

НАУКОВО-МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОБЛЕМ НАВЧАННЯ, ВИХОВАННЯ І РОЗВИТКУ УЧНІВ У ЗАКЛАДАХ ДОШКІЛЬНОЇ, ПОЧАТКОВОЇ ТА СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

УДК 372.853

DOI: 10.31652/2412-1142-2022-65-89-102

Гладуш Валентин Данилович

доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри теоретичної фізики,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
м. Дніпро, Україна
ORCID ID 0000-0001-8596-5511
vgladush@gmail.com

Савчук Варфоломій Степанович

доктор історичних наук, професор, професор кафедри теоретичної фізики,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
м. Дніпро, Україна
ORCID ID 0000-0002-6324-7567
varfolomey44@gmail.com

Турінов Андрій Миколайович

кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної фізики,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
м. Дніпро, Україна
ORCID ID 0000-0001-5815-6583
andrii.turinov@gmail.com

ЕЛЕМЕНТИ НЬЮТОНІВСЬКОЇ КОСМОЛОГІЇ В ОСВІТІ УЧНІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ НАВЧАННЯ

Анотація. Базисом сучасної космології є загальна теорія відносності, математичний апарат якої є доволі складним. Виникає проблема викладення елементів сучасної космології у прийнятному для сприймання учнями вигляді. З одного боку це викладення повинно відповідати математичному апарату, наданому і засвоєному в школі, з іншого – формувати відповідний пізнавально-дослідницький компонент фізико-математичної освіти. На засадах ньютонівської теорії та космологічного принципу запропоновано методику побудови та викладу елементів теорії космологічних моделей еволюції Всесвіту учням старших класів профільного рівня навчання у загальноосвітній середній школі. Використовуються якісні методи класичної механіки на простій математичній основі. Математичний апарат складають елементарні алгебраїчні операції і перетворення. Виведення і дослідження, що пропонуються, відповідають фізичному і математичному рівню знань учнів старших класів профільного рівня навчання. Пропонується елементарне виведення рівнянь сферично-симетричних моделей у космології на простій основі ньютонівської механіки. Детально аналізується космологічний принцип і обґрунтовується коректність використання ньютонівського підходу. Будуються рівняння еволюції космологічної ньютонівської моделі та вивчаються закони збереження, розмір і вік Всесвіту. Подано якісне дослідження сферично-симетричної пилової космологічної моделі. *Практичне значення дослідження* полягає у розширенні можливостей формування пізнавального компоненту підготовки учнів старших класів профільного рівня навчання з фізики. Викладення матеріалу за темою «Елементи космології» за таким підходом стає наочнішим, сприяє кращому усвідомленню учнями основ космології, таких базових понять як космологічний принцип, радіус та вік Всесвіту,

критична густина Всесвіту, типи еволюції Всесвіту. Даний підхід може бути використаний у старших класах профільної середньої школи, гуртковій роботі та на факультативних заняттях з фізики та астрономії. при вивченні елементів теорії космологічних моделей і розгляду найпростіших наслідків їхньої реалізації. Підвищуються також педагогічна майстерність й методичні можливості викладача.

Ключові слова: середня школа, фізика та астрономія, космологічний принцип, розмір і вік Всесвіту, космологічні моделі та їх типи, поглиблене вивчення, елементарне виведення.

1. ВСТУП

Постановка проблеми. В преамбулі однієї з сучасних навчальних програм з фізики та астрономії, затвердженої МОН України, зазначається, що «програма профільного навчання астрономії передбачає систематизоване вивчення основ системи знань про *методи й результати досліджень* законів руху, фізичної природи, еволюції небесних тіл і *Всесвіту* в цілому, вплив космічних явищ на Землю та місце людини у Всесвіті, *формування наукового світогляду та наукового стилю мислення учнів* на основі сучасної науково-природничої картини світу, *оволодіння методами наукового пізнання та усвідомлення астрономічного знання на рівні, потрібному для подальшого його використання в професійній діяльності та продовженні природничої чи технічної освіти. Курс астрономії профільного рівня покликаний показати розвиток уявлень про будову Всесвіту як одну з найважливіших сторін тривалого і складного шляху пізнання людством навколишньої природи і свого місця в ній, сприяти формуванню сучасної наукової картини світу* (Курсив – Автори)» [1, с. 6–7].

Отже профільне навчання фізиці та астрономії передбачає активне вивчення дисциплін, що розглядають фундаментальні закони природознавства. В контексті їх вивчення виділимо і розділи про будову і еволюцію Всесвіту, тобто космологію.

Теоретичним фундаментом сучасної космології є загальна теорія відносності, яка базується на складному математичному апараті сучасної теоретичної фізики. Безпосереднє знайомство з сучасними космологічними уявленнями, їх розвитком на основі загальної теорії відносності, методами і результатами відповідних досліджень виявляється проблематичним навіть для учнів, що навчаються за навчальними програмами профільного рівня для 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів.

Проблема полягає в тому як поєднати формування сучасного світогляду впродовж шкільного навчального процесу з вимогами програми донести до учнів, що навчаються на профільному рівні, методи наукового пізнання, їх застосування для формування наукового стилю мислення, вміння застосовувати фундаментальні фізичні закони для формування астрофізичного знання. І вона є наслідком складності математичного апарату, що використовується у сучасних космологічних моделях.

З'являється потреба подати елементи сучасної космології в адаптованому вигляді, прийнятному для сприймання учнем, і в той же час розвиваючому зазначений вище пізнавальний компонент. На наш погляд це можливо зробити в рамках ньютонівського підходу.

Зазначимо, що багато сучасних ідей в космології можна пояснити без необхідності залучати апарат загальної теорії відносності (ЗТВ). Матеріали, що наводяться, є прикладом побудови космологічної моделі на основі ньютонівської механіки. При цьому зберігаються якісні сторони загальнорелятивістського підходу. Це пов'язано з тим, що за наявності сферичної симетрії рівнянь, якісні характеристики, що нас цікавлять, мають подібний вигляд, як у разі ньютонівської теорії гравітації, так і у випадку ЗТВ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У підручнику «Астрономія» [2] її автори навели схему викладення елементів космології, яка концентрувала увагу на тому, що саме ЗТВ є базисом побудови космологічних моделей. Вона може бути основою для викладення елементів космології на різних рівнях навчання: стандарт, академічний і профільний. Викладення цієї теми різниться навіть у підручниках однакового рівня навчання.

