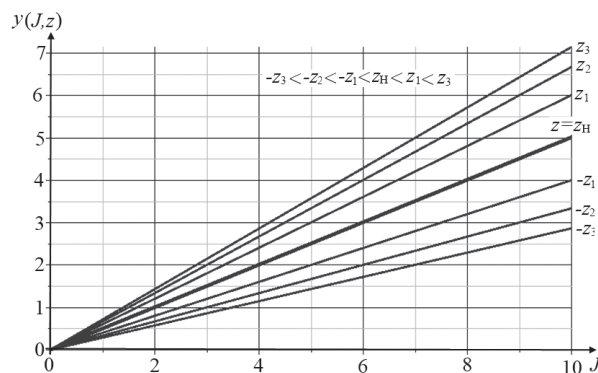


Рис. 4. Статичні характеристики засобу контролю для різних відхилень впливного параметра  
Figure 4. Static characteristics of the control for different deviations of the influence parameter

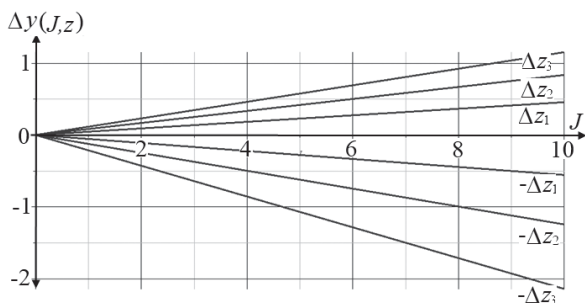


Рис. 5. Залежності абсолютних додаткових похибок уздовж діапазону вимірювання за різних відхилень впливового параметра

Figure 5. Dependences of absolute additional errors along the measurement range with different deviations of the influence parameter

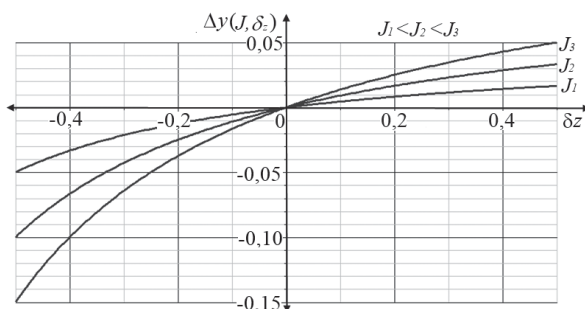


Рис. 6. Залежності додаткових похибок від відхилення впливового параметра за різних змін вимірювального параметра

Figure 6. Dependences of additional errors from the deviation of the influence parameter for different changes of the measurement parameter

Залежності  $\Delta y(J, \delta_z) = f(J)$  для різних значень впливового параметра наведено на рис. 5.

Залежності є лінійними за різних змін впливового параметра, тобто можна вважати, що для засобу контролю з номінальною лінійною статичною характеристикою додаткові похибки вимірювання є мультиплікативними. На рис. 6 наведено залежності  $\Delta y(J, \delta_z) = f(\delta_z)$  для різних відхилень вимірювального параметра.

Із рис. 6 видно, що залежності є нелінійними. Це свідчить стосовно наявності як мультиплікативної, так і нелінійних складових. За зменшення впливового параметра від його номінального значення додаткові похибки вимірювання різко збільшуються, особливо в кінці діапазону вимірювання.

## ВИСНОВКИ

Запропонований метод дослідження додаткових похибок вимірювання відрізняється від відомих тим, що засоби контролю класифікуються за характером діапазону вимірювання на такі класи: засоби контролю, які мають діапазон вимірювання з однією закріпленою точкою (початком діапазону вимірювання); засоби контролю, які мають дві закріплені точки (першою є початок діапазону вимірювання, а другою — її кінець); засоби контролю, які мають дві закріплені точки (першою є початок діапазону вимірювання, а другою — реперна точка). Припускається, що у закріплених точках вимірювальний параметр сталий незалежно від зміни впливового параметра. тобто виконується його автоматична (чи ручна) корекція. Згідно з методом інтегрального функціонала визначається площа  $S_H(J, z_H)$  під ділянкою статичної характеристики, яка відповідає нормованому діапазону вимірювання у межах зміни вимірювального параметра  $J$  від  $J = J_H$  до  $J = J_K$ , де  $J_H$  і  $J_K$  — початок і кінець діапазону вимірювання;  $z_H$  — нормоване значення впливового параметра; а також площа  $S(J, z_H \pm \delta z)$  під статичною характеристикою, яка відповідає тому ж діапазону вимірювання, за відхилення впливового параметра на  $\delta z$  від його нормованого значення. Різниця між площинами  $\Delta S(J, z) = S(J, z_H \pm \delta z) - S_H(J, z_H)$  є функцією додаткової похибки вимірювання. Інтегруючи функціонал цієї функції за діапазоном вимірювання та зміною впливового параметра, можна визначити додаткову похибку вимірювання за будь-якого значення вимірювального параметра.

