

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОБОТИ АДАПТИВНИХ ВІБРАЦІЙНИХ  
ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИН З ДЕБАЛАНСНИМ ВІБРОПРИВОДОМ**

Розроблено математичну модель адаптивної вібраційної технологічної машини з дебалансним віброприводом, яка стане основою методики інженерного розрахунку обладнання такого типу. Модель дає змогу дослідити реакцію дебалансного віброприводу, яка проявляється у зміні частоти та амплітуди їх збудовуючої сили, на елементарні впливи (імпульсний та одиничний), враховуючи ефект Зомерфельда та геометричні, інерційні, пружні і дисипативні характеристики основних елементів конструкції адаптивних вібраційних машин. На основі отриманих результатів можна синтезувати оптимальні закони керування амплітудою та частотою збудовуючої сили робочого органу дебалансного віброприводу.

**Ключові слова:** вібраційні технологічні машини, дебалансний вібропривод, математична модель роботи.

**Вступ.** Використання вібраційних технологічних машин (ВТМ) дає змогу докорінно вдосконалити традиційні технологічні процеси. У зв'язку з можливістю істотно інтенсифікувати виробництво, вібраційні технології достатньо широко використовують у металургії, під час видобування корисних копалин. За допомогою ВТМ успішно вирішують такі задачі, як: розпушування, ущільнення, транспортування, дозування та сепарація сипких матеріалів; мікрорізання; обдирання задилок; шліфування; зміна фізико-механічних властивостей поверхневих шарів деталей, що проходять віброобробку і т. ін.

**Аналіз стану проблеми.** Проблеми роботи вібраційних машин дослідили Й.Ф. Гончаревич, К.В. Фролов [1], W. Wenske [2], В.М. Шатохін [3], М.П. Ярошевич [4]. Але на сьогодні методику інженерного розрахунку адаптивних вібраційних технологічних машин з дебалансним віброприводом їх робочих органів (АВТМ-ДВП) ще не розроблено. Тому для створення теоретичних передумов її появи доцільно виконати математичне моделювання роботи цих машин, яке охоплює: побудову математичної моделі роботи АВТМ-ДВП та руху їх основних елементів; аналіз роботи АВТМ-ДВП відомих і нових схем за допомогою побудованої математичної моделі.

**Метою роботи** є побудова математичної моделі роботи АВТМ-ДВП та руху їх основних елементів.

**Основний матеріал.** Розглянемо першу з цих двох задач.

**Припущення про конструкцію та роботу АВТМ-ДВП, її розрахункова схема.** Основним елементом конструкції АВТМ-ДВП є корпус її робочого органу (РО-АВТМ), який має пружні опори. Приводний двигун дебалансного віброприводу (ПД-ДВП) кріпиться жорстко до основи АВТМ. Зовнішній кінець вала ротора ПД-ДВП за допомогою втулково-пальцевої муфти з'єднаний з приводним валом дебалансного віброприводу (ПВ-ДВП), який кріпиться консольно до корпусу РО за допомогою двох радіально упорних підшипників, поставлених у розпір. На ньому встановлений нерухомий відносно ПВ-ПДВ дебаланс (НД). На ПВ встановлені ще два рухомих відносно цього вала дебаланси (надалі – рухомий дебаланс – РД), який за допомогою механізму перетворення (МП-РД) обертового руху ротора КД у поступальний рух РД вздовж осі ПВ та обертальний його

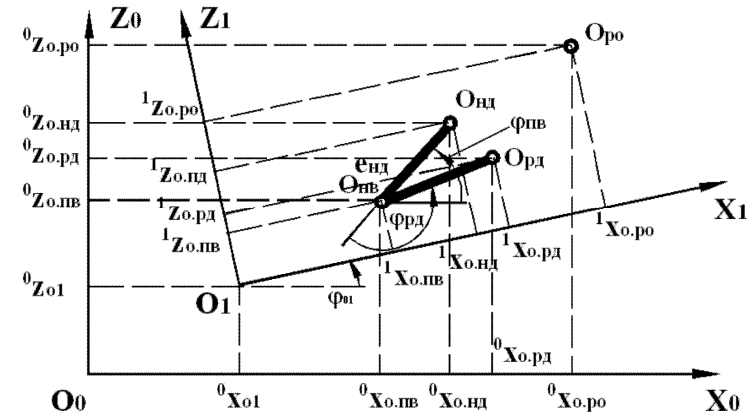
рух відносно ПВ, може рухатися відносно ПВ-ДВП. Це призводить до зміни результуючої збудовуючої сили  $\vec{P}_{СВМ}^{III}$  двох відцентрових сил  $\vec{F}_{НД}^{III}$ ,  $\vec{F}_{РД}^{III}$  нерухомо та рухомо закріплених дебалансів. МП-РД за допомогою муфти з'єднаний з кроковим двигуном ДВП (КД-ДВП), який кріпиться до корпусу РО-АВТМ.

