

DOI: <https://doi.org/10.32839/2304-5809/2020-5-81-77>

УДК 372.851

Ковальчук В.Ю., Білецька Л.С.,

Стасів Н.І., Силюга Л.П.

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ НА ПРОПОРЦІЙНУ ЗАЛЕЖНІСТЬ У ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

Анотація. У статті розглянуто стан розробки проблеми формування початкових уявлень учнів про пропорційну залежність у сучасній методиці та психолого-педагогічній літературі. Розглянуто особливості різних видів задач на пропорційну залежність, що використовуються на уроках математики у початковій школі. Проаналізовано індивідуальні особливості сприймання і розуміння школярами понять, пов'язаних з пропорційною залежністю на різних етапах розв'язування відповідного типу задач. Звернуто увагу на типові помилки учнів у процесі розв'язування сюжетних задач на пропорційну залежність та шляхи їх подолання. Досліджено вплив окремих методичних прийомів на результативність процесу розв'язування задач даного виду. Виділено фактори, які впливають на ефективність роботи над таким матеріалом. Зокрема: послідовність подання і розв'язування задач; рівень усвідомлення школярами умови задачі; способи аналізу задачі, методи пояснення і запису розв'язання задачі; рівень самостійності учнів під час роботи над задачею; організація роботи над помилками учнів. Зроблено висновки щодо доцільності їх використання на уроках математики у початковій школі.

Ключові слова: сюжетна задача, пропорційна залежність, аналіз, синтез, узагальнення, розв'язок задачі.

Kovalchuk Volodymyr, Biletska Lyubov,

Stasiv Nataliya, Sylyuha Lyudmyla

Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University

METHODICAL PECULIARITIES OF SOLVING PROBLEMS IN PROPORTIONAL DEPENDENCE IN PRIMARY SCHOOL

Summary. In the article considered the state of development of the problem of formation of students' initial ideas about proportional dependence in modern methods and psycho-pedagogical literature. The peculiarities of different types of proportionality problems used in primary school math lessons are analyzed. Synthetic and analytical ways of parsing and solving tasks play a significant role in proportionality tasks. The synthetic method is more accessible to pupils, but it may be unnecessary to use it. The analytic method allows you to plan your problem more clearly. Pupils focus their attention on the process of reasoning in general rather than one action. In the process of finding a plan for solving the problem of proportional dependence, analysis and synthesis can not be separated, because thinking is a complex analytical and synthetic process. The individual peculiarities of pupils' perception and understanding of the concepts related to proportional dependence at different stages of solving the corresponding type of problems are analyzed. Pupils learn a certain generalization by comparing facts and phenomena, while revealing similarities and differences. In the process of studying the initial course of mathematics students learn quite complex forms of generalizations. They have to notice the similar in such phenomena, which differ from one another in appearance, and at the same time notice the difference where there is a clear similarity. The analysis of the solution of the experimental problems on the proportional dependence of the pupils with different success showed different levels of understanding and peculiarities of perception of the mathematical material: high, medium and low. Attention is drawn to the typical mistakes made by pupils in the process of solving the problem of proportional dependence and how to overcome them. The influence of some methodical techniques on the efficiency of the process of solving the tasks of this type is investigated. The conclusions about the expediency of their use in primary school mathematics lessons.

Keywords: storyline, proportionality, analysis, synthesis, generalization, problem solving.

Постановка проблеми. У початковій школі вивчення математики здійснюється шляхом використання доцільно дібраної системи сюжетних задач та практичних робіт. Формування і засвоєння нових понять пов'язані із процесом розв'язування відповідного типу задач, що допомагають на практиці застосувати ці поняття.

Оптимізація освітніх та розвивальних функцій сюжетних задач на пропорційну залежність можлива за умови, що учні мають певні уявлення щодо структури задачі, у них сформовані відповідні уміння та навички розв'язувати сюжетну задачу [1; 2].

Важливою вимогою під час організації навчання учнів розв'язувати сюжетні задачі такого типу (як на уроці, так і вдома) є обов'язкове

врахування індивідуальних та вікових особливостей. Така вимога є визначальною і у процесі диференційованого підходу та аналізі умінь і навичок учнів розв'язувати задачі [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій з психології і методики початкового курсу математики свідчать про те, що у проблемі навчання учнів розв'язувати задачі на пропорційну залежність є певні досягнення. Зокрема, виокремлено основні напрямки роботи вчителя у процесі формування в учнів умінь застосовувати загальний підхід до розв'язування таких задач, обґрунтовано доцільність застосування взаємно обернених задач, з'ясовано значення задач з логічним навантаженням у навчанні і розвитку учнів початкової школи [1–3].

