

## ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРИВОДА С ОБЪЕМНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

Рамазанов С. К., Соколова Я. В., Азаренко Н. Г., Грешной Д. С.

Статья посвящена разработке достоверных математических моделей рабочих процессов, протекающих в приводах машиностроительного оборудования. В работе разработана математическая модель динамических характеристик силовой части автоматического электрогидравлического привода с объемным регулированием. Математическая модель может быть использована для оценки и выбора параметров элементов и устройств привода, прогнозировать его статические и динамические характеристики. Представлена структурная схема передачи управляющего сигнала. Получена передаточная функция привода для выходного сигнала угла поворота вала гидромотора по управляющему сигналу (углу наклона блока цилиндров или шайбы).

Стаття присвячена розробці достовірних математичних моделей робочих процесів, що протікають в приводах машинобудівного устаткування. В роботі розроблена математична модель динамічних характеристик силовій частини автоматичного електрогидравлічного приводу з об'ємним регулюванням. Математична модель може бути використана для оцінки і вибору параметрів елементів і пристроїв приводу, прогнозування його статичних та динамічних характеристик. Представлена структурна схема передачі керуючого сигналу. Отримана передавальна функція приводу для вихідного сигналу кута повороту вала гідромотора по керуючому сигналу (куту нахилу блоку циліндрів або шайби).

The article is devoted to the development of reliable mathematical models of business processes in engineering equipment drives. In this paper, a mathematical model of the dynamic characteristics of the power of automatic electro-hydraulic variable displacement is developed. The mathematical model can be used to evaluate and select options of elements and actuators, to predict its static and dynamic characteristics. The block diagram of the control signal is showed. A transfer function for the output drive shaft rotation angle signal to motor control signal (tilt cylinder or washer) is received.

Рамазанов С. К.

д-р техн. наук, д-р экон. наук, проф., ВНУ им. Даля

Соколова Я. В.

канд. техн. наук, доц., ВНУ им. Даля

Азаренко Н. Г.

[ya.v.sokolova@inbox.ru](mailto:ya.v.sokolova@inbox.ru)  
аспирант ВНУ им. Даля

Грешной Д. С.

аспирант ВНУ им. Даля

ВНУ им. Даля – Восточноукраинского национального университета имени Владимира Даля, г. Луганск.

УДК 621.646

Рамазанов С. К., Соколова Я. В., Азаренко Н. Г., Грешной Д. С.

## ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРИВОДА С ОБЪЕМНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

Качество изделий, получаемых при механической обработке, во многом зависит от возможности реализации оптимальных законов движения рабочих органов машиностроительного оборудования, точности регулирования их перемещений, стабильности заданных скоростей резания и деформаций в условиях переменной нагрузки. Достижение произвольной кинематики рабочего органа, возможности программной реализации оптимальных законов его движения обеспечивается применением автоматических гидравлических приводов и, в частности, автоматических электрогидравлических приводов (ЭГП) с объемным регулированием в оборудовании мощностью свыше 8 кВт. В этой связи актуальной является задача разработки достоверных математических моделей рабочих процессов, протекающих в приводах машиностроительного оборудования, позволяющие производить оценку и выбор параметров элементов и устройства привода, прогнозировать его статические и динамические характеристики.

Силовая часть электрогидравлического следящего привода (ЭГП) включает объемный насос с регулируемой подачей, вспомогательные устройства и исполнительный гидродвигатель объемного типа [1, 2]. Наибольшее применение в следящих гидроприводах получили аксиально-поршневые насосы, подача которых регулируется изменением угла наклона блока цилиндров или изменением угла наклона шайбы. В качестве исполнительных гидродвигателей обычно используют гидроцилиндры с линейным перемещением выходного звена, гидроцилиндры с поворотным движением выходного звена и аксиально-поршневые или радиально-поршневые гидромоторы. К вспомогательным устройствам относятся клапаны, фильтр, насос и бак системы подпитки рабочей жидкостью силовой части гидропривода.

Целью данной работы является разработка математической модели динамических характеристик силовой части автоматического электрогидравлического привода с объемным регулированием и получение передаточной функции привода по управляющему сигналу.

