

ВИЗНАЧЕННЯ ПРОФІЛЮ ШВИДКОСТІ ТЕЧІЇ НЕ НЬЮТОНІВСЬКОЇ РІДИНИ У ПЕРЕХІДНОМУ РЕЖИМІ ПОБЛИЗУ ТВЕРДОЇ ГРАНИЦІ

Запропоновано методику визначення профілю швидкості ступеневі рідини на підставі використання моделі перехідної течії, яка оснований на загальних уявленнях про стабілізацію вхідних профілів швидкості течії на ламінарній та турбулентній ділянках. Представлена методика дає змогу обчислювати гідравлічні опори, зміни тиску вздовж осі труби або каналу, а також створює необхідне підґрунтя для визначення у наявному вигляді коефіцієнтів тепловіддачі на ламінарних ділянках перехідної течії. Отримана модель дає змогу побудувати стандартні приграничні шари, тому може бути використана для вивчення тепломасообмінних процесів у перехідному гідродинамічному режимі течії неньютонівської рідини.

Ключові слова: ламінарна, турбулентна ділянки, не ньютонівські рідини, тепловіддача, профіль швидкості, перехідний режим, течія, гідравліка, в'язкий підшарок.

Вступ. Дотепер виготовлення значної частини продукції на вітчизняних виробництвах супроводжується підвищеними витратами енергоресурсів, вартість яких останнім часом має стійку тенденцію до зростання. У цих умовах розроблення та оптимізація різноманітного технологічного обладнання з підвищеним енергозбереженням є одним з пріоритетних напрямків економіки України. Основні процеси хімічної, харчової та переробної промисловості пов'язані з рухом складних дисперсних систем, більшість з яких є не ньютонівськими рідинами. Знання структури та режимів течії відіграє важливу роль в організації технологічних процесів і дає змогу впливати на їх енергоефективність шляхом встановлення раціональних значень гідродинамічних, теплових масообмінних та інших показників.

Основний матеріал. В інженерній практиці при організації теплообміну важливим завданням є вміння обчислювати коефіцієнти тепловіддачі і визначати густину теплового потоку з 1 м² площі поверхні стінки [1]. Тепловіддача визначається коефіцієнтом тепловіддачі, що залежить від чисел Re та Pr. Як у ламінарному та турбулентному режимах, так і в перехідному, тепловіддача від стінки залежить від зміни швидкості течії поблизу стінки [2, 3].

Оскільки тепловий приграничний шар за великих значень числа Re тонший, ніж гідродинамічний, при ламінарній тепловіддачі значення має тільки перша похідна зі зміною швидкості рідини біля стінки [4]. Крім цього, оскільки ламінарна тепловіддача визначається відносною швидкістю стінки і рідини, то і профіль температури біля стінки залежить від відстані до стінки. При розрахунку коефіцієнта тепловіддачі вважається, що профіль швидкості в трубі або каналі є стабілізованим (профіль Пуазейля). У перехідній течії на ламінарній ділянці (так само як і на турбулентній) профіль, який вважається стабілізованим, має залежність від поздовжньої координати x вздовж осі труби або каналу і визначається пуазейлевським та універсальним логарифмічним профілями. При об-

численні коефіцієнта тепловіддачі рівняння переносу температури біля стінки в наближенні теплового приграничного шару має такий вигляд:

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad \chi \equiv \frac{\lambda}{\rho c_p}, \quad (1)$$

де: v_x , v_y – дотична і нормальна складові вектора швидкості, м/с; χ – коефіцієнт температуропровідності рідини, м²/с.

Вважаючи течію у ламінарній ділянці чисто поздовжньою, рівняння (1) можна вирішити, якщо задати вигляд компоненти швидкості $v_x(y)$. Відповідно до формулам для профілів Пуазейля та універсального логарифмічного профілю, необхідно використовувати такі вираження:

$$v_i^\infty \approx \frac{v_{i \max}}{d} y, \quad v_{i \max} \approx v^* \ln \frac{v^* y}{0,4 \mu \rho}. \quad (2)$$

Вираз для турбулентного профілю швидкості має такий вигляд:

$$v_i^\infty \approx \frac{k_{Pr} (v^*)^2}{\mu / \rho} y. \quad (3)$$

Якщо товщина теплового приграничного шару є меншою від товщини в'язкого підшарку турбулентного стабілізованого профілю, то варто використовувати як $v_x(y)$ суму такого вигляду:

$$v_x(y) = \frac{v_{i \max}}{d} y \cdot f_1(e_i) + \frac{k_{Pr} (v^*)^2}{\mu / \rho} y \cdot f_2(e_i). \quad (4)$$

