УДК 674.093 *Доц. Р.О. Козак, канд. техн. наук; доц. М.М. Копанський, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів*

ВИЗНАЧЕННЯ КРИТЕРІЮ ФУР'Є ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ РЕЖИМІВ ТЕПЛОВОГО ОБРОБЛЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ СОРТИМЕНТІВ

Проаналізовано номограми взаємозв'язку критерію Фур'є з безрозмірною координатою та безрозмірною температурою для циліндричних сортиментів, що побудовані різними авторами. Відзначено недоліки номограм для розрахунків часу прогрівання чурбаків. Визначено числові значення критерію Фур'є для розрахунку тривалості гідротермічного оброблення чурбаків у басейнах з теплою водою.

Ключові слова: критерій Фур'є, теплове оброблення, чурбак, лущений шпон.

Якість лущеного шпону значною мірою залежить від гідротермічного оброблення чурбаків у басейнах із теплою водою. Для цього встановлюють, відповідно до початкової температури чурбака і його діаметра, температуру води і час прогрівання. Ці показники є як технологічними, так і економічними параметрами. Вони визначають на скільки якісним отримаємо шпон із чурбаків і на скільки енергоємною є операція гідротермічного оброблення чурбаків. Зменшити енергоємність цієї операції і збільшити якісний вихід шпону можна шляхом точного визначення часу прогріву чурбаків.

Визначають час прогрівання чурбаків за відомою методикою процесу теплообміну деревини циліндричної форми за граничних умов першого роду класичної теорії теплопровідності [1] з формули безрозмірного критерію Фур'є:

$$F_o = \frac{a \cdot \tau}{R^2}, \tag{1}$$

де: a – коефіцієнт температуропровідності, м^2/с; τ – тривалість прогрівання, с; R – радіус чурбака, м, з якої

$$\tau = \frac{F_o \cdot R^2}{a}. \tag{2}$$

Знаходять критерій Фур'є за номограмами його взаємозв'язку з безрозмірною координатою x/R і безрозмірною температурою Θ, які визначають за формулами:

$$\frac{x}{R} = \frac{R-r}{R}, \tag{3}$$

$$\Theta = \frac{t_c - t}{t_c - t_o}, \tag{4}$$

де: R – радіус чурбака, м; r – відстань від центра чурбака до точки на його торці, що вказує на глибину прогрівання, м; t_c – температура середовища, °C; t – температура, до якої необхідно прогріти чурбак, °C; t_o – початкова температура чурбака, °C. Такі номограми представили Е.Г. Кротов [2], Д.М. Левін [3], Н.М. Кирилов [4, 5], Б.С. Чудінов [6-9].

За аналізом [1], номограма Е.Г. Кротова складна і громіздка. Номограма Д.М. Левіна компактніша, ніж Е.Г. Кротова, але не менш складна через накладання полів і перервність розв'язку. Варіант графічного розв'язку

Н.М. Кирилова компактний і зручний, але малопридатний через неточність. Номограма Мак-Ліна [10] придатна тільки для окремих умов теплового оброблення. Графічний розв'язок температурного поля Охнума [11] побудований за спрощеними рівняннями теплопровідності, тому не достатньо точний і також має обмежене використання. Аналогічні недоліки графічних розв'язків Маку [12], Тунеля [13], Флейшера [14] й ін.

Крім цих недоліків, графічне представлення унеможливлює здійснення розрахунків за допомогою комп'ютерної техніки. Відповідно, визначення часу прогріву чурбаків є неоперативним і наближеним. Для усунення цих недоліків необхідно отримати числові значення залежності $\Theta=f(x/R, F_o)$ з побудовою номограми, щоб переконатися в достовірності результатів та отримати табличні значення залежності критерію Фур'є від безрозмірних температури і координати, що дасть змогу комп'ютеризувати розрахунки.

Для розв'язання цього завдання використано методику процесу теплообміну деревини циліндричної форми за граничних умов першого роду класичної теорії теплопровідності. Згідно з цією методикою, час прогрівання визначають використовуючи диференційне рівняння теплопровідності для циліндра [1]:

$$\frac{dt}{d\tau} = a \cdot \left(\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dt}{dr} \right) \tag{5}$$

де: t – температура, до якої необхідно прогріти чурбак, °C; τ – тривалість прогрівання, с; a – коефіцієнт температуропровідності, м^2/с; r – відстань від центра чурбака до точки на його торці, що вказує на глибину прогрівання, м. Для розрахунку були прийняті такі умови: нагрівання відбувається тільки в зоні додатних температур, тобто t_o>0°C; початкові умови $t\,(r,0)=t_o$ і $t_c=const$.