На рис. 1 приведена типовая принципиальная схема силовой части гидропривода с объемным регулированием, содержащая две аксиально-поршневые гидромашины: основной насос 2 и гидромотор 5. Вал насоса приводится во вращение от асинхронного электродвигателя 1. Подача насоса регулируется изменением угла наклона блока цилиндров (или угла наклона шайбы) с помощью механизма 3, которым может быть также гидроусилитель, состоящий из гидроцилиндра и золотника. Насос двумя трубопроводами 4 соединен с гидромотором. Вал гидромотора через редуктор 6 соединен с управляющим объектом 7. Для восполнения утечек рабочей жидкости служит вспомогательный насос (обычно шестеренный или пластинчатый) 13, приводимый во вращение от вала основного насоса. Если угол наклона блока цилиндров (угла наклона шайбы) основного насоса регулируется с помощью гидроусилителя, то вспомогательный насос используется также для питания гидроусилителя жидкостью под давлением. Давление в напорной магистрали вспомогательного насоса поддерживается переливным клапаном 10. Эта магистраль через два подпиточных клапана 9 подключена к трубопроводам, соединяющим основной насос и гидромотор. При падении давления в одном из трубопроводов ниже допустимого значения соответствующий подпиточный клапан открывается и пропускает жидкость под давлением из напорной магистрали вспомогательного насоса до тех пор, пока в трубопроводе не восстановится необходимый уровень давления. После этого подпиточный клапан под действием давления в трубопроводе закрывается. Подпиточные клапаны должны поддерживать в трубопроводе

такое минимальное давление, чтобы в основном насосе не возникла кавитация. Для этого устанавливается необходимое давление в напорной магистрали вспомогательного насоса путем регулирования натяжения пружины (давления срабатывания) переливного клапана 10.

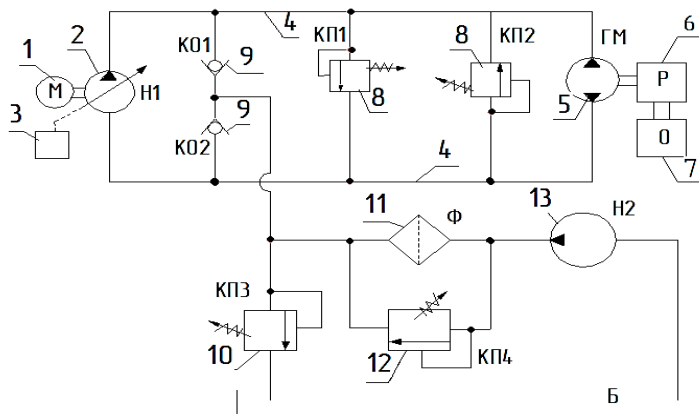


Рис. 1. Схема силовой части ЭГП с объемным регулированием

От возникновения чрезмерно высокого давления трубопроводы гидропривода защищены двумя предохранительными клапанами 8. При недопустимом повышении давления в одном из трубопроводов открывается соответствующий предохранительный клапан, пропускающий жидкость в другой трубопровод с низким давлением. В линии нагнетания вспомогательного насоса также имеется предохранительный клапан 12, который защищает насос от повышения давления при засорении фильтра 11.

Отметим обозначения гидромашин и гидроаппаратов на рис. 1. Здесь  $H1 - H2$  – насосы;  $ГМ$  – гидромотор;  $К01 - К02$  – клапаны обратные;  $КП1 - КП4$  – клапаны предохранительные;  $\Phi$  – фильтр.

Перед построением математического описания силовой части ЭГП с объемным регулированием, составим расчетную схему, учитывая следующие основные допущения:

1. Асинхронный электродвигатель 1 вращает вал насоса с угловой скоростью  $\Omega_n$ , величина которой не зависит мощности, развиваемой насосом.

2. При работе гидропривода давления в трубопроводах 4 не достигают значений, при которых открываются предохранительные клапаны 8.

3. Давление  $p_{nn}$  в магистрали перед подпиточными клапанами поддерживается постоянным.

4. Усилия, преодолеваемые гидромотором 5 при управлении объектом 7, могут быть представлены суммой моментов от действия приведенных к валу гидромотора инерционной нагрузки, позиционной нагрузки и гидравлического трения.

5. Трубопроводы будем принимать настолько короткими, чтобы можно было в них пренебрегать инерцией жидкости и потерями давления из-за сопротивления трения.

Расчетная схема представлена на рис. 2. На этой схеме стрелками показаны направления потоков жидкости в тот момент времени, когда давление  $p_1$  больше давления  $p_2$ .