У підручнику Фізика і астрономія (стандарт) [3] у розділі «Всесвіт» наводяться такі базові поняття з основ космології як космологічний принцип, пояснюється однорідність Всесвіту на великих масштабах, надаються описово якісні наслідки, що випливають з моделі Фрідмана, повідомляється про розширення Всесвіту та його швидкість, вводиться поняття сталої Габбла-Леметра. Цей підручник вже містить описові елементи сучасної космології.

Закон Габбла-Леметра та майбутнє Всесвіту залежно від значення справжньої середньої густини ρ відносно критичної густини $\rho_{кр}$, без введення і розгляду понять космологічний принцип, космологічна модель, моделей Ейнштейна та Фрідмана, наводяться в підручнику з астрономії (рівень: стандарт, академічний рівень) [4].

У підручнику «Фізика і астрономія» (рівень: стандарт) [5] вводиться і пояснюється закон Габбла-Леметра, коротко (на суто описовому рівні) надається інформація про космологічні моделі Ейнштейна й Фрідмана та наводиться графік, що ілюструє три розв'язки моделі Фрідмана. Чомусь у підручнику космологічний принцип, який є базовим для побудови зазначених космологічних моделей, введено без необхідного пояснення.

Майже в жодному зі згаданих сучасних підручників (рівень: стандарт або академічний) або не зазначається, або не акцентується увага на тому, що космологічні моделі базуються на ЗТВ. Підручники та посібники профільного рівня, видані останніми роками, вже мають окремі розділи: «Елементи сучасної космології» [6]; «Елементи космології» [7]. Або ж ця тема розглядається в розділі «Утворення та еволюція Всесвіту» [8]. Зазначимо, що більш акцентовано зв'язок космологічних моделей із загальною теорією відносності та ньютонівською космологією простежується у посібнику «Астрономія» [7]. Підручник [6] більш інформативний щодо Всесвіту, що розширюється, і містить закон Габбла, час життя Всесвіту, великий вибух та походження хімічних елементів. Викладення матеріалу цього розділу майже не відрізняється від викладення цієї теми у підручниках рівня стандарт або академічний. Метод подання матеріалу залишається описовим. Свої функції ці підручники в цілому виконують.

Тим не менш, значення поглибленого аналізу космологічних уявлень, їх послідовний аналітичний виклад на рівні доступному сприйняттю школяра, як і раніше, залишається актуальним завданням шкільного навчального процесу. Ми виходимо з положення, що при викладанні астрономії (астрофізики) «...на профільному рівні пріоритет надається науковим знанням, методам наукових досліджень, формуванню наукового мислення. У «згорнутому» вигляді суть цих категорій зводиться до поняття предметна компетентність» [9, с. 70].

Мета статті. На засадах ньютонівської теорії та космологічного принципу запропонувати методику побудови та викладення елементів теорії ньютонівських космологічних моделей еволюції Всесвіту, що відповідали б сучасним космологічним уявленням про наукову картину Всесвіту та фізичному і математичному рівню знань учнів старших класів профільного рівня навчання у загальноосвітній середній школі.

2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Теоретичні основи статті базуються на основному положенні сучасної космології – космологічному принципі і тому, що рівняння загальної теорії відносності для сферично-симетричних космологічних моделей з пиловим розподілом речовини аналогічні відповідним рівнянням ньютонівської космології.

Запропонований підхід дозволяє будувати адекватні космологічні моделі у рамках теорії гравітації Ньютона з позиції евклідової геометрії. Для його введення достатньо використовувати математичний апарат шкільної алгебри і геометрії та елементарні методи якісного дослідження фізичних систем на основі законів збереження механіки, аналогічно вивченню теми «рух тіл у полі тяжіння землі». Цей підхід до космології відповідає сучасним космологічним уявленням про наукову картину Всесвіту, знайомить учнів з сучасними теоретичними концепціям на доступному їм рівні.

Послідовний підхід до сучасних космологічних моделей міститься у деяких підручниках для ЗВО з теоретичної фізики. Ознайомитися з сучасними досягненнями у космології на сьогоднішній момент можна за монографіями та оглядами [10].

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

3.1. Космологічний принцип

Загальні закономірності будови та розвитку Всесвіту вивчаються за допомогою космологічних моделей. При цьому, як правило, виходять з так званого *космологічного принципу*, згідно з яким Всесвіт є *однорідним та ізотропним*, тобто властивості Всесвіту для кожного заданого моменту часу однакові в усіх його точках та в усіх напрямках. Цей принцип є сучасним продовженням безпосередньо принципу Коперника (іноді також званого принципом пересічності або принципом посередності), який полягає в тому, що ні Земля, ні Сонце не займають якогось особливого становища у Всесвіті. Він бере свій початок зі зміни парадигми під час переходу від геоцентричної системи світу до геліоцентричної.

Галактики на масштабі Всесвіту ефективно є точками зосередження маси, тому ми можемо поводитися з ними як з матеріальними точками. Приблизна кількість галактик у видимій частині Всесвіту – двісті мільярдів (за іншими джерелами – 500 мільярдів). У свою чергу кожна галактика містить приблизно сто мільярдів зірок. Потрібно пам'ятати, що вказана кількість галактик міститься лише всередині тієї сфери, яку ми можемо бачити. Тобто так далеко, як можуть побачити астрономи за допомогою сучасних телескопів. Найдальші об'єкти, що ми можемо бачити, знаходяться на відстані, звідки світло встигло долетіти до нас за весь час існування Всесвіту: близько 13 мільярдів років.