Рівняння (5) розв'язується за допомогою циліндричних функцій Бесселя. Зокрема, використовуючи ряд із функціями Бесселя і визначаючи постійні коефіцієнти цього ряду, виходячи з початкових умов теплообміну, можна знайти розподіл температур у циліндрі з радіусом R для будь-якого моменту часу τ:

$$\Theta = 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_1(m_n) \cdot I_o\left(m_n \cdot r/R\right)}{m_n \cdot \left[I_1^2(m_n) + I_o^2(m_n) \right]} \cdot e^{-m_n^2 \cdot F_o}, \tag{6}$$

де: $I_o(m_n)$ і $I_1(m_n)$ – функції Бесселя відповідно нульового і першого порядку першого роду; m_n – корені функції Бесселя, при яких $I_o(m_n)$=0.

Взявши до уваги, що під час нагрівання чурбака виконуються граничні умови першого роду, тобто $\alpha \rightarrow \infty$ і $Bi \geq 70$, то рівняння (6) спроститься, тому що за цієї умови $I_o(m_n)$=0. Тоді рівняння (6) набуде такого вигляду:

$$\Theta = 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_o\left(m_n \cdot r/R\right)}{m_n \cdot I_1(m_n)} \cdot e^{-m_n^2 \cdot F_o}. \tag{7}$$

Сходження ряду збільшується зі збільшенням критерію Фур'є [1]. Н.М. Кирилов [4, 5] і інші автори рекомендують обмежуватися тільки першим членом ряду рівняння (7). Для отримання достатньо точних розв'язків за рівнянням (7) Б.С. Чудінов вважає, що достатньо брати перші 4-5 членів ряду при F_o<0,05, перші 3 члени – при F_o=0,05…0,10, перші 2 члени ряду – при F_o=0,10…0,20 і при F_o>0,20 достатньо одного першого члена ряду [1].

Для отримання розв'язків рівняння (7) було використано 10 членів ряду. Значення коренів функції Бесселя, при яких $I_o\left(m_n\right)$=0, були отримані шляхом розв'язку рівняння:

$$I_p\left(m_n\right)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^k}{k!\left(p+k\right)!}\cdot\left(\frac{m_n}{2}\right)^{p+2\cdot k}, \qquad (8)$$

де p – порядок функції 1 роду (табл. 1).

Табл. 1. Значення коренів функції Бесселя, при яких $I_o\left(m_n\right)$=0

n	m_n	m_n^2	n	m_n	m_n^2
1	2,40	5,78	6	18,07	326,56
2	5,52	30,47	7	21,21	449,93
3	8,65	74,89	8	24,35	593,04
4	11,79	139,04	9	27,49	755,89
5	14,93	222,93	10	30,63	938,47

За отриманими розв'язками рівняння (7) побудовано номограму залежності безрозмірної температури від критерію Фур'є і безрозмірної координати, яку наведено на рис.

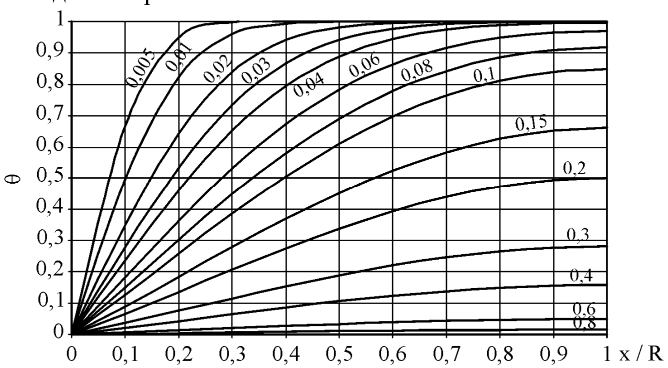

Рис. Номограма для розрахунку температурного поля в необмеженому циліндрі

Ця номограма має такий самий характер кривих, як і аналогічна номограма, що наведена в літературі [15]. Використовуючи математично розраховані значення номограми Θ=f (x/R, F_o), отримано табличні значення залежності критерію Фур'є від безрозмірних температури і координати, які наведені в табл. 2.