У ряді досліджень наголошується, що засвоюючи математичні поняття, явища та закони, розв'язуючи сюжетні задачі, школярі постійно здійснюють такі основні розумові операції, як аналіз та синтез. Встановлено, на початковому етапі навчання в учнів вміння аналізувати та синтезувати формується і розвивається поступово [2].

В освітньому процесі молодшими школярами безперервно здійснюється і така мисленнєва діяльність як узагальнення, що є основою будь-якого мислення. У значній мірі успіх навчання залежить від рівня сформованості в учнів навичок узагальнення, порівняння, тобто вміння помічати схожість і відмінність [1; 5].

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Фундаментом у початковому курсі математики є арифметика натуральних чисел та основних величин. До групи основних величин відносять величини, які пов'язуються пропорційною залежністю. Зокрема швидкість, час і пройдений шлях; вартість; загальна вартість предметів та їх кількість і ін. Ознайомлення молодших школярів з основними величинами відбувається під час аналізу та розв'язування задач. Розв'язуючи задачі з пропорційними величинами, школярі на практиці виділяють залежність між їх значеннями: відстані та часу, вартості предметів та їх кількості та ін.

У методичній літературі вчителям подають певні рекомендації щодо методики розв'язування кожного виду задач на пропорційну залежність. Однак нечітко простежується їх загальна модель [1; 3]. Тому, на нашу думку, учні, закінчивши початкову школу, ще не усвідомлюють того узагальнення, яке притаманне саме задачам на пропорційну залежність. Це, в свою чергу, впливає на їх засвоєння у майбутньому не лише математичних понять та відношень (про процентне відношення, послідовність, прогресію, функціональну залежність та ін.), а й знань з фізики, хімії тощо.

На наш погляд, у навчанні учнів початкової школи визначальну роль відіграють процеси аналізу, синтезу та узагальнення. У процесі пошуку плану розв'язування задач на пропорційну залежність аналіз і синтез не можна відокремлювати, оскільки мислення – складний аналітико-синтетичний процес.

А зміна несуттєвих ознак навчального матеріалу за умови, що суттєві залишатимуться незмінними, є необхідною умовою формування потрібних узагальнень у школярів.

Мета статті. Головною метою цієї роботи є аналіз психолого-педагогічних умов використання пропорційної залежності та особливості вивчення сюжетних задач на її використання у процесі вивчення початкового курсу математики.

Виклад основного матеріалу. Процес розв'язування задач на пропорційну залежність можна розбити на кілька етапів, кожен з певною дидактичною метою [2; 3].

На **першому етапі** навчання учнів підводять до самостійного знаходження способу розв'язку задач нового виду, виконуючи відповідну систему практичних дій. Такі практичні дії школярів з групами предметів є певним засобом аналізу і допомагають виявити відношення між предметами. Після практичних вправ варто запропонувати більш складні сюжетні задачі. При цьо-

му необхідно застосовувати різноманітні наочні засоби. Наприклад, схеми, рисунки, записи на дошці, креслення, презентації та ін.

На **другому етапі** увага учнів скеровується на виділення величин, про які йдеться у задачі, встановлюється зв'язок і функціональна залежність між ними у процесі аналізу, розв'язання та записування виразів.

Варто процес розв'язування задач здійснювати на основі протиставлення. У методиці відомі два види протиставлення: послідовне і перехресне [2]. При послідовному протиставленні один вид задач вивчається після іншого і ці види зіставляються. При перехресному протиставленні на одному уроці різні види задач розв'язуються по черзі. Як показує шкільна практика процес розв'язування складніших задач за допомогою прийому послідовного протиставлення є ефективнішим, ніж прийом перехресного протиставлення.

На **третьому етапі** проводять творчі роботи на складання і перетворення задач. Для цього використовують, наприклад, таблиці швидкостей, цін, маси предметів [1].

Запис розв'язку задач за допомогою виразу чи формули сприяє процесу встановлення залежності між величинами. Наприклад, записуючи розв'язок задачі на рух формулою ($S = vt$) і підставляючи відповідні значення швидкості і часу, учні знаходять значення пройденого шляху.

Під час роботи над задачами на пропорційну залежність значну роль відіграють синтетичний та аналітичний способи розбору та розв'язування задач. Вони відображають зміст, позитивні та негативні моменти цих способів. Синтетичний спосіб більш доступний учням, але під час його використання можуть мати місце зайві спроби. Аналітичний спосіб дозволяє чіткіше планувати розв'язування задач. Учні зосереджують свою увагу на процесі міркування в загальному, а не на одній дії. Варто зауважити, що цей спосіб доволі громіздкий при розв'язування задач на три та більше дій.