Функції $f_1(e_i)$ та $f_2(e_i)$ визначаються за допомогою формул:

$$\begin{aligned} v_0 \rightarrow v_1 &= v_0 a^{-\Delta_i/L_i} + v_i^\infty \cdot (1 - e^{-\Delta_i/L_i}), \\ v_1 \rightarrow v_0 &= v_1 a^{-\Delta_i/L_i} + v_i^\infty \cdot (1 - e^{-\Delta_i/L_i}). \end{aligned} \quad (5)$$

Якщо товщина теплового приграничного шару є більшою від товщини в'язкого підшарку турбулентного стабілізованого профілю, то варто використовувати логарифмічний профіль, в якому функцію логарифма апроксимують ступеневим вираженням, як це прийнято в інженерній практиці. З урахуванням цього зауваження для $v_x(y)$ отримаємо такий вираз:

$$v_x(y) = \frac{v_{i \max}}{d} y \cdot f_1(e_i) + v^* \cdot m \left(\frac{v^* y}{k_{Pr} (\mu / \rho)} \right)^n f_2(e_i), \quad (6)$$

де m і n – постійні.

Функції $f_1(x)$ і $f_2(x)$ можуть бути знайдені за допомогою формул (5). Опускаючи ряд простих перетворень для $f_1(e_i)$ і $f_2(e_i)$, можна прийти до таких виражень:

$$f_1(x) = 1 - e_t(x) \cdot \frac{1 - e_t(x)}{1 - e_t(x)e_t(x)},$$

$$f_2(x) = e_t(x) \cdot \frac{1 - e_t(x)}{1 - e_t(x)e_t(x)}, \quad (7)$$

$$e_l(x) = \exp^{-x/L}, \quad e_t(x) = \exp^{-x/L}.$$

На турбулентній ділянці течії вид швидкості $v_x(y)$ збігається з формулою визначення довжини стабілізації:

$$L^* = \left\{ \frac{(1 + \beta_0)2h}{(2h)^{1/6} 2\beta_0} \cdot \left[(1 + \beta_0)^{1/6} - 1 \right]^5 \frac{c_0 \dot{V}^{1/6}}{\xi e_0 v^{1/6}} \right\}^{6/5} \quad (8)$$

Звідси функції $f_1(e_t)$ і $f_2(e_t)$ набувають вигляду:

$$f_1(x) = e_t(x) \cdot \frac{1 - e_t(x)}{1 - e_t(x)e_t(x)}, \quad (9)$$

$$f_2(x) = 1 - e_t(x) \cdot \frac{1 - e_t(x)}{1 - e_t(x)e_t(x)}.$$

Рівняння (1) потрібно розв'язати для ламінарної ділянки з компонентою швидкості v_x вигляду (4) або (6). Рішення рівняння (1) з профілем v_x вигляду (6) на сьогодні є невідомим, тому взявши до уваги, що в (6) показник ступеня n є значно меншим від одиниці, для випадку, коли тепловий приграничний шар є набагато більшим від в'язкого підшару турбулентного приграничного шару, можна замінити степеневу залежність на лінійну, у межах теплового приграничного шару виду: $y^n \approx \delta^{n-1}$. У цьому випадку рівняння (1) розв'язується за допомогою автомоделної змінної [5].

Опускаючи нескладні перетворення і використовуючи визначення теплового приграничного шару δ через щільність теплового потоку \dot{q} , для величини $\delta(x)$ виходить такий вираз:

$$\delta(x) = \frac{3}{2} \left(\frac{\chi}{\mu / \rho} \right)^{1/3} \cdot \frac{\mu}{\rho} \int_0^x \frac{dx}{F(x)}, \quad (10)$$

якщо тепловий приграничний шар є тонший, ніж в'язкий підшарок:

$$F(x) = \frac{v_{l\max}}{d} e_t(x) \cdot \frac{1 - e_t(x)}{1 - e_t(x)e_t(x)} + \frac{k_{Pr} v^{*2}}{(\mu / \rho)} \cdot \left[1 - e_t(x) \frac{1 - e_t(x)}{1 - e_t(x)e_t(x)} \right], \quad (11)$$