При всех принятых выше допущениях получению линейной математической модели силовой части ЭГП с объемным регулированием препятствует одна существенно нелинейная характеристика, определяющая зависимость расходов подпитки  $Q_{nn1}$  и  $Q_{nn2}$  через подпиточные клапаны от давлений  $p_1$  и  $p_2$  в трубопроводах. Если уровень давления в трубопроводах оказывается ниже давления подпитки  $p_{nn}$  перед подпиточными клапанами, то при малых изменениях давлений можно применить соотношения:

$$Q_{nn1} = k_{кл} (p_{nn} - p_1); \quad (1)$$

$$Q_{nn2} = k_{кл} (p_{nn} - p_2); \quad (2)$$

где  $k_{кл}$  – проводимость подпиточного клапана [3, 4].

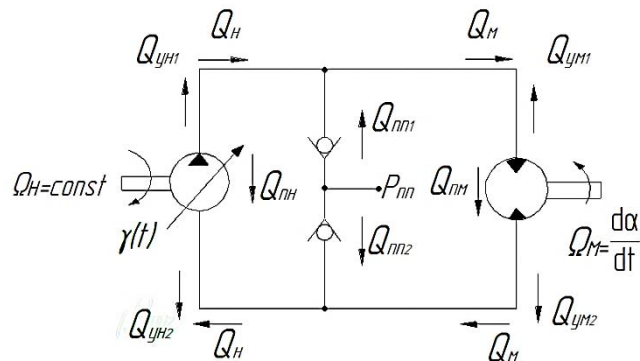


Рис. 2. Расчетная схема силовой части гидропривода

Если уровень давления в трубопроводах превышает давление подпитки  $p_{nn}$ , то

$$Q_{nn1} = Q_{nn2} = 0, \quad (3)$$

так как подпиточные клапаны закрыты под действием давления в трубопроводах.

При равновесном состоянии гидропривода, для которого ненагруженный вал гидромотора не вращается, уровень давления в трубопроводах вследствие утечек жидкости из насоса и гидромотора и конечного значения проводимости клапанов устанавливается ниже  $p_{nn}$ . При колебаниях в каждый трубопровод через определенный подпиточный клапан на одном полупериоде при низком давлении поступает количество жидкости, компенсирующее не только утечки, но и сжимаемость жидкости. На следующем полупериоде происходит сжатие большого объема жидкости в трубопроводе, что приводит к увеличению в нем давления. Поступление жидкости в гидропривод через подпиточные клапаны сопровождается повышением среднего за период колебания давления в трубопроводах или повышением уровня давления в них. Количество жидкости, поступившей в трубопроводы за период колебания, зависит от амплитуды колебания давлений  $p_1$  и  $p_2$ , поэтому средняя за период проводимость клапанов зависит от амплитуды колебаний давления в трубопроводах.

При исследовании динамики гидропривода с малыми отклонениями переменных от установившихся значений уровень давления в трубопроводах может быть принят ниже давления  $p_{nn}$ , поэтому допустимо использовать линейные соотношения (1, 2). При исследовании динамики гидропривода с большими изменениями переменных приходится учитывать нелинейность характеристики подпиточных клапанов.

Для момента времени, когда при малом отклонении блока цилиндров (или наклонной шайбы) от положения равновесия насос подает жидкость по трубопроводу с давлением  $p_1$  и всасывает жидкость из трубопровода с давлением  $p_2$ , уравнения расходов запишем, используя подход Попова Д. Н. [4], в виде:

– для трубопровода с давлением  $p_1$  расход насоса:

$$Q_H = Q_M + Q_{ПН} + Q_{ПМ} + Q_{УН1} + Q_{УМ1} + Q_{сж1} - Q_{nn1}; \quad (4)$$

– для трубопровода с давлением  $p_2$  расход насоса:

$$Q_H = Q_M + Q_{ПН} + Q_{ПМ} - Q_{УН2} - Q_{УМ2} - Q_{сж2} + Q_{nn2}. \quad (5)$$