Отримані значення критерію Фур'є дають змогу комп'ютеризувати розрахунки тривалості теплового оброблення чурбаків, значно підвищити точність цих розрахунків, порівняно з визначеними за номограмами, а в підсумку – зменшити кількість браку під час теплового оброблення чурбаків та підвищити якість виготовленого з них шпону.

Табл. 2. Значення критерію Фур'є для безрозмірних температури і координати

Θ \ x/R	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,01	0,52537	0,65007	0,72259	0,77234	0,80852	0,83520	0,85451	0,86764	0,87528	0,87779
0,02	0,40552	0,53022	0,60274	0,65249	0,68867	0,71535	0,73466	0,74778	0,75542	0,75793
0,03	0,33544	0,46011	0,53263	0,58237	0,61855	0,64524	0,66454	0,67767	0,68531	0,68782
0,04	0,28580	0,41037	0,48288	0,53263	0,56881	0,59549	0,61480	0,62793	0,63557	0,63808
0,05	0,24744	0,37179	0,44430	0,49404	0,53023	0,55691	0,57621	0,58934	0,59698	0,59949
0,06	0,21634	0,34028	0,41278	0,46252	0,49870	0,52538	0,54469	0,55782	0,56546	0,56797
0,07	0,19039	0,31366	0,38612	0,43586	0,47204	0,49873	0,51803	0,53116	0,53880	0,54131
0,08	0,16838	0,29062	0,36304	0,41278	0,44895	0,47564	0,49494	0,50807	0,51571	0,51822
0,09	0,14953	0,27032	0,34268	0,39241	0,42859	0,45527	0,47458	0,48771	0,49534	0,49785
0,1	0,13330	0,25221	0,32448	0,37420	0,41037	0,43705	0,45636	0,46949	0,47713	0,47964
0,2	0,05177	0,13695	0,20530	0,25447	0,29054	0,31719	0,33649	0,34962	0,35726	0,35976
0,3	0,02624	0,08096	0,13818	0,18498	0,22053	0,24705	0,26631	0,27943	0,28707	0,28958
0,4	0,01536	0,05135	0,09526	0,13695	0,17108	0,19722	0,21638	0,22947	0,23711	0,23961
0,5	0,00974	0,03425	0,06695	0,10173	0,13314	0,15844	0,17736	0,19039	0,19802	0,20052
0,6	0,00646	0,02350	0,04763	0,07533	0,10278	0,12654	0,14498	0,15788	0,16548	0,16799
0,7	0,00437	0,01627	0,03386	0,05515	0,07785	0,09918	0,11673	0,12939	0,13695	0,13945
0,8	0,00293	0,01105	0,02349	0,03918	0,05683	0,07475	0,09074	0,10292	0,11038	0,11288
0,9	0,00188	0,00693	0,01501	0,02555	0,03796	0,05142	0,06464	0,07572	0,08295	0,08543
1,0	0,00109	0,00235	0,00393	0,00532	0,00693	0,00835	0,00976	0,01134	0,01284	0,01405