Надалі використано загальноприйняті в дослідженнях механіки вібраційних машин припущення [1]:

- корпус робочого органу АВТМ-ДВП, ротор ПД-ДВП, ПВ-ДВП, дебаланси віброприводу, МП-РД, ротор КД-ДВП є жорсткі інерційні тіла;
- елементи лівого і правого повздовжніх рядів пружної опори корпусу РО АВТМ утворюють пружне безінерційне тіло, яке має певну жорсткість на розтяг, згин та зсув;
- відповідно до [2] обертальний момент на валу ротора ПД-ДВП змінюється за зовнішньою динамічною механічною характеристикою асинхронного двигуна, тобто є функцією кутової швидкості обертання його ротора;
- відповідно до [5] обертальний момент на валу ротора КД-ДВП змінюється за зовнішніми механічними характеристиками, що відповідають трьом режимам роботи КД: а) пуск та встановлений рух ротора КД у характерних діапазонах частоти керуючих команд; б) стартозупинний рух ротора КД на одному його кутовому кроці; в) реверсний рух ротора КД.
- РО-АВТМ рухається плоско-паралельно у вертикальній площині.

На основі зроблених припущень прийнято розрахункову схему АВТМ з дискретно розподіленими пружними безінерційними та жорсткими інерційними елементами.

Під час складання рівнянь руху основних елементів розрахункової схеми використано дві системи координат (рис.).



**Рис. Координати точок  $O_1, O_{1PВ}, O_{1НД}, O_{1РД}, O_{1РО}$  у нерухомій  $O_0X_0Y_0Z_0$  та рухомій  $O_1X_1Y_1Z_1$  системах координат**

$O_0X_0Y_0Z_0$  – нерухома просторова декартова система координат, вісь  $O_0Z_0$  якої колінеарна до сили тяжіння, вісь  $O_0X_0$  напрямлена зліва направо, а вісь  $O_0Y_0$  напрямлена так, що утворюється правостороння система координат; координатна площина  $O_0X_0Z_0$  – вертикальна і паралельна до площини плоско-паралельного руху РО-АВТМ.

$O_1X_1Y_1Z_1$  – рухома просторова декартова система координат, яка жорстко пов'язана з корпусом РО АВТМ-ДВП, осі  $O_1X_1$  та  $O_1Z_1$  якої відхилені від осей  $O_0X_0$  та  $O_0Z_0$  на кут  $\phi_{01}$ . Кут  $\phi_{01}$  вважається додатним, якщо перелічені осі рухомої системи координат відхиляються від відповідних осей нерухомої системи координат проти ходу стрілок годинника. Координатна площина  $O_1X_1Z_1$  паралельна координатній площині  $O_0X_0Z_0$ .

Для зручності використано поняття "вільний стан АВТМ", у якому на інерційні елементи розрахункової схеми не діють сили тяжіння та крутні моменти приводного і крокового двигунів.

На рис. 1 позначено:  ${}^1x_{OPO}, {}^1z_{OPO}, {}^0x_{OPO}, {}^0z_{OPO}, {}^1x_{OПВ}, {}^1z_{OПВ}, {}^0x_{OПВ}, {}^0z_{OПВ}$  – координати центрів  $OPO, OПВ$  мас РО-АВТМ та ПВ-ДВП у рухомій і нерухомій системах координат;  ${}^0x_{ОНД}, {}^0z_{ОНД}, e_{НД}, {}^0x_{ОРД}, {}^0z_{ОРД}, e_{РД}$  – координати центрів  $ОНД, ОРД$  мас НД і РД у нерухомій системі координат та їх ексцентриситети.

Систему рівнянь руху інерційних елементів розрахункової схеми складаємо за допомогою рівнянь Лагранжа II роду [1, 6]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s, \quad (1)$$

де:  $T$  – сумарна кінетична енергія інерційних елементів розрахункової схеми;  $Q_s$  – узагальнена сила, яка відповідає  $q_s$  узагальненій координаті;  $\dot{q}_s$  – похідна за часом від узагальненої координати  $q_s$ ;  $s=1, \dots, n$ ;  $n$  – кількість узагальнених координат.