Космологічний принцип – основне положення сучасної космології, згідно з яким кожен спостерігач в один і той самий момент часу, незалежно від місця та напрямку спостереження, виявляє у Всесвіті в середньому одну й ту саму картину. Незалежність від місця спостережень, тобто рівноправність усіх точок простору, називається однорідністю; незалежність від напрямку спостережень, тобто відсутність виділеного напрямку у просторі – ізотропія. (її відсутність – анізотропія). Відсутність однорідності спричиняла б анізотропію, тоді як відсутність ізотропії необов'язково призводить до неоднорідності. У той самий час наявність ізотропії в усіх точках простору автоматично веде до однорідності.

Космологічний принцип виконується лише приблизно, на масштабах, що значно перевищують розмір скупчення галактик. На відносно невеликих масштабах (до 80 Мпк, або 260 млн св. років) «нитки» і «стіни», скупчення та надскупчення галактик, охоплюють гігантські порожнини – войди (англ. Void – «порожнеча»), які досягають десятків мегапарсеків, що є відхиленням від однорідності. Тому з різних точок цього об'єму картина ближнього Всесвіту буде дещо різною. Однак, за астрономічними спостереженнями на великих масштабах однорідність розподілу матерії у Всесвіті та відсутність виділених напрямків виконуються з належною точністю.

Загальноприйняте визначення понять *однорідності та ізотропності* полягає в такому. Сучасним спостереженням доступним є об'єм простору радіусом приблизно 13–14 млрд. світлових років. Якщо мислено виділити у цьому об'ємі області з розміром 1 млрд. світлових років (або більше) і підрахувати в кожній з них число галактик, то воно виявиться практично однаковим для всіх таких областей. Це й означає, що на великих масштабах галактики та їх скупчення розподілені у просторі приблизно рівномірно. Зазначимо, що об'єм діаметром 1 млрд. світлових років, починаючи з якого розподіл галактик є в середньому просторово рівномірним, називають коміркою однорідності у Всесвіті. Зазвичай вважається, що перехід від структурованості до однорідності та ізотропії відбувається на масштабах близько півмільярда світлових років. Найкращим доказом ізотропії Всесвіту на надвеликих масштабах служить дуже маленька величина анізотропії реліктового випромінювання, що спостерігається, відхилення від ізотропності близько 10^{-5} .

Відповідно до космологічного принципу мають місце деякі важливі висновки щодо будови Всесвіту. Наприклад, Всесвіт як ціле, не повинен обертатися (оскільки вісь обертання була б виділеним напрямом), у нього не повинно бути центру та просторової межі (інакше порушувалася б умова однорідності Всесвіту).

З властивостей однорідності випливає, що досить простежити долю одного елемента об'єму речовини, бо доля інших у точності така сама.

Важливою для аналізу еволюції виявляється та обставина, що для розглянутих моделей можна скористатися ньютонівською теорією тяжіння. Справа в тому, що для однорідної ізотропної моделі, яка розглядається, можна обрати сферичну систему координат, причому за центр O можна обрати будь-яку точку. Таким чином, ми перетворюємо її на сферично-симетричну модель. Тут ми можемо застосувати теорему Ньютона, яка стверджує, що сила гравітації, діюча на галактику в точці O , залежить тільки від кількості маси всередині сфери з центром у початку координат O і проходить через галактику O . Друге твердження теореми Ньютона полягає в тому, що всю масу всередині цієї сфери можна вважати зосередженою у центрі в початку координат O , за умови що маса всередині сфери розподілена ізотропно. Іншими словами, дія всієї маси всередині сфери на галактику в точці O еквівалентна тому випадку, якщо ця маса була б зосереджена в одній єдиній точці O , яка є центром сфери радіуса R .

Далі відомо, що у класичній ньютонівській теорії тяжіння сферично-симетричний розподіл речовини не створює гравітаційних сил всередині сферичної порожнини. Насправді це твердження справедливе також й у ЗТВ, якщо Всесвіт однорідний і розширюється ізотропно. Таким чином, якщо ми виділимо досить малу кулю радіусу R_0 , то поле тяжіння, створюване її масою, буде слабким (зовнішні маси не суттєві, бо вони не створюють сил тяжіння всередині порожнини); швидкості відносних рухів у цій кулі також малі, і можна користуватися ньютонівською теорією. Зазначимо, що радіус кулі вибирається досить малим для того, щоб була справедлива теорія тяжіння Ньютона. Однак у масштабах реального Всесвіту ці «досить малі» області насправді величезні (більше 100 Мпк, тобто кілька сотень мільйонів світлових років).

3.2. Ньютонівська космологічна модель

Отже, у малій області, для побудови космологічної моделі, ми користуємось ньютонівською теорією. В основі ньютонівської космології лежать такі принципи

1. Простір космологічної моделі описується евклідовою геометрією;
2. Для космологічної моделі мають місце однорідність та ізотропність простору й однорідність часу.
3. Перехід від однієї системи відліку до іншої виконується згідно із принципом відносності Галілея
4. В евклідовому просторі однорідним чином розподілено «зоряний або галактичний пил» із щільністю мас $\rho = \rho(t)$, що рухається однорідним та ізотропним чином.

Нехай система відліку із початком O' рухається щодо системи відліку із початком O зі швидкістю \vec{V}_0 . Далі, нехай деяка частинка в момент t має радіус-вектор \vec{r} відносно початку O та радіус-вектор \vec{r}' відносно початку O' , який у початковий момент часу збігається з \vec{r} (див. рис. 1). Тоді положення частинки і час в цих системах пов'язані співвідношеннями

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}_0 t', \quad (1)$$

$$t = t'. \quad (2)$$

Виписані співвідношення називаються перетвореннями Галілея. Нижня формула означає факт абсолютності часу, який тече раз і назавжди заданим темпом в усіх системах відліку.