якщо тепловий приграничний шар є товстіший, ніж в'язкий підшарок:

$$F(x) = \frac{v_{l\max}}{d} e_t(x) \cdot \frac{1 - e_t(x)}{1 - e_t(x)e_t(x)} + m \left(\frac{v^{*2}}{k_{Pr} (\mu / \rho)} \right)^n \cdot \delta^{n-1} \left[1 - e_t(x) \frac{1 - e_t(x)}{1 - e_t(x)e_t(x)} \right] \quad (12)$$

Вираз (10) становить собою досить складну функцію від числа Re тому, що в $F(x)$ входить це число через величини Δ_l , Δ_t , L_l , L_t .

Висновки. Підводячи підсумки, варто зазначити, що в запропонованій статті на інженерному рівні розвинута модель перехідної течії рідини, яка оснований на загальних уявленнях про стабілізацію вхідних профілів швидкості течії в трубах та каналах. Отримана модель містить цілу низку характеристик течії, які виражаються через два параметри – довжини ламінарної та турбулентної ділянок перемежованої течії, для яких сформульована гіпотеза про їх зв'язок з числом Рейнольдса. Представлена модель дає змогу обчислювати гідравлічні опори, зміни тиску вздовж осі труби або каналу, а також створює необхідне підґрунтя для визначення у наявному вигляді коефіцієнтів тепловіддачі на ламінарних ділянках перехідної течії неньютонівських матеріалів.

Література

1. Процессы и аппараты химической технологии. Явления переноса, макрокинетика, подоби, моделирование, проектирование. – В 5-ти т. – Т. 2. Механические и гидромеханические процессы / Д.А. Баранов, В.Н. Блиничев, А.В. Вязьмин и др. / под ред. А.М. Кутепова. – 2002. – 599 с.
2. Ляхтер В.М. Гидравлическое моделирование / В.М. Ляхтер, А.М. Прудковский. – М. : Изд-во "Энергоатомиздат", 1994. – 392 с.
3. Білецький Е.В. Модель перехідної течії рідини в трубі / Е.В. Білецький, Ю.А. Толчинський // Обладнання та технології харчових виробництв : зб. наук. праць. – Донецьк : Вид-во ДонНУЕТ, 2012. – № 28. – С. 98-107.
4. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах : пер. с англ. Е.В. Калабина / С.В. Патанкар; под ред. Г.Г. Янькова. – М. : Изд-во МЭИ, 2003. – 312 с.
5. Бреббиа К. Методы граничных элементов / К. Бреббиа, Л. Вроубел, Ж. Теллес. – М. : Изд-во "Мир", 1987. – 524 с.

Белецкий Э.В. Определение профиля скорости течения неньютоновской жидкости при переходном режиме вблизи твердой границы

Предложена методика определения профиля скорости степенной жидкости на основе использования модели переходного течения, основанная на общих представлениях о стабилизации входящих профилей скорости течения на ламинарном и турбулентном участках. Представленная методика позволяет вычислять гидравлические сопротивления, изменения давления вдоль оси трубы или канала, а также составляет необходимую основу для определения в существующем виде коэффициентов теплоотдачи на ламинарных участках переходного течения неньютоновских материалов. Приведенная модель позволяет строить стандартные приграничные слои, поэтому может быть использована при описании теплообмена при переходном гидродинамическом режиме течения неньютоновской жидкости.

Ключевые слова: ламинарный, турбулентный участки, неньютоновские жидкости, теплоотдача, профиль скорости, переходный режим, течение, гидравлика, вязкий подслои.

Biletskyj E.V. Estimation of Non-Newtonian Fluid Flow Velocity Profile in Transient Regime near Hard Boundary

The method for evaluation power fluid velocity profile on the basis of transient flow, which is based on the general concept of stabilization of input flow velocity profile at laminar and turbulent tracts, is proposed. The presented method makes it possible to calculate hydraulic supports and pressure changes along the tube or channel axis in power fluid flow in the transient regime. It also makes an essential basis for determining available notions for heat transfer in laminar zones of transient flow of non-Newtonian materials. The presented model allows building standard boundary layers; thus, it may be used for describing heat mass transfer in the transient hydrodynamical regime of non-Newtonian fluid flow.

Key words: laminaria, turbulent zones, non-Newtonian fluids, heat emission, velocity profile, transient regime, flow, hydraulics, viscous layer.