Беручи до уваги вимогу поступового переходу від відомого до невідомого, від простого до складнішого, розв'язування задач на пропорційну залежність доцільно починати синтетичним способом [2]. Поступово можна включати у розв'язування складеної задачі окремі аналітичні прийоми. Використання аналітичного способу варто починати для задач на дві дії.

Розв'язуючи задачу самостійно, учні вибирають зручніший для них спосіб аналізу. Але, завжди треба враховувати числові дані і запитання задачі.

Аналітичний спосіб розв'язування використовується на практиці частіше, так як він дозволяє чіткіше скласти план розв'язання. Учні враховують при цьому не лише одну виконану дію, а весь процес розв'язання. При використанні синтетичного способу, вчитель мимоволі скеровує учнів на потрібний спосіб розв'язання, підштовхує їх до вибору дії. У такому процесі міркування від числових даних до запитання задачі можуть мати місце зайві спроби і дії [2].

Одним із визначальних елементів розумової діяльності учнів початкової школи є процес узагальнення. У процесі розв'язування сюжетних задач зустрічаються різні типи помилок узагальнення. Одні учні при виборі арифметичних

дій вважають, що одне певне слово обов'язково пов'язується з певною дію. Інші учні вважають, що при визначенні виду задачі найважливішим є певне твердження. Наприклад, ознайомлюючись із задачею, при знаходженні чисел за їх сумою і кратним відношенням школярам інколи достатньо прочитати такі слова в умові задачі, "у стільки раз більше", і вони вважають, що задачу можна віднести до певного виду [1; 5].

У таких випадках для правильних узагальнень варто показати на конкретних прикладах, що ознаки, які дуже змінюються, є важливими для розуміння певного поняття. Наприклад, можуть використовуватися прямокутники з різними значеннями відношення протилежних сторін або кратне відношення може бути в різних задачах, як типових, так і нетипових. І воно може набувати різного змісту залежно від того, з якими даними його зіставляють в умові задачі.

Учні засвоюють певне узагальнення, порівнюючи факти і явища, виявляючи при цьому подібні риси і відмінності.

У процесі вивчення початкового курсу математики учнів засвоїти доволі складні форми узагальнень. Їм доводиться помічати подібне у таких явищах, які зовні відрізняються одне від одного і при цьому помічати відмінність там, де чітко виражена подібність.

Значна кількість помилок учнів у процесі розв'язування сюжетних задач на пропорційну залежність викликана тим, що вони не вмюють узагальнювати і працюють за аналогією тоді, коли необхідно змінити спосіб дії. І, навпаки, не зауваживши подібного, не використовують відомі потрібні способи.

Часто породжує помилку і те, що учні не зауважують потребу суттєво змінити спосіб дії при використанні частки "на", "у" (у висловлюваннях "на скільки..." і "у скільки ... разів").

Під час розв'язування задач даного виду часто зустрічаються типові помилки. Наприклад, учні правильно розв'язують задачу на знаходження двох чисел за їх сумою і кратним відношенням. Але, у задачі на різницю і кратне відношення вони інколи не зауважують в умові істотної відмінності і неправильно використовують спосіб додавання частин.

Часто спостерігається у шкільній практиці і обернене явище: учні правильно розв'язують задачі "на частини", але допускають помилки у словесному формулюванні. Наприклад, умова містить словосполучення: "у стільки-то разів більше". Зміну формулювання "якщо дане число поділити на інше, то отримаємо..." окремі учні вважають важливою і не використовують у цьому випадку відомого способу розв'язання [1; 3].

У процесі дослідження ми систематично спостерігали за роботою учнів на уроках математики у початковій школі, розглянули й проаналізували розв'язання значної кількості задач як у класі, так і вдома, контрольних робіт.

Аналіз розв'язування експериментальних задач на пропорційну залежність школярами з різною успішністю показав різні рівні розуміння й особливості сприймання математичного матеріалу: високий, середній та низький.

Учні з високою успішністю можуть встановити відношення між даними й шуканими вели-

чинами вже тоді, коли читають умову, тобто під час первинного сприймання. Якщо задача їм відома, то вони абстрагувалися від конкретних деталей фабули, виділяли відповідні математичні слова, від-ношення і відразу знаходили спосіб розв'язання. Крім того, вони диференціювали запитання, значення поданих величин, помічали особливості відношень між ними.