Нехай частинка у точці B рухається з постійними швидкостями

$$\vec{V} = \frac{\vec{r}}{t}, \quad \vec{V}' = \frac{\vec{r}'}{t'} \quad (3)$$

відносно O і O' , відповідно. Розділивши співвідношення (1) на співвідношення (2) і, враховуючи (3), отримуємо звичайний закон складання швидкостей

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}_0, \quad (4)$$

Як уже зазначалося, рух речовини розглядається в системі відліку, обраної так, що на початку O речовина покоїться. У цій системі частинка, що знаходиться в точці B з радіус-вектором \vec{r} , рухається зі швидкістю \vec{V} відносно початку O . Оскільки розподіл речовини та її рух однорідний і ізотропний, то вектори \vec{r} і \vec{V} можуть бути тільки колінеарними $\vec{r} \parallel \vec{V}$. Частинка може рухатися або до початку O , або від нього. Рух у сторону порушує ізотропію відносно точки зору спостерігача в O . Таким чином, повинен існувати такий скалярний коефіцієнт пропорційності H , що

$$\vec{V} = H\vec{r}. \quad (5a)$$

Аналогічно, частинка, що знаходиться в точці O' , відповідно до формули (5a), рухається зі швидкістю

$$\vec{V}_0 = H\vec{a} \quad (5b)$$

відносно початку O (Рис. 1).

В системі відліку з початком O' , в силу однорідності, частинка в точці B з радіус-вектором \vec{r}' рухається зі швидкістю

$$\vec{V}' = H'\vec{r}' \quad (5c)$$

відносно початку O' , де H' – коефіцієнт пропорційності у цій системі.

Враховуючи формулу складання швидкостей (4) і формули (5a), (5b) і (5c), одержимо

$$H\vec{r} = H'\vec{r}' + H\vec{a}, \quad (6)$$

З іншого боку, з трикутника $OO'B$ маємо

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{a}. \quad (7)$$

Підставляючи у (6) формулу для \vec{r} , отримуємо

$$H\vec{r}' + H\vec{a} = H'\vec{r}' + H\vec{a}. \quad (8)$$

Звідси випливає

$$H = H'. \quad (9)$$

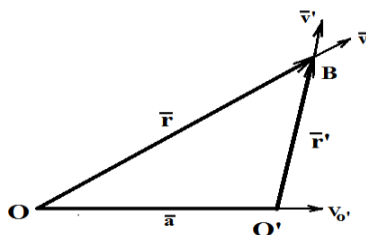


Рис. 1. До виведення закону Габбла

Таким чином, коефіцієнт H не залежить від систем відліку, для кожного заданого моменту часу він однаковий в усіх точках простору та в усіх напрямках

Отже, у новій системі має місце такий самий закон розподілу швидкостей \vec{V}' (5c), відносно r' , з точки зору спостерігача в O' , як і закон (5a) розподілу швидкостей \vec{V} , відносно \vec{r} з точки зору спостерігача в O , з одним і тим же ж коефіцієнтом H . Розподіл швидкостей (5a), який називається законом Габбла, незвичайний саме тим, що він не виділяє жодної особливої точки. Тільки такий розподіл швидкостей є сумісним з однорідністю та ізотропією, з космологічним принципом. Спостерігач, що рухається разом з речовиною (супутній спостерігач), в будь-якій точці бачить одну й ту саму картину віддалення (або наближення) від нього всіх частинок, що його оточують.

Коефіцієнт H називається постійною Габбла. Назва «постійна» вказує на незалежність H від величини та напрямку вектора \vec{r} . Однак H залежить від часу

$$H = H(t), \quad (10)$$

причому $H > 0$, що відповідає розширенню в дану епоху.

Спостереження показують, що ми, дійсно, живемо у Всесвіті, що еволюціонує і до того ж розширюється. Причому вважається, що початок розширення здійснюється з деякої сингулярної точки і називається Великим Вибухом. Значимо, що з моменту початкового

Вибуху речовина розширюється за інерцією, а під дією тяжіння це розширення уповільнюється. У космологічних часових масштабах $H(t)$ – функція часу, що повільно змінюється, і в наших історичних масштабах може вважатися постійною.

Сучасні виміри підтверджують пропорційність швидкості відстані $V=Hr$, причому значення постійної Габбла H_0 у теперішній час становить

$$H \approx H_0 = 75 \frac{\text{кМ}}{\text{сМпк}} \approx (4 \cdot 10^{17} \text{ с})^{-1} = 2,5 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1} = (1,3 \cdot 10^{10} \text{ років})^{-1}, \quad (11)$$

де Мпк – мегапарсек, пк – парсек, $1 \text{ пк} = 3,08 \cdot 10^{13} \text{ км} = 3,3 \text{ св. р.}$ Величина вимірності часу, що стоїть у дужках, приблизно відповідає часу розширення від сингулярного стану

3.3. Радіус та вік Всесвіту

Знаючи величину постійної Габбла можна оцінити вік Всесвіту у межах аналізованої моделі. Якби тяжіння не уповільнювало розширення ($\rho \sim 0$), то речовина розліталася б за інерцією з постійною швидкістю, відповідно до рівняння

$$R = \vec{V}(t - t'), \quad (12)$$

де R – відстань від спостерігача до галактики, що спостерігається, t – час розльоту, t_H – час початку розльоту в інерційному режимі (див. пряма похила лінія на рис. 2). З формули (5а) $\vec{V} = H\vec{r}$ випливає, що відношення відстані r до величини швидкості

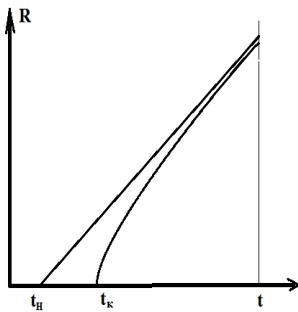


Рис. 2. Час життя Всесвіту

V для всіх галактик одне й те саме і зворотне значенню постійної Габбла. Його можна розуміти як час, що минув від початку розбігання галактик, або вік Всесвіту.

Дійсно, з формули (12) маємо:

$$T = t - t_H = \frac{R}{V} = \frac{R}{RH} = \frac{1}{H}. \quad (13)$$

Крива лінія на малюнку відповідає врахуванню впливу тяжіння, де t_k – час початку Великого вибуху. Проміжок часу з початку розширення за інерцією визначається тільки постійною Габбла і дорівнює

$$T = \frac{1}{H} \approx 75 \frac{\text{кМ}}{\text{сМпк}} = 13 \cdot 10^9 \text{ років} = 13 \text{ млрд. років}. \quad (14)$$

Насправді, через невизначеність постійної Габбла H , вік Всесвіту оцінюється в межах $T \approx (10 \cdot 10^9 \div 20 \cdot 10^9)$ років.