В уравнениях (4) и (5) расходы  $Q_{сж1}$  и  $Q_{сж2}$  являются теми составляющими расхода, которые связаны с компенсацией сжимаемости жидкости. Остальные составляющие обозначены в соответствии с расчетной схемой (рис. 2). Для некоторого упрощения выражений, определяющих коэффициенты в последующих уравнениях, считаем насос и гидромотор гидромашинами одинакового типа, например аксиально-поршневыми, отличающиеся только тем, что у насоса регулируется угол наклона блока цилиндров (или шайбы) не регулируется. В этом случае можно принять:

$$Q_{nn} = Q_{nm} = Q_{nep};$$

$$Q_{ym1} = Q_{ym1} = Q_{ym1};$$

$$Q_{ym2} = Q_{ym2} = Q_{ym2}.$$

Учитывая эти соотношения, определим составляющие расхода насоса в виде:

$$Q_m = \frac{q_m}{2\pi} \Omega_m = \frac{q_m}{2\pi} \frac{d\alpha}{dt}; \quad (6)$$

$$Q_{nep} = k_{nep}(p_1 - p_2); \quad (7)$$

$$Q_{ym1} = k_{ym} p_1; \quad (8)$$

$$Q_{ym2} = k_{ym} p_2, \quad (9)$$

где  $q_m$  – рабочий объем гидромотора;  $\Omega_m$  – угловая скорость вала гидромотора;  $\alpha$  – угол поворота вала гидромотора;  $k_{nep}$  – проводимость щелей, по которым в насосе и гидромоторе происходит перетечка жидкости из полостей с высоким давлением в полости с низким давлением;  $k_{ym}$  – проводимость щелей, по которым происходит утечка жидкости из насоса и гидромотора.

Расходы  $Q_{nn1}$  и  $Q_{nn2}$  определяем по соотношениям (1) и (2), а расходы  $Q_{сж1}$  и  $Q_{сж2}$  в предположении абсолютно жестких стенок трубопроводов находим по следующим зависимостям [5]:

$$Q_{сж1} = \frac{W_0}{E_{ж}} \frac{dp_1}{dt}; \quad (10)$$

$$Q_{сж2} = \frac{W_0}{E_{ж}} \frac{dp_2}{dt}, \quad (11)$$

где  $W_0$  – внутренний объем трубопроводов с подключенными к нему объемами полостей насоса и гидромотора;

$E_{ж}$  – объемный модуль упругости рабочей жидкости.

Подставим составляющие расходов согласно соотношениям (1, 2, 6 – 11) в уравнения (4, 5). Затем сложим эти уравнения и преобразуем:

$$Q_m = \frac{q_m}{2\pi} \frac{d\alpha}{dt} + 2k_{nep} (p_1 - p_2) + k_{ym} (p_1 - p_2) + \frac{k_{кл}}{2} (p_1 - p_2) + \frac{W_0}{2E_{жс}} \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}. \quad (12)$$

Идеальную подачу насоса  $Q_n$  представим в виде зависимости от угла  $\gamma$  наклона блоков цилиндров или угла наклона шайбы насоса:

$$Q_n = \frac{q_n}{2\pi} \Omega_n, \quad (13)$$

где  $q_n$  – рабочий объем насоса.

Для аксиально-поршневого насоса:

$$q_n = F_n z_n D_n \operatorname{tg} \gamma, \quad (14)$$

где  $F_n$  – рабочая площадь одного поршня (плунжера) насоса;  $z_n$  – число поршней;  $D_n$  – диаметр окружности, на которой расположены оси поршней насоса.

Как видно, функция  $q_n(\gamma)$  является нелинейной. При малых отклонениях блока цилиндров (шайбы) насоса от нейтрального положения указанная функция может быть линеаризована и уравнение (14) записано в виде:

$$Q_n = k_{Q\gamma} \gamma, \quad (15)$$

где

$$k_{Q\gamma} = \frac{\partial Q_n}{\partial \gamma}.$$

Для аксиально-поршневого насоса:

$$k_{Q\gamma} = \frac{F_n z_n D_n \Omega_n}{2\pi}.$$

Применяя соотношение (15), приведем уравнение (12) к виду:

$$\frac{q_m}{2\pi k_{Q\gamma}} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{W_0}{2E_{жс} k_{Q\gamma}} \frac{dp_m}{dt} + \frac{k_{\Sigma}}{k_{Q\gamma}} p_m = \gamma, \quad (16)$$

где

$$k_{\Sigma} = k_{ym} + 2k_{nep} + \frac{k_{кл}}{2};$$

$$p_m = p_1 - p_2. \quad (17)$$

В уравнении (16), кроме входной величины  $\gamma$  и выходной  $\alpha$ , содержится изменяющийся во времени перепад давления  $p_m$ , который зависит от преодолеваемой гидромотором нагрузки. При действии инерционной нагрузки величина  $p_m$  определяется по крутящему моменту  $M_m$ , который входит в уравнение вращательного движения вала гидромотора:

$$M_M - M_{mp1} - M_{mp2} - M_{noz} = J \frac{d^2 \alpha}{dt^2}, \quad (18)$$

где  $J$  – момент инерции вращающихся с валом гидромотора частей (приведенный момент инерции нагрузки и ротора мотора). В дальнейшем данную величину будем называть приведенным моментом инерции гидромотора.

