

УДК КП 658.012.011.56

К.Л. Агоев

**ВОЗНИКНОВЕНИЕ РЕЖИМОВ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА
В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ
СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМ РАЗВИТИЕМ**

В результате математического моделирования определены условия возникновения детерминированного хаоса в минимальной модели экономического развития и выявлены возможные причины растущей уязвимости глобальной экономики к малым изменениям параметров управления. Рассмотрена роль режимов детерминированного хаоса в деформации пространства безопасности и управлении социально-экономическим развитием.

Ключевые слова: математическое моделирование, экономические процессы, детерминированный хаос.

Введение

Вызовы, которые стоят перед экономикой Украины, во многом связаны с необходимостью ее глубокой модернизации и переходом на новую траекторию развития, соответствующую постинформационному укладу экономики XXI века. Смена технологичных укладов, о начале которой свидетельствуют документы, принятые на саммите ООН «Rio+20», дает таким странам, как Украина, которые остаются по многим показателям в доинформационной эпохе, уникальный шанс сократить отставание от передовых держав, которые также вынуждены приспосабливаться к новым условиям (экономическим, технологическим, экологическим и др.). Таким образом, при решении задач управления социально-экономическим развитием необходимо учитывать бифуркационный характер текущего исторического момента, коридор возможностей, который дает скачок к постинформационному укладу экономики, и катастрофические последствия в случае развития событий по рутинному сценарию, основанному на старых экономических парадигмах.

Каждая страна будет осуществлять этот переход по своему собственному сценарию, в соответствии с тем потенциалом экономических, правовых, геополитических особенностей, который сложился к моменту реформирования. Выбор оптимальной траектории развития превращается в главную проблему, решение которой будет определять картину глобального мира в ближайшие десятилетия.

Среди негативных особенностей, тормозящих модернизацию экономики Украины, следует упомянуть неэффективное государственное управление, коллапс судебной и правоохранительной систем, незащищенность прав собственности, высокий уровень коррупции. Все это крайне суживает ресурсную базу, необходимую для реформирования. Раз существующие

ресурсы позволяют лишь незначительно изменять параметры управления экономикой, то возникает задача отыскания таких траекторий развития, которые бы позволяли за счет малых изменений параметров, осуществлять «перескок» с одной траектории развития на другую. Для исследования условий, при которых возможен такой своеобразный фазовый переход, необходим новый математический аппарат. Анализ возможных подходов к его созданию и посвящена данная работа.

1. Причины сужения горизонта прогнозирования экономических процессов

Одной из отличительных черт глобального мира является то, что малые изменения могут существенно изменять траекторию развития общественных систем, приводить к катастрофическим последствиям, которые трудно прогнозировать, оставаясь в рамках традиционных подходов и методов оценки риска. Примером такой нестабильности является глобальный финансово-экономический кризис, начавшийся в 2008 году, выявивший, в том числе, не только снижение эффективности существующих подходов в прогнозировании и управлении экономическим развитием, но и общий кризис традиционной парадигмы экономической науки.

Большинство моделей экономического развития были разработаны еще до эры глобализации и не позволяют описать режимы поведения социально-экономической системы в окрестности точек бифуркации, когда системные законы, управляющие поведением экономических систем, могут резко изменяться, а поведение системы становится сильно зависимым от малых изменений параметров управления и начальных условий. Таким режимам присущ скачкообразный характер, когда малые плавные изменения параметров системы приводят к резкому изменению траектории развития.

В ряде работ было предложено использовать для исследования подобных систем теорию режимов с обострением, которая до этого успешно использовалась для решения задач газовой динамики, физики плазмы, химической кинетики, лазерного термоядерного синтеза. Особенностью режимов с обострением является то, что в них функция может неограниченно возрастать за ограниченное время. Эти режимы могут приводить к возникновению пространственно локализованных диссипативных структур. В таких структурах существует возможность появления детерминированного хаоса – странных аттракторов [1–3].

Следует отметить, что взгляд на современное глобальное общество, как на открытую, самоорганизующуюся, самовоспроизводящуюся, нелинейную, диссипативную структуру, близкую к состоянию неустойчивого равновесия, получает все большее распространение [4–10]. Действительно, в таких областях, как фондовые и финансовые рынки, денежное обращение и кредит, экономические системы могут оставаться неравновесными достаточно долгое время. Было замечено, что колебательная динамика ряда ключевых показателей мировой экономики (индекс Доу-Джонса, цена на золото, цена на нефть и т.д.) в определенные периоды напоминает хаотическую динамику колебаний, характерных для странных аттракторов [11, 12].