Література

1. Чудинов Б.С. Теория тепловой обработки древесины / Б.С. Чудинов. – М. : Изд-во "Наука", 1968. – 256 с.
2. Кротов Е.Г. Фанерное производство / Е.Г. Кротов. – М.-Л. : Гос. лесотех. изд-во "Наука", 1947. – 576 с.
3. Левин Д.М. Тепловой расчет бассейнов / Д.М. Левин // Сборник трудов СибЛТИ. – М. : Гослестехиздат, 1941. – С. –127-136.
4. Кириллов Н.М. Основы графоаналитических методов расчета режимов термической обработки древесины : учебн. пособ. / Н.М. Кириллов. – Л. : Изд-во ВЗЛТИ, 1956. – 84 с.
5. Кириллов Н.М. Расчет процессов тепловой обработки древесины при интенсивном теплообмене / Н.М. Кириллов. – М. : Гослесбумиздат, 1959. – 88 с.
6. Чудинов Б.С. Исследование тепловых процессов нагрева древесины : дис…. канд. техн. наук / Б.С. Чудинов; ЛТА им. С.М. Кирова. – Л., 1951. – 212 с.
7. Чудинов Б.С. Графическое решение некоторых задач нагрева древесины / Б.С. Чудинов. – Л. : Изд-во Гослесбумиздат, ЛТА. – № 71, 1953. – 326 с.
8. Чудинов Б.С. Номограмма для расчета времени нагрева чураков / Б.С. Чудинов // Деревообрабатывающая и лесохимическая промышленность. – 1953. – № 10.
9. Tschudinow B.S. Nomogramm für die Ermittlung der zur Anwärmung von Holzstämmen erforderlichen Zeit / B.S. Tschudinow // Holz als Roh- und Werkstoff. – 1956. – № 11. – Pp. 14-15.
10. Kollmann F. Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe, Bd. I. Berlin, Göttingen, Heidelberg, Springer-Verlag. J.F. Bergman / München, 1951. –134 p.
11. Ohnuma K., Method for calculation of temperature in wood during the heating period. – Bull. Forest Exper. Stat., Meguro, Tokyo, Japan, 1959. – № 111. – Pp. 214-216.
12. Maku T. Heat conduction in wood. 1. Solutions of some examples important in practice. 2. Interior temperature of plate when heated with hot steel plates. – Wood Res, Kyoto, Japan, 1949. – № 3. – Pp. 244-246.
13. Thunell B. Beräkning av temperaturfördelningen i skivor och cylindrar av trä då fortvarighetstillstånd icke råder. – Med. Svenska Träforskn – Inst. (Trätekn. Avd.), 1947. – № 14.
14. Fleischer H.O. Heating veneer logs / H.O. Fleischer // Wood (USA) –1948. – March.
15. Серговский П.С. Гидротермическая обработка и консервирование древесины : учебник [для студ. ВУЗов] / П.С. Серговский, А.И. Расев. – Изд. 4-ое, [перераб. и доп.]. – М. : Изд-во "Лесн. пром-сть", 1987. – 360 с.

Козак Р.О., Копанский М.М. **Определение критерия Фурье для расчетов режимов тепловой обработки цилиндрических сортиментов**

Проанализированы номограммы взаимосвязи критерия Фурье с безразмерной координатой и безразмерной температурой для цилиндрических сортиментов разных авторов. Отмечены недостатки номограмм для расчетов времени прогрева чурбанов. Определены числовые значения критерия Фурье для расчета продолжительности гидротермической обработки чураков в бассейнах с теплой водой.

Ключевые слова: критерий Фурье, тепловая обработка, чурбан, лущеный шпон.

Kozak R.O., Kopansky M.M. **Determination of Fure's criterion for the calculations of the thermal treatment regimes for cylinder wood raw materials**

Furier nomograms interconnection with the dimensionless coordinate and dimensionless temperature for cylindrical wood blocks of different authors are analyzed. Disadvantages of nomograms for the calculation heating time of wood blocks are pointed. Numeral values of Furier criterion for the calculations of processing duration of wood blocks in pools with warm water determined.

Keywords: Furier criterion, thermal treatment, block of wood, rotary-cut veneer.

УДК 330.4:519.86

Аспір. Н.М. Коркуна; проф. Г.Г. Цегелик, д-р фіз.-мат. наук – Львівський НУ ім. Івана Франка

ДВОКРИТЕРІАЛЬНА ЗАДАЧА ПЛАНУВАННЯ ВИРОБНИЦТВА, ЯКА ЗАБЕЗПЕЧУЄ МАКСИМАЛЬНЕ ПОДАТКОВЕ ВІДРАХУВАННЯ

Побудовано двокритеріальну оптимізаційну модель задачі планування виробництва, в якій за критерії оптимальності прийнято прибуток підприємства і податкові надходження від акцизного збору реалізованої продукції. Для розв'язання цієї задачі пропонуємо використати метод ідеальної точки, який приводить до задачі квадратичного програмування з лінійними обмеженнями. Наведено приклад розв'язування описаної задачі.

Ключові слова: бюджетно-податкове регулювання, математична модель, оптимізаційна модель, двокритеріальна задача.

