

УДК 637: 637.5: 631.3

Ощипок І.М., д.т.н., професор ([Ihosh.ypok@gmail.com](mailto:Ihosh.ypok@gmail.com))<sup>©</sup>

Львівський національний університет ветеринарної медицини та біотехнологій імені С.З.Гжицького

## ОПИС ДИНАМІКИ РОБОТИ АВТОМАТИЗОВАНОЇ ЛІНІЇ ПЕРВИННОЇ ПЕРЕРОБКИ ЗАБІЙНИХ ТВАРИН НА ОСНОВІ УЗАГАЛЬНЕНИХ ПОТОКІВ ЕРЛАНГА

Розглянуто математичну модель процесу поступання худоби на переробку, на основі потоку Ерланга. Наведені номограми за якими знаходять безрозмірні коефіцієнти для швидкого розрахунку параметрів потоку за отриманими результатами експериментів. Розділення процесів поступання худоби на фази з різними інтенсивностями збільшує точність визначення показників якості функціонування автоматизованої лінії.

**Ключові слова:** переробка, тварини, модель, потік, номограма, інтенсивність, лінія.

Математичною моделлю процесу поступання тварин до технологічного обладнання автоматизованої потокової лінії, первинної переробки забійних тварин, [2,3] приймемо потік Ерланга, який буде характеризуватися інтенсивністю  $\mu$  і параметром впорядкованості  $k$ . Якщо відомі, наприклад, середній час обробки худоби на машині  $\bar{M}_t$ , і дисперсія цього часу  $\bar{D}_t$ , то

$$\mu = \frac{1}{\bar{M}_t} \quad (1)$$

$$k = \frac{\bar{M}_t^2}{\bar{D}_t} \quad (2)$$

Співвідношення (2) у загальному вигляді є дробовим числом ціла частина якого є більша або дорівнює одиниці. Заміна цього відношення цілочисельним параметром  $k$  при незмінному значенні середнього часу обробки худоби приводить до зменшення або збільшення дисперсії теоретичного розподілу залежно від того, в яку сторону заокруглено відношення (2). Аналогічна помилка виникає і тоді, коли визначений за результатами експерименту теоретичний розподіл замінюється іншим розподілом з іншим значенням параметра  $k$ .

Відносна зміна дисперсії розподілу Ерланга, проходить внаслідок зміни  $k_1$  на  $k_2 > k_1$  при незмінній інтенсивності  $\mu$  у відсотковому виразі дорівнює

$$\varepsilon = 100 \cdot \left( \frac{k_2 - k_1}{k_2} \right) \quad (3)$$

Номограма (рис. 1), розрахована за формулою (3), дозволяє графічно визначати величину  $\varepsilon$ . Кожна крива на цій номограмі відповідає деякому значенню параметра  $k_1$ . Відклавши на осі абсцис, значення параметра  $k_2$  і проводячи перпендикуляр до перетину з кривою, яка відповідає параметру  $k_1$  визначаємо  $\varepsilon$ . Так, якщо замінити розподіл Ерланга з параметром  $k_2 = 4$ , то при незмінній інтенсивності  $\mu$  дисперсія зменшиться відразу на 50%. У той же час заміна

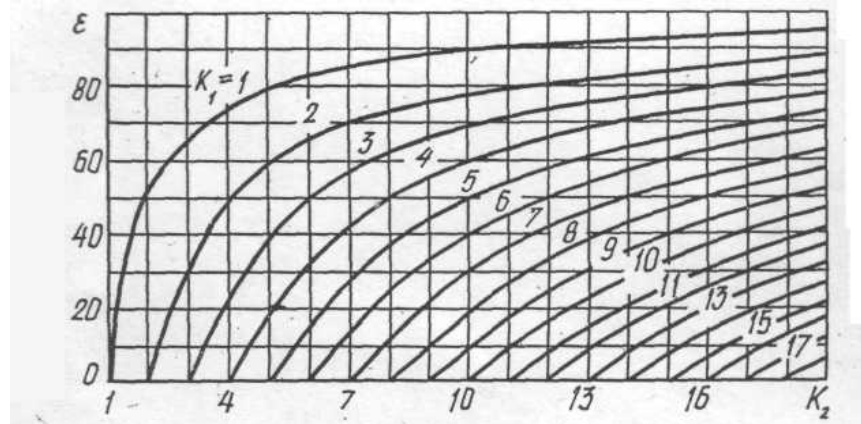


Рис. 1 Номограма для визначення величини відносної зміни дисперсії  $\varepsilon$  в проц., при заміні розподілу з параметром  $k_1$  на розподіл з параметром  $k_2$ . експоненціального розподілу ( $k_1 = 1$ ) на Ерланговське з параметрами  $k_2 = 50$  і  $k_2 = 100$  приведе до відносної зміни дисперсії відповідно на 98% і 99%. Звідси випливає, що Ерланговські розподіли з параметрами  $k_2 = 50$  і  $k_2 = 100$  однаковій інтенсивності  $\mu$  суттєво не відрізняються один від одного.