Все это послужило причиной привлечения математических моделей детерминированного хаоса – «странных аттракторов» для анализа условий возникновения нестабильности современной глобальной экономики [13–17].

Целью данной работы является дальнейшее расширение возможностей использования моделей детерминированного хаоса, для повышения эффективности управления нелинейными процессами в социально-экономических системах и объяснения растущей уязвимости глобального общества к малым изменениям.

2. Математическая модель возникновения детерминированного хаоса в экономике

В работе [18] была предложена распределенная модель рыночной экономики, которая позволяет получить хаотические решения в пространстве переменных, характеризующих финансово-экономические показатели. В качестве переменных использовались изменение и интенсивность движения капитала и спроса в пространстве технологий под воздействием нормы прибыли. Одним из свойств этой системы являлось наличие в ней последовательности бифуркаций рождения устойчивых периодических однородных пространственных решений произвольного периода, формирующих однородный по пространству, но хаотический по времени аттрактор. Рассмотрим задачу построения модели, которая позволяла бы получить хаотические режимы в пространстве социально-экономических переменных. При этом будем использовать следующие предположения.

Глобальная экономика создает определенный спрос на деятельность различных производственных систем, ответственных за устойчивое развитие общества в различных измерениях его функционирования (энергетическом, информационном, материальном, экологическом, медико-биологическом и др.).

Часть ресурсов, производимых этими системами, тратится на поддержание их внутренней структуры, иначе говоря, на осуществление внутренней функции, другая часть – на внешние функции, определяемые спросом глобальной экономики.

Эти спросы зависят от различных факторов: текущего состояния производственных систем, нагрузки, воздействия внешней среды, эффективности регуляторных механизмов и т.д.

Пусть $b_{1i}(t)$ – текущий спрос на деятельность i -ой производственной системы, нормированный на единицу системы материального производства, в качестве которой будем рассматривать рабочее место в соответствующей отрасли производства (Y_i). Текущее состояние i -ой производственной системы характеризуется уровнем ее внешней функции, что определяет ее предложение на спрос глобальной экономики. Предложение или соответствует спросу, или нет.

Пусть $b_{2i}(t)$ – уровень предложения, нормированный на единицу измерения функции i -ой производственной системы (производство материальных ценностей, услуг, информационного контента и т.д.) X_i . В соответствии с принятыми обозначениями $b_{1i}(t)Y_i$ и $b_{2i}(t)X_i$ характеризуют соответственно общий спрос на деятельность i -ой системы и общее предложение на поддержание внешней функции, определяемое возможностями существующих рабочих мест.

Пусть скорость изменений предложения внешней функции пропорциональна избытку спроса глобальной экономики над предложением. Тогда имеем следующее уравнение для динамики предложения i -ой системы:

$$dX_i / dt = a_{1i}(t)[b_{1i}(t)Y_i - b_{2i}(t)X_i], \quad (1)$$

где $a_{1i}(t)$ – параметр, характеризующий адаптационные возможности.

Существуют регуляторные механизмы, которые в случае избыточного спроса приводят к изменениям в производственных системах, вовлекающим в производство новые рабочие места. Будем полагать, что чем больше X_i , тем большее количество рабочих мест Y_i вовлечено в процесс. Пусть $c_{1i}(t)$ – спрос на увеличение числа рабочих мест, нормированный на единицу X_i , а $c_{2i}(t)$ – доля рабочих мест Y_i , вовлеченных в обеспечение X_i . Тогда $c_{1i}(t)X_i$ и $c_{2i}(t)Y_i$ соответственно характеризуют общий спрос и предложение для создания рабочих мест.

Пусть скорость изменения числа рабочих мест будет пропорциональна избытку их спроса над предложением. Тогда имеем следующее уравнение, описывающее динамику числа рабочих мест, вовлеченных в производство:

$$dY_i / dt = a_{2i}(t)[c_{1i}(t)X_i - c_{2i}(t)Y_i], \quad (2)$$

где $a_{2i}(t)$ имеет тот же смысл, что $a_{1i}(t)$.

Уравнение (2) не учитывает, что число Y_i не может расти неограниченно, поскольку существуют определенные экономические, материальные и информационные ограничители, тормозящие этот рост. Кроме того, необходимо учесть, что часть ресурсов тратится на поддержание внутренней структуры производственных систем, поэтому происходит постоянное вовлечение части Y_i в этот процесс.