Крутящий момент для объемной гидромашины [6–8] определяется соотношением

$$M_M = \frac{q_M}{2\pi} p_M. \quad (19)$$

Момент трения  $M_{mp1}$  создается трением в гидромоторе. В общем случае трение в гидромоторе может быть смешанным. Для упрощения математической модели гидропривода будем учитывать только гидравлическое трение [9, 10], полагая

$$M_{mp1} = k_{mp1} \frac{d\alpha}{dt}, \quad (20)$$

где  $k_{mp1}$  вычисляется по наклону аппроксимирующей характеристики  $M_{mp1} = M_{mp1}(\Omega_M)$ .

Момент трения  $M_{mp2}$ , возникающий вследствие трения в нагрузке, представим аналогичной зависимостью

$$M_{mp2} = k_{mp2} \frac{d\alpha}{dt}. \quad (21)$$

Момент от действия позиционной нагрузки

$$M_{noz} = k_{noz} \alpha, \quad (22)$$

где  $k_{noz}$  – жесткость позиционной нагрузки.

Используя соотношения (19–22), из уравнения (18) получаем

$$\frac{2\pi J}{q_M} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{2\pi k_{mp}}{q_M} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{2\pi k_{noz}}{q_M} \alpha = p_M, \quad (23)$$

где  $k_{mp} = k_{mp1} + k_{mp2}$ .

Рассматривая совместно уравнения (16) и (23), находим:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi J W_0}{E_{жс} q_M k_{Q\gamma}} \frac{d^3 \alpha}{dt^3} + \left( \frac{\pi k_{mp} W_0}{E_{жс} q_M k_{Q\gamma}} + \frac{2\pi k_{\Sigma} J}{q_M k_{Q\gamma}} \right) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \\ & + \frac{q_M}{2\pi k_{Q\gamma}} \left( 1 + \frac{2\pi^2 k_{noz} W_0}{E_{жс} q_M^2} + \frac{4\pi^2 k_{\Sigma} k_{mp}}{q_M^2} \right) \frac{d\alpha}{dt} + \frac{2\pi k_{\Sigma} k_{noz}}{q_M k_{Q\gamma}} \alpha = \gamma. \end{aligned} \quad (24)$$

В реальных гидроприводах обычно:

$$1 + \frac{2\pi^2 k_{noz} W_0}{E_{жс} q_M^2} + \frac{4\pi^2 k_{\Sigma} k_{mp}}{q_M^2} \approx 1. \quad (25)$$

Поэтому, вместо (24) имеем:

$$\frac{\pi JW_0}{E_{жс} q_m k_{QY}} \frac{d^3 \alpha}{dt^3} + \left( \frac{\pi k_{mp} W_0}{E_{жс} q_m k_{QY}} + \frac{2\pi k_{\Sigma} J}{q_m k_{QY}} \right) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{q_m}{2\pi k_{QY}} \frac{d\alpha}{dt} = \gamma - \frac{2\pi k_{\Sigma} k_{ноз}}{q_m k_{QY}} \alpha. \quad (26)$$

Введем в рассмотрение следующие параметры:

– *постоянная времени гидропривода:*

$$T_{zn} = \frac{q_m}{2\pi k_{QY}}; \quad (27)$$

– *постоянная времени гидромотора:*

$$T_m = \sqrt{\frac{2\pi^2 JW_0}{q_m^2 E_{жс}}}; \quad (28)$$

– *коэффициент относительного демпфирования гидромотора:*

$$\zeta = \frac{\pi(2JE_{жс} k_{\Sigma} + k_{mp} W_0)}{\sqrt{2JW_0 E_{жс} q_m^2}}; \quad (29)$$

– *коэффициент собственной обратной связи:*

$$k_{coc} = \frac{2\pi k_{\Sigma} k_{ноз}}{q_m k_{QY}}. \quad (30)$$

Как видно из данного выражения, коэффициент собственной обратной связи силовой части гидропривода вызван совместным действием позиционной нагрузки и негерметичности гидромашин.