Учні із середнім рівнем розуміння задач самостійно добирали для розв'язування числові дані, виражені словами. Помічали відсутність запитання у задачі, формулювали його, відтворювали певні правила, правильно розв'язували складені рівняння або вирази, легко читали схематичний запис, але виконували це повільно, припускалися незначних помилок і потребували допомоги вчителя.

Для учнів з низькою успішністю характерне неповне сприймання навіть конкретних числових даних. Вони не розуміли структури задачі, важко сприймали окремі частини задачі, величини та їх числові значення. Вони орієнтувалися лише на дві особливості таких задач: або брали до уваги числа, що стоять поряд (не зважали на фабулу і не звертали уваги на відсутність запитань в окремих задачах) або не усвідомлювали необхідності головного запитання, не розуміли математичної структури, відношень і залежностей між даними й шуканими. При цьому вони могли чітко уявляти предмети або явища, про які йшлося у задачі.

Аналіз зазначених індивідуальних особливостей сприймання і розуміння школярами понять, пов'язаних з пропорційною залежністю та розв'язування відповідного типу задач дають змогу зробити певні висновки.

Висновки і пропозиції. Завдання вчителя щодо ознайомлення із задачами на пропорційну залежність полягають в ознайомленні учнів початкової школи з величинами і зв'язками між ними та формуванні при цьому уявлень у школярів про функціональну залежність. Ефективність роботи над таким матеріалом залежить від ряду факторів. На нашу думку, можна виділити найважливіші: послідовність подання і розв'язування задач; рівень усвідомлення школярами умови задачі; способи аналізу задачі, методи пояснення і запису розв'язання задачі; рівень самостійності учнів під час роботи над задачею; організація роботи над помилками учнів.

Таким чином, успіхи до дітей прийдуть за умови, що вони щодня вправлятимуться в умовному позначенні різних словесних зв'язків між величинами, читатимуть їх і записуватимуть у вигляді математичних виразів. Короткі записи умови й запитання тут просто необхідні. Вони – переконливий показник уміння виділяти у тексті найсуттєвіше, найлаконічніше формулювати залежності, з яких очевидними стають і самі математичні вирази.

За навчальною програмою учні 3-4 класів мають навчитися розв'язувати задачі на пропорційну залежність. На нашу думку, запропоновану у діючих підручниках з математики для початкової школи кількість таких задач, слід збільшити та урізноманітнити за сюжетами, бо саме у процесі їх розв'язування школярі зустрічаються з різними відношеннями між величинами у реальному житті (з прямою та оберненою пропорційністю).

Список літератури:

1. Богданович М.В., Козак М.В., Король Я.А. Методика викладання математики в початкових класах : Навчальний посібник. 3-є вид., перероб. і доп. Тернопіль : Навч. книга. Богдан, 2006. 336 с.
2. Матіюшко І.С., Федотова Н.М. Теорія і методика розв'язування текстових задач з математики в початкових класах. Навчально-методичний посібник у двох частинах. Чернігів, 2003. 620 с.
3. Самарська Н.П., Судомка В.П. Розв'язування задач з пропорційними величинами. *Початкова школа*. 1990. № 8. С. 44–48.
4. Скворцова С. Розв'язування задач на пропорційне ділення. *Початкова школа*. 2003. № 2. С. 20–22.
5. Фурман А.В. Оптимізація розумового розвитку школярів: психологічний аспект. *Початкова школа*. 2004. № 9. С. 51–58.

References:

1. Bohdanovych, M.V., Kozak, M.V., & Koval, Ya.A. (1998). *Metodyka vykladannia matematyky v pochatkovykh klasakh [navch. pos.] [Methods of teaching mathematics in primary grades]*. Navch. knyha, 336 p.
2. Matiushko, I.S., & Fedotova, N.M. (2003). *Teoriia i metodyka rozviazuvannia tekstovykh zadach z matematyky v pochatkovykh klasakh [Theory and methodology for solving mathematics text tasks in primary grades]*. Navchalno-metodychnyi posibnyk u dvokh chastynakh, 620 p.
3. Samarska, N.P., & Sudomka, V.P. (1990). *Rozviazuvannia zadach z proportsiinymy velychynamy [Solution of problems with proportional values]*. *Pochatkova shkola*, vol. 8, pp. 44–48.
4. Skvortsova, S. (2003). *Rozviazuvannia zadach na proportsiine dilennia [Solving proportional division tasks]*. *Pochatkova shkola*, vol. 2, pp. 20–22.
5. Furman, A.V. (2004). *Optimizatsiia rozumovoho rozvytku shkolariv: psykholo-hichnyi aspekt [Optimization of pupils' mental development: psychological aspect]*. *Pochatkova shkola*, vol. 9, pp. 51–58.