Отток рабочих мест пропорционален, с одной стороны, уровню внешней функции X_i , создающей избыточную нагрузку на структуры i -ой системы, а с другой стороны, уровню структурных нарушений (Z_i). Эти нарушения возникают в производственных системах и требуют дополнительных ресурсных трат на свое устранение. Пренебрежительно малый уровень структурных нарушений может привести к катастрофическим последствиям, если уровни внешней функции X_i , обусловленные экономической интеграцией, технологической развитостью и политическими обязательствами (глобализация) – достаточно высоки. Поэтому уравнение, описывающее темп изменения числа рабочих мест, трансформируется к виду (3)

$$dY_i / dt = a_{2i}(t)[c_{1i}(t)X_i - c_{2i}(t)Y_i - c_{3i}(t)X_iZ_i], \quad (3)$$

где $c_{3i}(t)$ – спрос на Y_i , обусловленный обеспечением внутренних функций производственной системы и нормированный на единицы внешней функции и возникающих нарушений.

Будем считать, что рост числа нарушений пропорционален уровню нагрузки на структуры, обеспечивающие внешнюю функцию X_i . Эта нагрузка зависит от величины X_i и числа

рабочих мест Y_i , вовлеченных в процесс производства. Также предположим, что существуют регуляторные (адаптационные) механизмы, которые в определенных пределах способны устранять возникающие нарушения, активируясь при их возникновении и накоплении. Пусть $d_{1i}(t)$ и $d_{2i}(t)$ – соответственно коэффициенты пропорциональности, тогда скорость роста нарушений будет описываться следующим уравнением:

$$dZ_i / dt = [d_{1i}(t)X_iY_i - d_{2i}(t)Z_i], \quad (4)$$

Рассмотрим одну изолированную систему, которая имеет одну внешнюю функцию. Пусть все модельные коэффициенты не зависят от времени. Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} t &= t^* / (a_2c_2), \quad \sigma = (a_1b_2)/(a_2c_2), \quad r = (b_1c_1) / (b_2c_2), \quad b = d_2 / (a_2c_2), \\ x &= d_1X(c_3/d_1)^{1/2} / (a_2c_2), \quad y = d_1b_1Y(c_3/d_1)^{1/2} / (b_2a_2c_2), \quad z = (b_1c_3Z) / (b_2a_2c_2) \end{aligned} \quad (5)$$

В этом случае рассмотренная система трансформируется к виду (6)

$$dx / dt^* = \sigma(y - x), \quad dy / dt^* = rx - y - xz, \quad dz / dt^* = xy - bz, \quad (6)$$

Согласно работе Лоренца [19], в данной системе возникают поддерживаемые хаотические режимы. Таким образом, взаимосвязи между внешней функцией производственной системы, количеством рабочих мест и структурными нарушениями могут описываться моделью метастабильного хаоса Лоренца. Переход от стабильности социально-экономической системы к ее нестабильности может быть аналогичен переходу от ламинарного потока к турбулентному. В том случае, когда параметры системы близки к своим бифуркационным значениям, любая флуктуация может привести к непредсказуемому будущему. Бесконечно близкие друг к другу траектории с течением времени начинают существенно расходиться, переводя систему в совершенно непредвиденную область значений переменных.

На рис.1а представлен режим, характеризующий устойчивое функционирование социально-экономической системы. На рис.1б представлен хаотический режим, существенно отличающийся от хаотического режима, полученного при бесконечно малом изменении параметра r (рис. 1в).

Итак, как видно из проведенного модельного исследования, достаточно малое (флуктуационное) изменение параметра r ($\Delta r = 0.001$) достаточно сильно разводит траектории системы за достаточно короткий промежуток времени.

Таким образом, при превышении критического соотношения между спросом и предложением решение системы (6) не сходится к точке равновесия, а трансформируется сначала в колебательный, а затем и хаотический режим. Разным соотношениям (5) соответствуют разные сценарии экономического развития. На основании анализа макроэкономических показателей разных регионов, может быть проведена их классификация в пространстве

параметров модели (6) и определены критические значения параметров, при достижении которых будут происходить скачкообразные переходы с одной траектории экономического развития на другую.