Таким чином, заміна розподілу Ерланга з параметром  $k_1$  розподілом з параметром  $k_2$  або розрахунок параметра  $k$  шляхом заокруглення відношення (2) приводить до значних помилок тоді, коли ці величини порівняно малі, особливо в діапазоні зміни цих параметрів від 1 до 5. З метою побудови більш точної моделі, позбавленої вказаних недоліків, визначимо композицію експоненціального розподілу з інтенсивністю  $\mu_1$ :

$$f_1(t) = \mu_1 e^{-\mu_1 t} \quad (4)$$

і розподіл Ерланга з інтенсивністю  $\mu_0$  і параметром  $k$  на одиницю меншим, ніж

$$\text{вихідний розподіл: } f_2^{(k-1)}(t) = \frac{\mu_0 (\mu_0 t)^{k-2} e^{-\mu_0 t}}{(k-2)!} \quad (5)$$

Згідно визначенню композиції [1], маємо

$$f^{[k(1)]}(t) = \frac{\mu_1 \mu_0^{k-1} e^{-\mu_0 t}}{(k-2)!} \int_0^t (t-x)^{k-2} e^{(\mu_0 - \mu_1)x} dx \quad (6)$$

де  $x$  – деяка змінна інтегрування.

Застосовуючи до (6) інтегрування по частинах, отримаємо

$$f^{[k(1)]}(t) = \mu_1 \mu_0^{k-1} \left[ \frac{e^{-\mu_1 t}}{(\mu_0 - \mu_1)^{k-1}} - e^{-\mu_0 t} \sum_{i=1}^{k-2} \frac{t^i}{i! (\mu_0 - \mu_1)^{k-i-1}} \right] \quad (7)$$

Розподіл (7) є одним з різновидів узагальнених розподілів Ерланга [1]. Математичне очікування  $M_t^{[k(1)]}$  і дисперсія  $D_t^{[k(1)]}$  розподілу (7) відповідно дорівнюють

$$M_t^{[k(1)]} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{k-1}{\mu_0} = \frac{\mu_0 + (k-1)\mu_1}{\mu_0 \mu_1} \quad (8)$$

$$D_t^{[k(1)]} = \frac{1}{\mu_1^2} + \frac{k-1}{\mu_0^2} = \frac{\mu_0^2 + (k-1)\mu_1^2}{\mu_0^2 \mu_1^2} \quad (9)$$

В якості першого наближення  $M_t^{[k(1)]}$  і  $D_t^{[k(1)]}$  можна взяти значення  $\overline{M}_t$  і  $\overline{D}_t$ , визначені за експериментальними даними. Параметр  $k$  приймаємо, виходячи з відношення (2), рівним найближчому більшому цілому числу. Визначимо  $\mu_0$  і  $\mu_1$  так, щоб при вибраному значенні параметра  $k$  дисперсія і математичне очікування були рівні експериментальним. Для цього замінимо у виразах (8) і (9)  $M_t^{[k(1)]}$  на  $\overline{M}_t$ , а  $D_t^{[k(1)]}$  на  $\overline{D}_t$  і розв'яжемо їх як систему відносно  $\mu_0$  і  $\mu_1$ . Отримаємо

$$\begin{cases} \mu_0 = \frac{(k-1)\overline{M}_t \pm \sqrt{(k-1)^2 \overline{M}_t^2 - k(k-1)(\overline{M}_t^2 - \overline{D}_t)}}{\overline{M}_t^2 - \overline{D}_t} \\ \mu_1 = \frac{\mu_0}{1 - k\mu_0 \overline{M}_t} \end{cases} \quad (10)$$

(11)

Поділимо чисельник і знаменник правої частини виразу (11) на  $\overline{M}_t^2$ , отримаємо

$$\mu_0 = \frac{\gamma}{\overline{M}_t} \quad (12)$$

$$\text{де } \gamma = \frac{(k-1) \pm \sqrt{(k-1)^2 - k(k-1)[1 - 1/(\overline{M}_t^2 / \overline{D}_t)]}}{1 - 1/(\overline{M}_t^2 / \overline{D}_t)} \quad (13)$$