Радіус видимого Всесвіту можна оцінити за допомогою закону Габбла (5а). Оскільки максимальна швидкість не може перевищувати швидкості світла C , то максимальна відстань R , до якої ми можемо спостерігати небесні тіла, відповідає швидкості розбігання галактик $V=C=3 \cdot 10^5 \text{ км/с}$, звідки випливає

$$R = \frac{C}{H} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}}{75 \text{ км/сМпк}} = 4 \cdot 10^3 \text{ Мпк} = 1,3 \cdot 10^{10} \text{ с.р.} = 1,24 \cdot 10^{14} \text{ млрд км}. \quad (15)$$

Область поза цим радіусом недоступна спостереженню. Тому цю величину називають космологічним горизонтом. Весь простір від нашої Землі до космологічного горизонту називається частиною Всесвіту, що спостерігається. За сучасними даними число галактик у Всесвіті, що спостерігається, оцінюється більш ніж у 500 мільярдів.

Отже, скінченність часу, що минув з моменту сингулярності, призводить до існування космологічного горизонту – межі, що відокремлює область простору, яку в даний момент може бачити спостерігач, від області, яка для нього поки що принципово не доступна спостереженню.

3.4. Рівняння еволюції космологічної ньютонівської моделі

Розглянемо, в якості космологічної ньютонівської моделі, однорідний та ізотропно розподілений «зоряний або галактичний» пил густини $\rho(t)$, який розширюється однорідним

та ізотропним чином. З моменту початкового вибуху пил розширюється за інерцією, під дією тяжіння це розширення сповільнюється. Тому для опису еволюції моделі необхідно врахувати гравітацію. Як зазначалося, в силу однорідності та ізотропності космологічної моделі, можна брати сферичну систему координат, причому за центр O можна обрати будь-яку точку. Тим самим ми перетворюємо її на сферично-симетричну модель. У силу теореми Ньютона, сила гравітації, що діє на частинку (галактику) у точці O' , залежить тільки від кількості маси всередині сфери радіуса OO' з центром в O , яка проходить через галактику O' .

Розглянемо дві концентричні сфери радіусу r_1 і r_2 , і виберемо на цих сферах матеріальні точки-галактики, що рухаються зі швидкостями V_1 і V_2 відносно центру O . З формули (5а) випливає, що відношення відстані r до швидкості V для всіх галактик одне й те саме і дорівнює зворотному значенню постійної Габбла

$$\frac{r_1}{V_1} = \frac{r_2}{V_2} = \frac{1}{H}. \quad (16)$$

Таким чином, історія руху сферичних шарів та галактик на них буде однаковою. Тому, щоб описати еволюцію космологічної моделі, достатньо розглянути рух однієї довільної матеріальної точки O' на досить малій сфері з центром O , або еволюцію довільної супутньої сфери радіуса OO' з центром O . Більше того, у цій моделі достатньо розглянути відносний рух двох матеріальних точок O і O' .

Отже, розглянемо галактику (частинку пилу) маси m на деякій точці сфери O' радіуса $R=OO'$ і з центром O . Її потенційна енергія U і гравітаційний потенціал φ відносно центру O дорівнює:

$$U=m\varphi=-\frac{GmM}{R}, \quad (17)$$

де G – ньютонівська постійна тяжіння, M – маса пилу всередині сфери радіусу R :

$$M=\frac{4}{3}\rho\pi R^3. \quad (18)$$

Кінетична енергія галактики в точці O' відносно центру O буде

$$T=\frac{1}{2}mV^2. \quad (19)$$

Зазначимо, що повна енергія галактики зберігається

$$E=T+U=\frac{mV^2}{2}-\frac{GmM}{R}=\text{const}. \quad (20)$$

Оскільки маса всередині сфери, що розширюється разом з пилом (супутня сфера), зберігається ($M(t_0)=M(t)=M=\text{const}$), то $\rho_0 R_0^3=\rho R^2$, де ρ_0 – густина, а R_0 – радіус сфери на момент часу t_0 , і $\rho=\rho(t)$ – густина, а $R=R(t)$ – радіус сфери на момент часу t .

З закону збереження енергії (20) для питомої повної енергії галактики E/m (енергія галактики, віднесена до одиниці маси) маємо

$$\varepsilon = \frac{E}{m} = \frac{V^2}{2} - \frac{GM}{R}, \quad (21)$$

або, використовуючи формулу (5а), отримуємо

$$\varepsilon = \frac{E}{m} = \frac{1}{2}H^2 R^2 - \frac{4}{3}G\rho\pi R^2. \quad (22)$$

Звідси для питомої енергії галактики випливає

$$\varepsilon = \frac{4}{3}\pi GR^2 \left(\frac{3}{8} \frac{H^2}{\pi G} - \rho \right). \quad (23)$$

Величина

$$\rho_{кр} = \frac{3 H^2}{8 \pi G} \quad (24)$$

називається критичною густиною. З урахуванням цього позначення питома енергія галактики (23) набуває вигляду

$$\varepsilon = \frac{E}{m} = \frac{4}{3} \pi G R^2 (\rho_{кр} - \rho) = const. \quad (25)$$

Зауважимо, що критична густина $\rho_{кр}$, як і звичайна густина ρ залежить від часу. Однак, ліва частина співвідношення (25), як і її знак, зберігається. Це обумовлює побудову відповідної класифікації еволюцій космологічних моделей.

Швидкість руху галактики знаходимо з формули (21)

$$V = \sqrt{\frac{2E}{m} + \frac{2GM}{R}}, \quad (26)$$

або, враховуючи (25), отримуємо

$$V = \sqrt{\frac{8}{3} \pi G R^2 (\rho_{кр} - \rho) + \frac{2GM}{R}}. \quad (27)$$

Зазначимо також, що в силу того, що в ньютонівській теорії рівняння руху допускають оборотність часу $t \leftrightarrow -t$, то швидкості (26) і (27), взяті зі знаком мінус, можна інтерпретувати як швидкість частинок хмари, що вільно рухаються одна до одної, через взаємне гравітаційне притягання. Тоді можна писати

$$V = \pm \sqrt{\frac{2E}{m} + \frac{2GM}{R}} = \pm \sqrt{2\varepsilon + 2\varphi}. \quad (26a)$$

Тут знак «+» відповідає розширенню (розлітання) пилю, коли всі частинки віддаляються одна від одної а знак "-" – стисненню, коли частинки пилю наближаються одна до одної.