За узагальнені координати прийнято (рис. 1):  $q_1 = {}^0x_{O1}; q_2 = {}^0z_{O1}; q_3 = \phi_{01}$  – координати початку рухомої системи координат  $O_1$  у нерухомій системі координат та кут повороту рухомої системи координат відносно нерухомої системи координат;  $q_4 = \phi_{ПВ}$  – кут повороту ПВ-ДВП разом з НД, який відраховується відносно прямої, що перетинає повздовжню вісь цього вала та розташована паралельно до нерухомої осі  $O_0X_0$ ; він вважається додатним, якщо поворот вала відбувається проти ходу стрілок годинника;  $q_5 = \phi_{ПД}, q_6 = \phi_{КД}$  – кути повороту роторів ПД-ДВП та КД-ДВП, які вважаються додатними, якщо повороти роторів двигунів відбуваються проти ходу стрілок годинника.

**Кінетична енергія інерційних елементів розрахункової схеми.** Зв'язок між поступальним переміщенням  ${}^0y_{ОРД}$  РД вздовж осі ПВ-ДВП та кутом  $\phi_{КД}$  повороту ротора КД-ДВП має вигляд:  ${}^0y_{ОРД} = \gamma_{МПРД} \cdot \phi_{КД}$ ; де  $\gamma_{МПРД}$  – характеристика МП-РД. Значення довільного кута  $\phi_{РД}$  повороту РД навколо повздовжньої осі ПВ-ДВП, які не виходять за межі  $0 \leq \phi_{РД} \leq \pi$ , у функції довільного переміщення  ${}^0y_{ОРД}$  РД вздовж цієї осі, яке не виходить за межі  $0 \leq {}^0y_{ОРД} \leq S_{ОРД}^{\max}$ , визначається залежністю

$$\phi_{РД} = \pi \cdot \frac{\gamma_{МПРД}}{S_{ОРД}^{\max}} \cdot \phi_{КД} = i_{КДРД} \cdot \phi_{КД}.$$

Сумарна кінетична енергія інерційних елементів розрахункової схеми АВТМ-ДВП запишеться у вигляді [7]:

$$T = \frac{1}{2} \left\| m_{PO} \cdot \left\{ \left[ {}^0\dot{x}_{O1} - (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_1(\phi_{01}) \right]^2 + \left[ {}^0\dot{z}_{O1} + (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_2(\phi_{01}) \right]^2 \right\} + I_{OPO} \cdot (\dot{\phi}_{01})^2 \right\| + \frac{1}{2} \left\| m_{ПВ} \cdot \left\{ \left[ {}^0\dot{x}_{O1} - (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_3(\phi_{01}) \right]^2 + \left[ {}^0\dot{z}_{O1} + (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_4(\phi_{01}) \right]^2 \right\} + I_{OПВ} \cdot (\dot{\phi}_{ПВ})^2 \right\| + \frac{1}{2} \left\| m_{НД} \cdot \left\{ \left[ {}^0\dot{x}_{O1} - (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_3(\phi_{01}) - (\dot{\phi}_{ПВ}) \cdot e_{НД} \cdot \sin \phi_{ПВ} \right]^2 + \left[ {}^0\dot{z}_{O1} + (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_4(\phi_{01}) + (\dot{\phi}_{ПВ}) \cdot e_{НД} \cdot \cos \phi_{ПВ} \right]^2 \right\} + I_{ОНД} \cdot (\dot{\phi}_{ПВ})^2 \right\| + \frac{1}{2} \left\| m_{РД} \cdot \left\{ \left[ {}^0\dot{x}_{O1} - (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_3(\phi_{01}) + (\dot{\phi}_{ПВ} + i_{КДРД} \cdot \dot{\phi}_{КД}) \cdot e_{РД} \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КДРД} \cdot \phi_{КД}) \right]^2 + \left[ {}^0\dot{z}_{O1} + (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_4(\phi_{01}) - (\dot{\phi}_{ПВ} + i_{КДРД} \cdot \dot{\phi}_{КД}) \cdot e_{РД} \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КДРД} \cdot \phi_{КД}) \right]^2 + \left[ \gamma_{МПРД} \cdot \dot{\phi}_{КД} \right]^2 + I_{ОРД} \cdot (\dot{\phi}_{ПВ} + i_{КДРД} \cdot \dot{\phi}_{КД})^2 \right\} + \frac{1}{2} I_{ПД} (\dot{\phi}_{ПД})^2 + \frac{1}{2} \left\| (m_{КД} + m_{МПРД}) \cdot \left\{ \left[ {}^0\dot{x}_{O1} - (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_3(\phi_{01}) \right]^2 + \left[ {}^0\dot{z}_{O1} + (\dot{\phi}_{01}) \cdot L_4(\phi_{01}) \right]^2 \right\} + m_{МПРД} \cdot (\gamma_{МПРД} \cdot \dot{\phi}_{КД})^2 + (I_{КД} + I_{МПРД}) \cdot (\dot{\phi}_{КД})^2 \right\|, \quad (2)$$