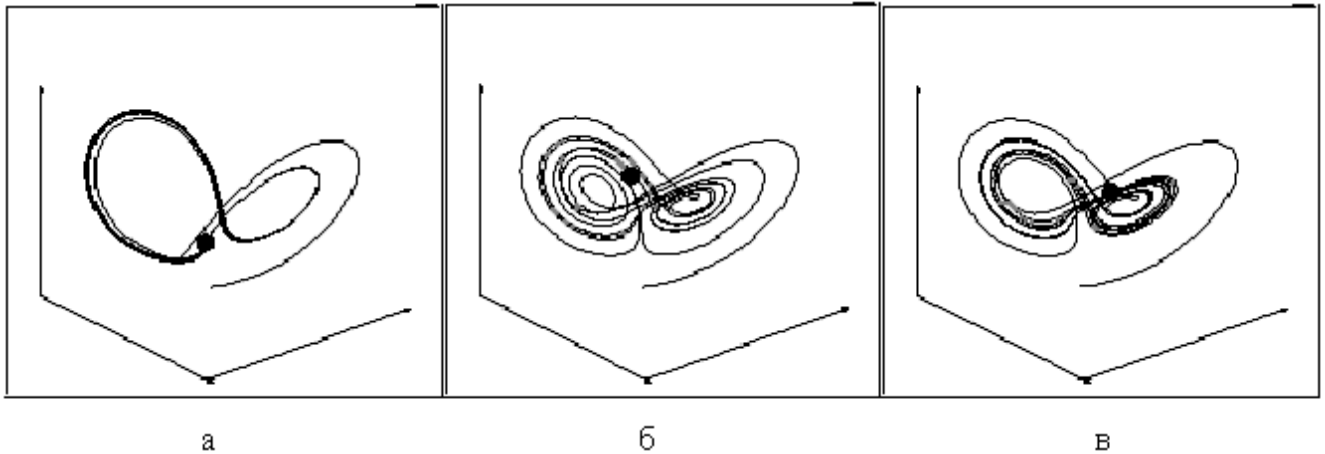


Рис. 1 – Влияние флуктуаций на динамику социально-экономической системы: (x-z) проекции аттрактора Лоренца: а) $\sigma = 4$, $r = 80$; б) $\sigma = 10$, $r = 60.000$; в) $\sigma = 10$, $r = 60.001$

Таким образом, отличием подхода, предложенного в данной работе, является то, что детерминированный хаос рассматривается в пространстве переменных, характеризующих не только экономические, но и социальные факторы (количество рабочих мест), а также качество управления, от которого зависит частота возникновения структурных нарушений. Введение переменной, характеризующей уровень структурных нарушений, позволяет объяснить растущую уязвимость глобальной экономики к малым изменениям параметров управления. Чем выше оказывается уровень переменной X , тем при меньшем уровне структурных нарушений Z возможна трансформация режима функционирования системы.

3. Проблема управления при наличии хаотических режимов

Исследование режимов детерминированного хаоса в физике, биологии, экономике привело к существенному пересмотру его роли в самоорганизации сложных динамических систем [20]. Оказалось, что благодаря хаотическим режимам с их повышенной чувствительностью к малым возмущениям параметров, становится возможным перевод системы из окрестности одного неустойчивого предельного цикла в окрестность другого. Иными словами, становится возможным качественное изменение поведения социально-экономической системы, за счет малых изменений параметров управления, а значит при значительной экономии ресурсов.

Исходя из этого понимания, трансформировалась и задача управления хаосом. От выбора управляющих воздействий, способствующих подавлению хаоса, к выбору управлений, позволяющих стабилизацию определенных неустойчивых периодических траекторий [18].

Система (1.6) может быть записана в комплексной форме относительно двух комплексных переменных x и y одной вещественной переменной z , имеющей вещественные

параметры, σ и b и комплексные параметры $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$, $a = 1 - \epsilon i$. Как показано в [18], в комплексной системе уравнений Лоренца реализуется сценарий перехода к хаосу через субгармонический каскад бифуркаций двухмерных торов. В системе рождается предельный цикл частоты $\omega = r_2 \sigma / (\sigma + 1)$.

Таким образом, получаем осциллятор, который генерирует колебания определенной частоты ω . Вернемся теперь к системе уравнений (1.1–1.4). В этом случае имеем n осцилляторов, генерирующих колебания с частотами ω_i соответственно. Если задать набор функций связи между осцилляторами, то получим систему связанных осцилляторов. Коллективная синхронизация данных осцилляторов может быть исследована с помощью модели Курамото [21]. Таким образом, задача управления социально-экономическим развитием в условиях возникновения хаотических режимов сводится к управлению частотой ненулевого среднего поля, продуцируемого связанными осцилляторами.