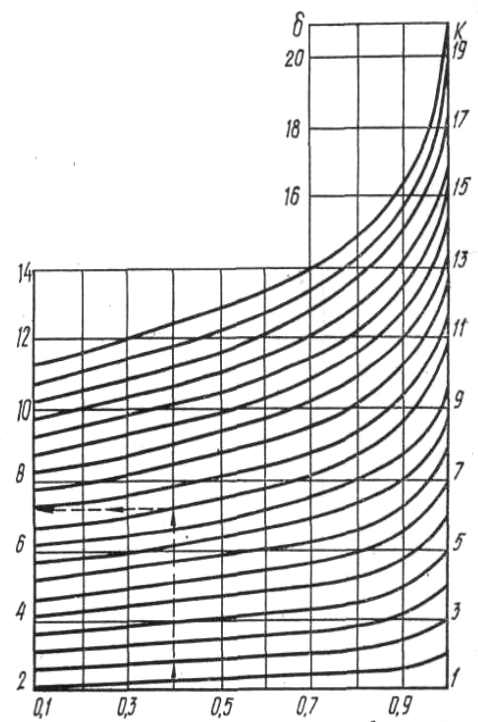
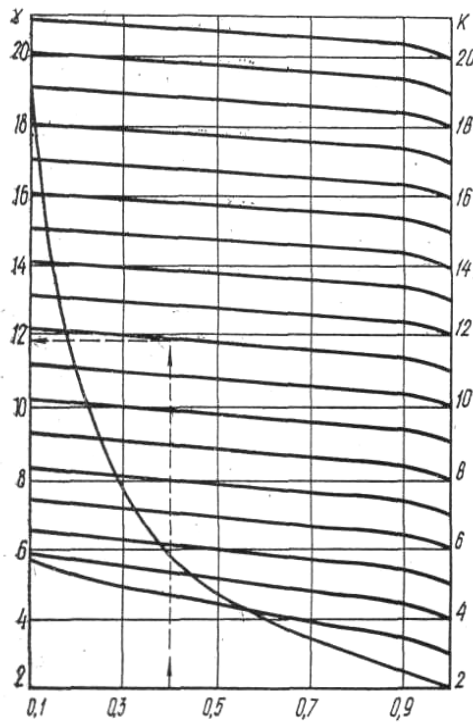
З урахуванням виразу (13) вираз (10) перепишемо у вигляді

$$\mu_1 = \frac{\delta}{\overline{M}_t} \quad (14)$$

$$\text{де } \delta = \frac{\gamma}{1 - k + \gamma} \quad (15)$$

Для швидкого розрахунку безрозмірних коефіцієнтів  $\gamma$  і  $\delta$  побудуємо

номограми(рис.2 і рис.3). Порядок визначення цих коефіцієнтів розглянемо на



Дробова частина відношення  $\frac{\overline{M_t^2}}{D_t}$

Дробова частина відношення  $\frac{\overline{M_t^2}}{D_t}$

Рис. 2. Номограма для визначення коефіцієнта  $\gamma$  в залежності від параметра упорядкованості  $k$  і дробової частини відношення квадрата середнього значення в

Рис. 3. Номограма для визначення коефіцієнта  $\delta$  параметра упорядкованості  $k$  і дробової частини відношення квадрата середнього значення в проміжку

проміжку часу до дисперсії  $\frac{\overline{M_t^2}}{D_t}$

часу до дисперсії  $\frac{\overline{M_t^2}}{D_t}$

прикладі. Нехай за експериментальними даними визначені  $\overline{M_t} = 52$  с і  $\overline{D_t} = 260$  с<sup>2</sup>. Тоді  $k = 10,4$ , а із розподілу (7) параметр  $k$  приймемо рівним 11. за номограмою (рис.2) при значенні дробової частини (2) рівним 0,4 на кривій, яка відповідає  $k = 11$ , визначаємо  $\gamma = 11,9$ . Аналогічно за номограмою (рис.3) визначаємо величину коефіцієнта  $\delta$ , який у даному випадку дорівнює 6,25. Тоді  $\mu_0 = 11,9 / 52 = 0,229$  с<sup>-1</sup>;  $\mu_1 = 6,25 / 52 = 0,120$  с<sup>-1</sup>. При такому виборі параметрів

розподілу (7) його математичне очікування і дисперсія, розраховані за формулами (8) і (9), дорівнюють визначеним за даними експериментів.

Таким чином, розділення процесів поступання худоби на переробку, на фази з різним інтенсивностями величини яких можна визначити за наведеними у статті викладками, збільшує точність показників якості функціонування автоматизованої лінії первинної переробки худоби.

#### Література

- 1.Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
- 2.Ощипок І. М. модель раціонального використання сировинних ресурсів м'ясних виробництв // Мясное дело. - №1. – 2007. – С.18-19.
- 3.Ощипок І. М. Мікропроцесорна система керування сортуванням забійних тварин і нагромаджувачі для відсортованих напівтуш. // Мясное дело. - №5. – 2007. – С.24-25.

#### Summary

**Oshchypok I.M. d.engen.s., professor**

*Lviv National University of Veterinary Medicine and Biotechnology  
named after S.Z. Gzhytskyi*

#### **DESCRIPTION OF DYNAMICS OF WORK OF THE AUTOMATED LINE OF PRIMARY PROCESSING OF FOR SLAUGHTER ZOONS IS ON BASIS OF THE GENERALIZED STREAMS OF ERLANGA**

*The mathematical model of process of receipt of cattle is considered on processing, on the basis of stream of Erlanga. The resulted nomograms after which find dimensionless coefficients for the rapid calculation of parameters of stream after the got results of experiments. Dividing of processes of receipt of cattle into phases with different intensities increases exactness of determination of indexes of quality of functioning of the automated line.*

**Keywords:** *processing, zoons, model, began to flow, nomogram, intensity, line.*

*Стаття надійшла до редакції 3.09.2010*