Постановка проблеми. У формуванні стратегії економічного зростання кожної держави важлива роль відводиться податковій системі. Податкам належить основна роль у забезпеченні виконання державою функцій щодо регулювання економічних процесів, зокрема механізму державного регулювання ринкової економіки, одним із складників якого є бюджетно-податкове регулювання. Фіскальна функція оподаткування пов'язана з фінансуванням потреб держави, економічна – з впливом податків на економічне зростання, розподіл доходів, що визначає виробничу активність виробників. Ще Адам Сміт запропонував вимоги до системи оподаткування : справедливість, прозорість, гнучкість, ефективність збирання податків. Однак виконання цих вимог далеко не завжди дотримуються.

Одним із найбільш спірних моментів в оподаткуванні є справедливість системи оподаткування. А це, передусім, визначається станом етичних, моральних і економічних сторін суспільства. Можна стверджувати, що виконання цих умов певною мірою не дотримується в жодній країні світу. У нашій країні ці показники досягли критичної позначки. Насамперед це пов'язано з повною або частковою несплатою податків юридичними особами. Можна з очевидністю стверджувати, що масштаби тіньової економіки в цьому напрямку з кожним роком зростають.

Велике значення для вирішення проблем в оподаткуванні мають математичні методи та методологія їхнього застосування при дослідженні такого об'єкта в економіці, як система оподаткування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Актуальною задачею для України є пошук власної концепції оподаткування, яка б відповідала особливостям реального стану економіки, оскільки сліпе копіювання форм і методів податкової політики, що склалися у світовій практиці, не тільки не привели до бажаних результатів, але й посилили розбіжності та непорозуміння між державою і підприємництвом. Проблеми становлення підприємництва у трансформаційній економіці України, особливо їх податковий аспект, досліджено у роботах сучасних українських та російських економістів, серед яких варто відзначити В. Андрущенка, Є. Балацького, П. Буряка, О. Василика, В. Вишневського, В. Гейця, А. Гриценка, А. Даниленка, Г. Задорожного, Г. Клейнера, І. Крючкову, С. Лондара, О. Луніну, Ю. Ляшенка, П. Мельника, В. Міщенка, С. Науменкову, Н. Приходько, А. Соколовську, А. Соколова, А. Сморгонського, Д. Малигіна, С. Мовшовича, Т. Михайлову, В. Фролова, І. Чугунова, Л. Шаблисту, С. Юрія, В. Юринця та ін. [1-5]. Разом з тим, є чимало задач, пов'язаних з оподаткуванням, вирішення яких не може обійтися без використання математичних методів. Одну з таких задач розглянуто у цій роботі.

Мета і завдання роботи. Метою цього дослідження є побудова двокритеріальної оптимізаційної моделі задачі планування виробництва, в якій за критерії оптимальності прийнято прибуток підприємства та відповідний йому акцизний збір від реалізованої продукції. Така задача може бути актуальною у разі планування виробництва виготовлення продукції підприємством з державною формою власності, коли держава зацікавлена в одержанні певного прибутку на підприємстві і отриманні певних надходжень до державного бюджету з податку акцизного збору. Поставлена мета зумовила необхідність вирішення завдання вибору методики розв'язання отриманої математичної моделі задачі.

Виклад основного матеріалу. Застосування методів математичного моделювання для дослідження об'єктів і процесів дає змогу істотно скоротити час, протягом якого можуть бути отримані результати, порівняно з фізичним моделюванням, оскільки процеси аналізу ведуться в іншому часовому масштабі. І масштаб цей визначається швидкодією засобів обчислювальної техніки. Окрім цього, математичне моделювання не вимагає економічних витрат на проведення експериментальних досліджень на реально існуючому об'єкті. В економіці це особливо важливо, тому що фізичний експеримент, наприклад на системі оподаткування країни, хоча б на інтервалі в один рік, може призвести до значних витрат. Подібних експериментів в Україні "проведено" більш ніж достатньо.

Розглянемо таку двокритеріальну задачу. Припустимо, що фірма, використовуючи наявні ресурси, має змогу виробляти продукцію декількох видів. Відомо, скільки одиниць кожного ресурсу використовується для виробництва одиниці кожного виду продукції, запас кожного ресурсу, прибуток від реалізації одиниці виробленої продукції кожного виду, а також акцизний збір