Заключение

Проведенный в работе анализ существующих подходов к моделированию нелинейных процессов в современной экономике показал, что применение новых методов исследования хаотической динамики, теории гладких отображений, теории режимов с обострением, теории бифуркаций может существенно повысить эффективность математического моделирования в экономике. Особенности поведения социально-экономической системы в окрестности точек бифуркации, когда система становится сильно зависимой от малых изменений параметров управления и начальных условий, открывает новые возможности для управления фазовыми переходами системы с одной траектории развития на другую. Поэтому использование моделей странных аттракторов и модели синхронизации связанных осцилляторов позволяет по-новому взглянуть на проблему управления социально-экономической системой, подойти к решению задачи эффективного использования средств, необходимых для реформирования экономики. Предметом дальнейших исследований будет количественное исследование моделей, классификация регионов Украины по степени их экономической уязвимости и степени инвестиционной привлекательности, показателем которой является готовность к реформированию.

Список використаної літератури

1. Курдюмов С.П. Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы построения ее организации // Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. – М., 1982. – С. 217–243.
2. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего – М: УССР, 2003. – 288 с.
3. Режимы с обострением. Эволюция идеи. Законы коэволюции сложных структур / Под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: Наука, 1998. – 256 с.
4. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. – М.: Мир, 1979. – 327 с.

5. Капра Ф. Скрытые связи. – М.: ООО Издательский дом «София», 2004. – 336 с.
6. Мясников А.А. Синергетические эффекты в современной экономике: Введение в проблематику. – М.: ЛЕНАНД, 2010. – 160 с.
7. Белоцерковский О.М., Быстрой Г.П., Цибульский В.Р. Экономическая синергетика: Вопросы устойчивости. – Новосибирск: Наука, 2006. – 117 с.
8. Евстигнеева Л.П., Евстигнеев Р.П. Экономическая синергетика. – М.: Институт экономики РАН, 2007. – 228 с.
9. Пу Т. Нелинейная экономическая динамика. – М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 198 с.
10. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
11. Акаев А.А., Коротаев А.В., Фомин А.А. О причинах и возможных последствиях второй волны глобального кризиса. // Моделирование и прогнозирование глобальной, региональной и национальной динамики / Отв. ред. А.А. Акаев, А.В. Коротаев, Г.Г. Малинецкий, С.Ю. Малков. – М.: ЛИБРОКОМ/URSS, 2012. – С. 424–459.
12. Акаев А.А., Садовничий В.А., Коротаев А.В. Взрывной рост цен на золото и нефть как предвестник мирового финансово-экономического кризиса. // Доклады Академии наук – 2011, 437/6: 727–730.
13. Занг В.Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. – М.: – Мир 1999. – 335 с.
14. Магницкий Ю.Н. Исследование зависимости макроэкономических показателей от структуры рыночной экономики // Труды ИСА РАН – 2005.– Т. 14. – С. 198–205.
15. Прохоров А. Нелинейная динамика и теория хаоса в экономической науке: историческая ретроспектива // Квантиль. – 2008. – № 4. – С. 79–92.
16. Atoyev K.L. The Challenges to Safety in East Mediterranean: Mathematical Modeling and Risk Management of Marine Ecosystem // Nato Science Series: IV: Earth and Environmental Sciences. – 2005. – 50. – P. 179–197.
17. Евстигнеева Л.П., Евстигнеев Р.Н. Экономическая синергетика. – М.: Институт экономики РАН, 2007. – 228 с.
18. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. – Едиториал УРСС, 2004. – 320 с.
19. Lorenz E. Deterministic nonperiodic flow // Journal of Atoms.Sci. – 1963.– V. 20.– P. 130–141.
20. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: УРСС, 2002. – 360 с.
21. The Kuramoto model: a simple paradigm for synchronization phenomena / Acebrón J. A.; Bonilla L. L.; Vicente P. et al. // *Reviews of Modern Physics*. – 2005. – 77: P. 137–185.

Стаття надійшла до редакції 25.01.13 російською мовою

© К.Л. Атоєв

**ВИНИКНЕННЯ РЕЖИМІВ ДЕТЕРМІНОВАНОГО ХАОСУ
В ЗАДАЧАХ УПРАВЛІННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИМ РОЗВИТКОМ**

За допомогою математичного моделювання визначені умови виникнення детермінованого хаосу в мінімальній моделі економічного розвитку та виявлені можливі причини зростаючої вразливості глобальної економіки до малих змін параметрів управління. Розглянута роль режимів детермінованого хаосу у деформації простору безпеки та управлінні соціально-економічним розвитком.

© K.L. Atoyev

**THE DETERMINISTIC CHAOS ARISING UNDER MANAGEMENT
OF SOCIAL AND ECONOMIC DEVELOPMENT**

The conditions for deterministic chaos arising in minimal model of economic development and possible causes of increasing vulnerability of global economics to small changes of control parameters are determined with the help of mathematical modelling. The role of deterministic chaos in deformation of safety space and management of social and economic development is examined.