де:  $m_{PO}, I_{OPO}$  – маса та момент інерції РО-АВТМ відносно його повздовжньої центральної осі;  $m_{ПВ}, I_{OПВ}$  – маса та момент інерції ПВ-ДВП разом з напівмуфтою втулково-пальцевої муфти відносно осі їх спільного обертання;  $m_{НД}, I_{ОНД}, m_{РД}, I_{ОРД}$  – маси та моменти інерції НД і РД відносно осей, які проходять через їх центри мас  $ОНД, ОРД$  паралельно осі обертання ПВ-ДВП;  $I_{ПД}$  – момент інерції ротора ПД-ДВП разом з напівмуфтою відносно осі їх спільного обертання;  $\dot{\phi}_{ПД}, \dot{\phi}_{КД}$  – кутові швидкості обертання роторів ПД та КД ДВП;  $m_{КД}, m_{МПРД}, I_{КД}, I_{МПРД}$  – маси та моменти інерції ротора КД і МП-РД;

$$\begin{cases} L_1(\phi_{01}) = {}^1x_{OPO} \cdot \sin \phi_{01} + {}^1z_{OPO} \cdot \cos \phi_{01}; & L_2(\phi_{01}) = {}^1x_{OPO} \cdot \cos \phi_{01} - {}^1z_{OPO} \cdot \sin \phi_{01}; \\ L_3(\phi_{01}) = {}^1x_{OПВ} \cdot \sin \phi_{01} + {}^1z_{OПВ} \cdot \cos \phi_{01}; & L_4(\phi_{01}) = {}^1x_{OПВ} \cdot \cos \phi_{01} - {}^1z_{OПВ} \cdot \sin \phi_{01}. \end{cases}$$

Залежність (2) показує, що сумарна кінетична енергія інерційних елементів розрахункової схема АВТМ-ДВП залежить від мас та моментів інерції цих елементів, ексцентриситету дебалансів, швидкості початку рухомої системи координат у нерухомій системі координат та кутової швидкості рухомої системи в нерухомій системі, кутових швидкостей обертання роторів приводного та крокового двигунів, передаткових відношень переміщення та повертання рухомих відносно приводного вала дебалансів.

**Фізичні силові фактори, що діють на елементи розрахункової схеми.**

Введемо позначення:  ${}^1x_{O\Pi}, {}^1z_{O\Pi}, {}^0x_{O\Pi}, {}^0z_{O\Pi}$  – координати центрів  $O\Pi, O\Pi$  –

кріплення лівого та правого рядів пружних опор РО-АВТМ у рухомій та нерухомій системах координат;  ${}^0x_{O_1}^{BC}, {}^0z_{O_1}^{BC}$  – координати цих центрів у "вільному стані АВТМ" у нерухомій системі координат;  ${}^0x_{O_1}^{BC}, {}^0z_{O_1}^{BC}, \phi_{01}^{BC}$  – координати початку  $O_1$  рухомої системи координат у нерухомій системі координат та кут  $\phi_{01}$  повороту рухомої системи відносно нерухомої системи координат у "вільному стані АВТМ";  $\bar{F}_{\bar{n}}^x, \bar{F}_{\bar{n}}^y; \bar{F}_{\bar{n}}^x, \bar{F}_{\bar{n}}^y$  – компоненти сил пружних деформацій лівого та правого рядів пружних опор РО-АВТМ. Вони діють паралельно осям  $O_0X_0, O_0Z_0$  зі сторони опор РО на сам РО машини. Модуль та проекції сил пружних деформацій опор РО у загальному вигляді записуються залежностями:

$$\left| \frac{\bar{F}_{\bar{n}}^x}{\bar{n}} \right| = -\frac{F_{\bar{n}}^x}{\bar{n}} = c_{\bar{n}}^x \cdot \frac{x_{O_1}^x - x_{O_1}^{BC}}{\bar{n}}; \quad \left| \frac{\bar{F}_{\bar{n}}^z}{\bar{n}} \right| = -\frac{F_{\bar{n}}^z}{\bar{n}} = c_{\bar{n}}^z \cdot \frac{z_{O_1}^z - z_{O_1}^{BC}}{\bar{n}}, \quad (3)$$

де:  $c_{\bar{n}}^x, c_{\bar{n}}^z$  – жорсткість лівого та правого рядів опор [8] РО-АВТМ в напрямку осей  $O_0X_0, O_0Z_0$ .