С учетом введенных параметров уравнение (26) преобразуем по Лапласу [11, 12] к виду:

$$T_{zn} s(T_m^2 s^2 + 2\zeta_m T_m s + 1) \alpha(s) = \gamma(s) - k_{coc} \alpha(s). \quad (31)$$

В случае отсутствия позиционной нагрузки (22), либо полной герметичности гидропривода, или при несущественном моменте от действия сил позиционной нагрузки и высокой герметичности гидромашин (что обычно имеет место на практике) коэффициентом собственной обратной связи можно пренебречь. Следует отметить, что данный коэффициент в случае его заметного влияния можно учесть во внешней обратной связи ЭПП.

Тогда выражение (31) примет вид:

$$T_{zn} s(T_m^2 s^2 + 2\zeta_m T_m s + 1) \alpha(s) = \gamma(s). \quad (32)$$

Согласно (32) структурная схема силовой части привода примет вид, представленный на рис. 3. Данная схема, по сути, отражает передачу управляющего сигнала – угла наклона блока цилиндров (или шайбы)  $\gamma$  – и воздействие его на выходной сигнал – угол поворота вала гидромотора  $\alpha$ .



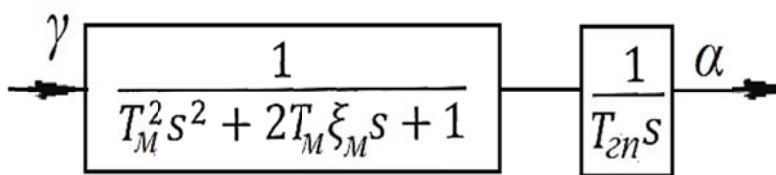


Рис. 3. Структурная схема передачи управляющего сигнала в силовой части ЭГП с объемным регулированием

В соответствии с (32) и рис. 3 имеем передаточную функцию привода для угла поворота вала гидромотора  $\alpha$  по углу наклона блока цилиндров (или шайбы)  $\gamma$ :

$$W_{\alpha\gamma}(s) = \frac{\alpha(s)}{\gamma(s)} = \frac{1}{T_{2n}s(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)}. \quad (33)$$

### ВЫВОДЫ

Таким образом, разработана математическая модель динамических характеристик силовой части автоматического электрогидравлического привода с объемным регулированием. Представлена структурная схема передачи управляющего сигнала. Получена передаточная функция привода для выходного сигнала угла поворота вала гидромотора по управляющему сигналу (углу наклона блока цилиндров или шайбы).

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гидравлика и гидропневмоприводы: учебное пособие / Андрийчук Н. Д. [и др.] Под общ. ред. Коваленко А. А. – Луганск : ВНУ им. В. Даля, 2008. – 320 с.
2. Мандрус В. І. Машинобудівна гідравліка. Задачі та приклади розрахунку. / В. І. Мандрус, Н. П. Лецій, В. М. Звягін. – Львів : Світ, 1995. – 264 с.
3. Навроцкий К. Л. Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов. / К. Л. Навроцкий. – М. : Машиностроение, 1991. – 384 с.
4. Попов Д. Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. / Д. Н. Попов. – М. : Машиностроение, 1987. – 464 с.
5. Попов Д. Н. Нестационарные гидромеханические процессы. / Д. Н. Попов. – М. : Машиностроение, 1982. – 240 с.
6. Богданович Л. Б. Гидравлические приводы: учебное пособие. / Л. Б. Богданович. – К. : Выща школа, 1980. – 232 с.
7. Свешников В. К. Станочные гидроприводы: справочник. / В. К. Свешников, А. А. Усов. – М. : Машиностроение, 1988. – 512 с.
8. Основы объемного гидравлического привода строительных и дорожных машин. / А. А. Коваленко и др. – Луганск : ДонГАСА, 1999. – 138 с.
9. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. / Л. Г. Лойцянский. – М. : Наука, 1987. – 840 с.
10. Коваленко А. А. Основы технической механики жидкостей и газов: учебное пособие. / А. А. Коваленко, В. И. Соколов, А. Х. Дымнич, П. Е. Уваров. – Луганск : ВУГУ, 1998. – 272 с.
11. Зайцев Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования: учебное пособие. / Г. Ф. Зайцев. – К. : Выща школа, 1989. – 431 с.
12. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы: учебное пособие. / Д. П. Ким. – М. : Физматлит, 2003. – 288 с.