За формулою (24), враховуючи значення постійної Габбла H (11) та ньютонівської гравітаційної постійної $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \frac{M^3}{c^2 \text{кг}}$, знаходимо сучасну критичну густина речовини:

$$\rho_{кр} = \frac{3 H_0^2}{8 \pi G} = \frac{3(2,5 \cdot 10^{-18} \text{с}^{-1})^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{м}^3 \text{с}^{-2} \text{кг}^{-1}} = 1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (28)$$

Розглянемо прискорення галактик відносно одна одної. Нехай одна галактика знаходиться у точці O , а інша у точці \acute{O} . Тоді, згідно з попереднім, сила тяжіння яка діє на галактику в точці \acute{O} визначається масою (18), яка міститься у сфері із центром O і радіуса $R = O\acute{O}$ і дорівнює

$$F = -\frac{GMm}{R^2}, \quad (29)$$

де m – маса галактики в точці \acute{O} . Звідси знаходимо прискорення галактики в \acute{O}

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{GM}{R^2}, \quad (30)$$

яке, внаслідок тяжіння, спрямоване до центру. Підставляючи з формули (18) масу речовини усередині сфери радіусу R , отримуємо прискорення

$$a = -\frac{4}{3} G \rho \pi R. \quad (31)$$

Таким чином, прискорення, як і швидкість розширення (5a), пропорційне відстані! Звідси впливає також, що Всесвіт повинен бути нестационарним.

3.5. Типи еволюції ньютонівської космологічної моделі

Залежно від співвідношення між критичною та реальною густиною пилу розрізняють три типи еволюції космологічних моделей [11; 12].

1) Еліптична космологічна модель (закрита модель)

Нехай $\rho_{кр} < \rho$. (32)

Тоді, згідно формули (25), питома повна енергія галактики негативна

$$\varepsilon = \frac{E}{m} < 0, \quad (E < 0). \quad (33)$$

Зазначимо, що в силу (25) нерівність (33) зберігається і в наступні моменти часу. При цьому, коли R росте, розширення уповільнюється, тобто, рух пилу, що розширюється за інерцією, під дією тяжіння сповільнюється. Дійсно, нехай галактики приймають послідовно два положення R_1 і R_2 , причому $R_2 > R_1$. Для різниць квадратів швидкостей галактик у цих положеннях з (26) знаходимо

$$V_1^2 - V_2^2 = 2GM \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (34)$$

Оскільки, $R_2 - R_1 > 0$, то $1/R_1 - 1/R_2 > 0$. Отже $V_1^2 - V_2^2 > 0$ і при більшому віддаленні від центру величина швидкості розширення зменшується $V_2 < V_1$. В підсумку, швидкість розширення сфери V уповільнюється настільки, що при деякому радіусі R_0 звертається до нуля: $V=0$. Як впливає з (26), це настане при

$$\frac{2E}{m} + \frac{2GM}{R} = 0. \quad (35)$$

Із (18) впливає співвідношення

$$\varepsilon = \frac{E}{m} = -\frac{GM}{R} = -\frac{4}{3} \rho \pi G R^2, \quad (36)$$

звідки, для точки зупинки R_0 знаходим

$$R_0 = -\frac{GM}{\varepsilon}, \quad (37)$$

або через густину «пилу» ρ

$$R_0 = \sqrt{-\frac{3\varepsilon}{4\rho G}}. \quad (38)$$

Після досягнення точки зупинки R_0 , пилова сфера під дією тяжіння починає стискатися і через деякий час досягне центру O . В результаті настає колапс. Поведінка цієї моделі показана на рис. 3. Така космологічна модель називається закритою. Вона описує пов'язані стани Всесвіту, коли речовина моделі ніколи не покидає область $R < R_0$, і з часом повертається у вихідний сингулярний стан.

Зазначимо, що згідно (5а) і (26), у точці зупинки розширення, коли $V=0$, космологічна постійна H та критична густина $\rho_{кр}$ звертаються до нуля.

2) Параболічна космологічна модель (плоска модель)

Нехай $\rho_{кр} = \rho$. (39)

У цьому випадку питома енергія галактики, згідно (25), дорівнює нулю

$$\varepsilon = \frac{E}{m} = 0 \quad (E=0). \quad (40)$$

Як впливає з (27), швидкість V розширення супутньої сфери радіуса R або швидкість видалення галактики в точці O відносно центру O дорівнює

$$V = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (41)$$

і сповільнюється повільніше ніж у випадку еліптичної моделі, так що досягає нуля на просторовій нескінченності $R=\infty$. Формули (40), (41) визначають аналог другої космічної швидкості, коли матеріальне тіло може залишити центральну масу M . У цій космологічній моделі галактики необмежено віддаляються одна від одної, при цьому відносний рух завмирає. За сучасними астрофізичними спостереженнями ця модель близька до реальності. Поведінка цієї моделі показана на рис. 3.