Сумарний момент від сил пружних деформацій опор РО відносно  $O_1$  дорівнює:

$$M_{\text{ПРОП}} = c_{\bar{n}}^x \cdot ({}^0x_{O_1L} - {}^0x_{O_1L}^{BC}) \cdot l_2(\phi_{01}) - c_{\bar{n}}^z \cdot ({}^0z_{O_1L} - {}^0z_{O_1L}^{BC}) \cdot l_1(\phi_{01}) + c_{\bar{n}}^x \cdot ({}^0x_{O_1P} - {}^0x_{O_1P}^{BC}) \cdot l_4(\phi_{01}) - c_{\bar{n}}^z \cdot ({}^0z_{O_1P} - {}^0z_{O_1P}^{BC}) \cdot l_3(\phi_{01}) - c_{\text{ПРОП}}^{\phi} \cdot (\phi_{01} - \phi_{01}^{BC}); \quad (4)$$

де:  $l_1(\phi_{01}) = {}^1x_{O_1L} \cdot \cos \phi_{01} - {}^1z_{O_1L} \cdot \sin \phi_{01}$ ;  $l_2(\phi_{01}) = {}^1x_{O_1L} \cdot \sin \phi_{01} + {}^1z_{O_1L} \cdot \cos \phi_{01}$ ;  $l_3(\phi_{01}) = {}^1x_{O_1P} \cdot \cos \phi_{01} - {}^1z_{O_1P} \cdot \sin \phi_{01}$ ;  $l_4(\phi_{01}) = {}^1x_{O_1P} \cdot \sin \phi_{01} + {}^1z_{O_1P} \cdot \cos \phi_{01}$ ;  $c_{\text{ПРОП}}^{\phi}$  – кутова жорсткість пружних опор РО-АВТМ. Момент від компонент сил деформації опор додатний, якщо він діє проти ходу стрілок годинника.

Сумарний момент від сил тяжіння інерційних елементів відносно  $O_1$  та моменти від сил тяжіння НД і РД відносно повздовжньої осі ПВ-ДВП:

$$M_{\text{СТ}}^O = -g \left\{ m_{\text{РО}} L_2(\phi_{01}) + \left[ (m_{\text{ПВ}} + m_{\text{НД}} + m_{\text{РД}} + m_{\text{МПРД}} + m_{\text{КД}}) L_4(\phi_{01}) + m_{\text{НД}} \cdot e_{\text{НД}} \cdot \cos \phi_{\text{ПВ}} - m_{\text{РД}} \cdot e_{\text{РД}} \cdot \cos(\phi_{\text{ПВ}} + i_{\text{КДРД}} \cdot \phi_{\text{КД}}) \right] \right\}; \quad (5)$$

$$M'_{\text{НД}} = -m_{\text{НД}} \cdot g \cdot [e_{\text{НД}} \cdot \cos \phi_{\text{ПВ}}]; \quad M'_{\text{РД}} = m_{\text{РД}} \cdot g \cdot [e_{\text{РД}} \cdot \cos(\phi_{\text{ПВ}} + i_{\text{КДРД}} \cdot \phi_{\text{КД}})]. \quad (6)$$

Момент сил пружних деформацій елементів втулково-пальцевої муфти:

$$M_{\text{ПД,ПВ}} = c_{\text{ПД,ПВ}} \cdot (\phi_{\text{ПД}} - \phi_{\text{ПВ}}), \quad (7)$$

де  $c_{\text{ПД,ПВ}}$  – кутова жорсткість муфти.