Показано, що для засобів контролю, які мають лінійну номінальну статичну характеристику з однією закріпленою точкою, яка міститься на початку шкали, статичні характеристики, а відповідно діапазон вимірювання, теж є лінійними незалежно від зміни впливового параметра. Нелінійним є коефіцієнт перетворення, що призводить до нелінійного зміщення лінійних статичних характеристик за пропорційного відхилення впливового параметра від його нормованого значення.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Рабинович С.Г. Погрешности измерений. — Л.: Энергия. Ленингр. Отд-ление (Rabinovich S.G. Pogreshnosti izmerenij. — L.: EНnergiya. Leningr. Otd-lenie), — 1978. — 260 с/с.
2. Гноевский Л.С., Каменский Г.А., Эльсгольц Л.Э. Математические основы теории управляемых систем. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы (Gnoevskij L.S., Kamenskij G.A., EHl'sgol'c L.EH. Matematicheskie osnovy teorii upravlyaemyh sistem. — М.: Nauka. Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury), — 1969. — 512 с/с.
3. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука (Pontryagin L.S.,

- Boltyanskij V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nyh processov.* — М.: Nauka, — 1966. — 546 с/s.
4. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. — М.: Наука (Boltyanskij V.G. *Matematicheskie metody optimal'nogo upravleniya.* — М.: Nauka), — 1969. — 408 с/s.
  5. Обозовський С.С. Теоретичні основи інформаційно-вимірювальної техніки. Загальні питання і теорія похибок. — К.: НМК ВО (Obozovs'kij S.S. *Teoretichni osnovi informacijno-vimiryval'noї tekhniki. Zagal'ni pitannya i teoriya pohibok.* — К.: НМК ВО), — 1991. — 223 с/s.
  6. Стенцель Й.І. Математичне моделювання технологічних об'єктів керування: Навчальний посібник. — К.: УМК ВО (Stencel J.I. *Matematichne modelyuvannya tehnologichnih ob'ektiv keruvannya: Navchalnij posibnik.* — К.: УМК ВО), — 1993. — 325 с/s.
  7. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. — К.: Выща шк. Головное изд-во (Zajcev G.F. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya i regulirovaniya.* — К.: Vyshcha shk. Golovnoe izd-vo), — 1989. — 431 с/s.
  8. Стенцель Й.І., Тишук В.В. Метрологія та технологічні вимірювання в хімічній технології: Навчальний посібник. Ч1. — Луганськ: Вид-во Східноукр. нац. ун-ту (Stencel J.I., Tishuk V.V. *Metrologiya ta tehnologichni vimiryuvannya v himichnij tehnologii: Navchalnij posibnik. Ch1.* — Lugansk: Vid-vo Shidnoukr. nac. un-tu), — 2000. — 264 с/s.
  9. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. — М.: Наука (Krotov V.F., Gurman V.I. *Metody i zadachi optimal'nogo upravleniya.* — М.: Nauka), — 1973. — 447 с/s.
  10. Иващенко И.И. Автоматическое регулирование. — М.: Машиностроение (Ivashchenko I.I. *Avtomaticheskoe regulirovanie.* — М.: Mashinostroenie), — 1978. — 736 с/s.
  11. Данильченко В.П., Егосин Р.Д. Метрологическое обеспечение промышленного производства. Справочник. — К.: Техніка (Danil'chenko V.P., Egoshin R.D. *Metrologicheskoe obespechenie promyshlennogo proizvodstva. Spravochnik.* — К.: Tekhnika), — 1982. — 151 с/s.
  12. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. — М.: Наука (Bronshhtejn I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike.* — М.: Nauka), — 1964. — 608 с/s.
  13. Воробьев Н.Н. Теория рядов. — М.: Наука (Vorob'ov N.N. *Teoriya ryadov.* — М.: Nauka), — 1975. — 368 с/s.
  14. Юдин М.Ф., Селиванов М.Н., Тищенко О.Ф., Скороходов А.И. Основные термины в области метрологии. Словарь-справочник. — М.: Изд-во стандартов (Yudin M.F., Selivanov M.N., Tishchenko O.F., Skorohodov A.I. *Osnovnye terminy v oblasti metrologii. Slovar'-spravochnik.* — М.: Izd-vo standartov), — 1989. — 113 с/s. ☒

Отримано / received: 03.10.2018.

Стаття рекомендована до публікації д.т.н., проф. О.Г. Архиповим (Україна).  
Prof. O.G. Arhipov, D. Sc. (Techn.), Ukraine, recommended this article to be published.

## ХІ МІЖНАРОДНА НАУКОВО-ТЕХНІЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ «Метрологія та вимірювальна техніка» (Метрологія—2018)

**9–11** жовтня 2018 року в Національному науковому центрі «Інститут метрології» проведено ХІ Міжнародну науково-технічну конференцію «Метрологія та вимірювальна техніка» (Метрологія—2018), присвячену стимулюванню розвитку науки про вимірювання і впровадження її досягнень у дослідження, практику та освіту.

У роботі конференції взяли участь фахівці у галузі метрології, стандартизації та вимірювальної техніки, викладачі та аспіранти вищих навчальних закладів. Представлено 172 доповіді з 9 країн: Албанії, Республіки Білорусь, Болгарії, Італії, Німеччини, Росії, Узбекистану, України, Швеції.

Доповіді стосувалися усіх видів вимірювань.

На конференції працювало 8 тематичних секцій: «Теоретичні основи метрології. Інформаційно-вимірювальні системи. Акустика, ультразвук, вібрація»; «Законодавча метрологія та міжнародне співробітництво. Фізична хімія»; «Електричні величи-

ни»; «Простір та час»; «Маса та пов'язані з нею величини. Витратометрія»; «Фотометрія та радіометрія»; «Термометрія»; «Іонізуючі випромінювання».

У рамках роботи конференції проведено семінар «Невизначеність вимірювання: наукові, прикладні, нормативні та методичні аспекти (UM-2018)».

Велику увагу на конференції приділено як традиційним, так і новим актуальним напрямкам у сучасній метрології: відтворенню та поширенню одиниць *New SI*; теорії вимірювань та невизначеності результатів вимірювання; відтворенню та передачі розмірів одиниць фізичних величин; звіренням еталонів; методам та методикам вимірювань; калібруванню та повірці; законодавчій метрології; інформаційно-вимірювальним системам, інтелектуальним вимірюванням; міжнародному співробітництву. ☒

(За матеріалами ННЦ «Інститут метрології»)