3) Гіперболічна космологічна модель (відкрита модель)

Нехай $\rho_{кр} > \rho$. (42)

У цьому випадку питома енергія галактики, згідно (25), позитивна

$$\varepsilon = \frac{E}{m} > 0 \quad (E > 0) . \quad (43)$$

Швидкість V розширення супутньої сфери радіуса OO' , а значить галактики на цій сфері в точці O' дорівнює (26), і сповільнюється повільніше, ніж у випадку параболічної моделі, і розширюється необмежено. Таким чином, галактики розбігаються і на нескінченності ($R \rightarrow \infty$) рухаються зі швидкістю.

$$V = \sqrt{2\varepsilon} = \sqrt{\frac{2E}{m}} . \quad (44)$$

Тут швидкість розширення більша аналога другої космічної швидкості, коли тіло повністю залишає центральну масу M . Ця модель описує незв'язані стани Всесвіту. Така модель називається відкритою. Для однорідного й ізотропного розподілу речовини кінцевий стан космологічної моделі слід розуміти, як процес розсіювання сукупності галактик у нескінченному просторі на

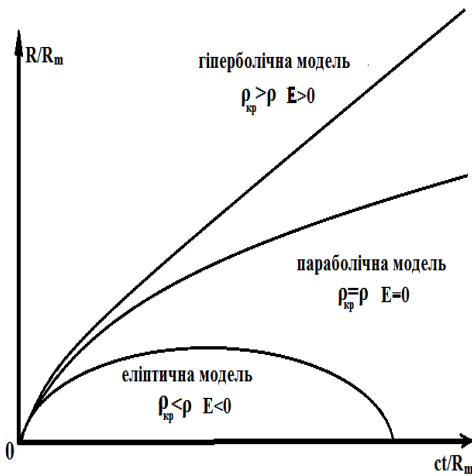


Рис. 3. Типи еволюції ньютонівських космологічних моделей

нескінченній відстані одна від одної, тобто. досягнення стану, повністю не зв'язаних між собою галактик. Всі три типи еволюції Всесвіту представлені на рис. 3

3.6. Умови застосування ньютонівських космологічних моделей

Умови застосування ньютонівських космологічних моделей впливають з умов застосування ньютонівської теорії тяжіння, тобто для швидкостей руху набагато менших швидкості світла $V \ll C$ і слабких гравітаційних полів

Звернемося до швидкості розльоту галактик (26a). Коли їх потенційна енергія взаємодії набагато більша за повну енергію E , тобто при малих R , постійною $\varepsilon = E/m$ можна знехтувати. Тому для всіх трьох моделей маємо

$$V = \pm \sqrt{\frac{2GM}{R}} . \quad (45)$$

Далі, швидкість розльоту або швидкість руху частинок хмари маси M вільно падаючих із нескінченності (колапс), має бути набагато меншою за швидкість світла, тому

$$|V| = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2\varphi} \ll C . \quad (46)$$

Тобто, повинна виконуватися умова слабого гравітаційного поля $\varphi/C^2 \ll 1$, або з (46) маємо

$$R_g = \frac{2GM}{C^2} \ll R . \quad (47)$$

Величина R_g називається гравітаційним радіусом (або радіусом Шварцшільда) тіла масою M . Отже, радіус сферичної області маси M повинен бути набагато більшим за

гравітаційний радіус R_g цієї ж маси. Далі із вимоги $V \ll C$ та співвідношення $V = HR$ маємо таку умову

$$R = R_H \ll \frac{C}{H}. \quad (48)$$

Величина R_H визначає масштаб Габбла [17]. Звідси випливає, що розмір областей, що допускається ньютонівською космологією лежить у межах

$$\frac{2GM}{C^2} \ll R \ll \frac{C}{H}.$$

4. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Підручники з фізики та астрономії або астрономії, які використовуються в загальноосвітній середній школі України для усіх рівнів навчання, майже не відрізняються за змістом та викладенням теми «Елементи космології» та в цілому виконують свої функції. Тим не менш, сучасні вимоги до профільного навчання, що передбачають формування та розвиток в учнів наукового мислення, ставлять на порядок денний розширення підходів до викладання.

Всі ньютонівські моделі – еліптичний, параболічний та гіперболічний випадки – ґрунтуються на евклідових плоских просторах, що вказує на їхню наближеність. Їхні релятивістські аналоги відповідають просторам позитивної, нульової та негативної кривини і можуть бути отримані тільки в рамках ЗТВ. Розмір сферичних областей, що розглядаються, вибирається досить малим для того, щоб була справедлива теорія тяжіння Ньютона. Якщо ми побажаємо вивчати Всесвіт на більших масштабах, то необхідно врахувати те нове, що дасть нам ЗТВ порівняно з теорією Ньютона. Найважливішою новою рисою є вплив гравітації та руху речовини на геометричні властивості простору, на його «викривленість». Тому, коли говорять про побудову моделі Всесвіту, мають на увазі не лише динаміку руху мас, а й визначення геометричних властивостей простору. Для цього потрібні додаткові рівняння, які і виникають у ЗТВ та розглядаються у релятивістських космологічних моделях.

Запропоноване виведення і дослідження характеру еволюції Всесвіту відповідає сучасним космологічним уявленням про наукову картину Всесвіту, фізичному і математичному рівню знань учнів старших класів профільного рівня навчання й має зрозуміле на такому рівні змістовне наповнення. Воно є доступним і доцільним при поглибленому вивченні розділу «Будова і еволюція Всесвіту» в сучасному шкільному курсі фізики. Даний підхід може використовуватися й в інших формах організації занять з фізики – зокрема, факультативні заняття та гурткова робота.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] «Астрономія» (рівень стандарту та профільний рівень), навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів (авт. кол. під керівництвом Яцківа Я. С.). URL: <https://bit.ly/3qBBEi5>
- [2] Климишин, І. А., Крячко, І. П. (2002). Астрономія: Підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Київ: Знання .
- [3] Сиротюк, В. Д., Мирошніченко, Ю. (2019). Фізика і астрономія (рівень стандарту): підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. освіти. Київ : Генеза.
- [4] Пришляк, М. П. (2011). Астрономія: 11 кл.: підручник для загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту, академічний рівень / за заг. ред. Я. С. Яцківа. Харків: Вид-во «Ранок»
- [5] Фізика і астрономія (рівень стандарту) для 11 класу (2019) / Головка М. В., Крячко І. П., Мельник Ю. С., Непорожня Л. В., Сіпій В. В. Київ. Педагогічна думка.
- [6] Заскїна, Т. М., Заскїн, Д. О. (2019). Фізика і астрономія (профільний рівень, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Ляшенка О. І.): підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. К. : УОВЦ «Оріон».

- [7] Головка, М. В., Крячко, І. П. (2018). *Астрономія: навчальний посібник*. Київ: ТОВ «КОНВІ ПРІНТ» (профільний рівень).
- [8] Пришляк, М. П. Кравцова, О. М. (2019). *Астрономія (профільний рівень, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Яцківа Я. С.): підручник для 11 кл. закл. загал. серед. освіти*. Харків: Вид-во «Ранок».
- [9] Крячко, І. П. (2018). *Методика навчання астрономії в старшій загально-освітній школі*. Київ: Видавничий центр «Наше небо».
- [10] Климишин, І. А. (2014). *Основи космології*. Івано-Франківськ: Симфонія форте.
- [11] Климишин, І. А. (2015). *Елементи космології*. Івано-Франківськ : Симфонія форте.
- [12] Парновский С. Л., Парновский А. С. (2013). *Введение в современную космологию*. Киев: Наукова думка

ELEMENTS NEWTONIAN COSMOLOGY IN THE EDUCATION PUPILS OF THE PHYSICS AND MATHEMATICS PROFILE OF STUDY

Gladush Valentyn Danylovych

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Theoretical Physics
Oles Honchar Dnipro National University,
Dnipro, Ukraine
ORCID ID 0000-0001-8596-5511
vgladush@gmail.com

Savchuk Varfolomii Stepanovych

Doctor of Historical Sciences, Professor, Professor of the Department of Theoretical Physics Oles Honchar
Dnipro National University,
Dnipro, Ukraine
ORCID ID 0000-0002-6324-7567
varfolomey44@gmail.com

Turinov Andrii Mykolajovych

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Theoretical Physics
Oles Honchar Dnipro National University,
Dnipro, Ukraine
ORCID ID 0000-0001-5815-6583
andrii.turinov@gmail.com

Abstract. The basis of modern cosmology is the general theory of relativity, the mathematical apparatus of which is quite complex. There is a problem of presenting the elements of modern cosmology in a form acceptable for students to perceive. On the one hand, this presentation should correspond to the mathematical apparatus provided and learned at school, on the other hand, it should form the appropriate cognitive-research component of physical and mathematical education. The article based on Newtonian theory and cosmological principle, to propose a method of construction and presentation of the elements of the theory of cosmological models of the evolution of the universe to students of senior classes of a specialized level of education in a general secondary school. Qualitative methods of classical mechanics are used on a simple mathematical basis. The mathematical apparatus consists of elementary algebraic operations and transformations. The proposed derivation and research correspond to the physical and mathematical level of knowledge of high school students of a specialized level of education. The cosmological principle is analyzed in detail and the correctness of using the Newtonian approach is substantiated. An elementary derivation of the equations of spherically symmetric models in cosmology on the simple basis of Newtonian mechanics is proposed. Equations of the evolution of the cosmological Newtonian model are constructed and conservation laws, the size and age of the Universe are studied. A qualitative

study of the spherically symmetric dust cosmological model is presented. *The practical significance of the research* lies in the expansion the possibilities of forming the cognitive component the training of high school students of the specialized level physics education. The presentation of the material on the topic «Elements of Cosmology» using this approach becomes clearer, contributes to a better understanding of the basics of cosmology by students, such basic concepts as the cosmological principle, the radius and age of the Universe, the critical density of the Universe, the types of Universe evolution. This approach can be used in senior classes of specialized secondary schools, group work and optional classes in physics and astronomy, when studying the elements of the theory of cosmological models and considering the simplest consequences of their implementation. Pedagogical skill and methodical capabilities of the teacher are also increasing.

Key words: high school, physics and astronomy, cosmological principle, size and age of the universe, cosmological models and their types, advanced study, elementary derivation.

References (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] «Astronomy» (standard level and profile level), curriculum for general educational institutions (author. coll. under the leadership of Yatskiv Ya. S.). URL: <https://bit.ly/3qBBEi5> (in Ukrainian).
- [2] Klymyshyn, I. A., Kriachko, I. P. (2002). Astronomy: Textbook for 11th grade of general educational institutions. Kyiv: Znannia (in Ukrainian).
- [3] Syrotiuk, V. D., Myroshnichenko, Yu (2019). Physics and astronomy (standard level): textbook for the 11th grade general institutions secondary education. Kyiv : Heneza (in Ukrainian).
- [4] Pryshliak, M. P. (2011). Astronomy: 11th grade: textbook for general educational institutions: standard level, academic level / according to general ed. Y. S. Yatskiva. Kharkiv: Vyd-vo «Ranok» (in Ukrainian).
- [5] Physics and astronomy (standard level) for the 11th grade (2019) / Holovko, M. V., Kriachko, I. P., Melnyk, Yu. S., Neporozhnia, L. V., Sippii, V. V. Kyiv. Pedahohichna dumka (in Ukrainian).
- [6] Zasiykina, T. M., Zasiykin, D. O. (2019). Physics and astronomy (profile level, according to the curriculum of the author's team under the leadership of O. I. Liashenka): Textbook for 11th grade institutions of general secondary education. K.: UOVTS «Orion» (in Ukrainian).
- [7] Holovko, M. V., Kriachko, I. P. (2018). Astronomy: a study guide. K.: Vyd-vo KONVI PRINT (profile level) (in Ukrainian).
- [8] Pryshliak M. P., Kravtsova, O. M. (2019). Astronomy (profile level, according to the curriculum of the author's team under the leadership of Yatskiva Ya. S.): a textbook for 11 classes of institutions. general secondary education. Kharkiv: Vyd-vo «Ranok» (in Ukrainian).
- [9] Kriachko, I. P. (2018). Methodology of teaching astronomy in senior secondary school. Kyiv: Vydavnychiy tsentr «Nashe nebo» (in Ukrainian).
- [10] Klymyshyn, I. A. (2014). Basics of cosmology. Ivano-Frankivsk: Symphoniia forte (in Ukrainian).
- [11] Klymyshyn, I. A. (2014). Elements of cosmology. Ivano-Frankivsk: Symphoniia forte (in Ukrainian).
- [12] Parnovsky, S., Parnovsky, A. (2013). An Introduction to Modern Cosmology. Kyiv: Naukova dumka (in Ukrainian).