Базуючись на роботі [2], за аналогією із роботами [3, 4] динамічна механічна характеристика асинхронного ПД-ДВП видається диференціальним рівнянням, яке пов'язує між собою кутову швидкість обертання ротора двигуна  $\omega_{\text{ПД}} = \dot{\phi}_{\text{ПД}}$ , її похідну за часом  $\dot{\omega}_{\text{ПД}} = \ddot{\phi}_{\text{ПД}}$  з крутним моментом  $M_{\text{ПД}}$  на валу цього ротора і його першою  $\dot{M}_{\text{ПД}}$  та другою  $\ddot{M}_{\text{ПД}}$  похідними за часом  $t$ :

$$\ddot{M}_{\text{ПД}} \cdot T_{\text{ПД}}^2 \cdot \xi + T_{\text{ПД}} \cdot \xi \cdot \left( 2 - \frac{T_{\text{ПД}}}{s} \cdot \dot{s} \right) \cdot \dot{M}_{\text{ПД}} + \left( 1 - \frac{T_{\text{ПД}} \cdot \xi}{s} \cdot \dot{s} \right) \cdot M_{\text{ПД}} = 2 \cdot s \cdot \xi \cdot M_{\text{max}}, \quad (8)$$

де:  $T_{\text{ПД}} = \frac{1}{\omega_c \cdot s_K}$  – електромагнітна стала часу;  $\omega_c = 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{МЕР}}$  – кругова частота

коливань напруги у живлячій двигун мережі;  $f_{\text{МЕР}}$  – частота коливань напруги у живлячій двигун мережі;  $s_K = \left( s_{\text{ном}} + \sqrt{s_{\text{ном}} \cdot \frac{\lambda_{\text{max}} - 1}{\lambda_i - 1}} \right) / \left( 1 + \sqrt{s_{\text{ном}} \cdot \frac{\lambda_{\text{max}} - 1}{\lambda_i - 1}} \right)$  – кри-

тичне ковзання [9];  $s_{\text{ном}} = \frac{\omega_0 - \omega_{\text{ном}}}{\omega_0}$  – номінальне ковзання;  $\omega_0, \omega_{\text{ном}}$  – синхрон-

на та номінальна кутові швидкості обертання ротора ПД;  $\lambda_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}}$ ;

$\lambda_i = \frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{ПУСК}}}$ ;  $\lambda_{\text{ПУСК}} = \frac{M_{\text{ПУСК}}}{M_{\text{ном}}}$ ;  $M_{\text{max}}; M_{\text{ном}}; M_{\text{ПУСК}}$  – максимальний, номінальний, пусковий крутні моменти на валу ротора приводного двигуна відповідно;

$\xi = \frac{1}{1 + s^2}$ ;  $s = \frac{\omega_0 - \dot{\phi}_{\text{ПД}}}{\omega_0}$  – поточне ковзання.

Крутний момент  $M_{\text{КД}}$  на валу КД, відповідно до [10], дорівнює:

$$M_{\text{КД}} = M_{\text{КД,НОМ}} \cdot \begin{cases} 1(t-t_{\text{ПОЧ}}) - 1(t-t_{\text{КІН}}); \\ \delta(t-t_{\text{ІМП}}), \end{cases} \quad (9)$$

де:  $M_{\text{КД,НОМ}}$  – номінальний момент, що діє на валу ротора КД;  $1(t-t_{\text{ПОЧ}}), 1(t-t_{\text{КІН}}), \delta(t-t_{\text{ІМП}})$  – одиничні ступінчасті та імпульсна функції;  $t, t_{\text{ПОЧ}}, t_{\text{КІН}}, t_{\text{ІМП}}$  – поточний момент часу; початковий та кінцевий моменти часу, в проміжку між якими працює КД; момент часу тільки одного імпульсу.

Модулі відцентрових сил інерції  $\bar{P}_{\text{НД}}^{\text{НД}}, \bar{P}_{\text{РД}}^{\text{РД}}$  НД і РД та їх сумарної:

$$P_{\text{НД}}^{\text{НД}} = m_{\text{НД}} \cdot e_{\text{НД}} \cdot \dot{\phi}_{\text{ПВ}}^2, \quad P_{\text{РД}}^{\text{РД}} = m_{\text{РД}} \cdot e_{\text{РД}} \cdot (\dot{\phi}_{\text{ПВ}} + \dot{\phi}_{\text{РД}})^2; \quad (9)$$

$$P_{\text{СУМ}}^{\text{НД}} = \sqrt{(m_{\text{НД}} \cdot e_{\text{НД}} \cdot \dot{\phi}_{\text{ПВ}}^2)^2 + [m_{\text{РД}} \cdot e_{\text{РД}} \cdot (\dot{\phi}_{\text{ПВ}} + i_{\text{КДРД}} \cdot \dot{\phi}_{\text{КД}})^2]^2 - 2 \cdot m_{\text{НД}} \cdot e_{\text{НД}} \cdot \dot{\phi}_{\text{ПВ}} \cdot m_{\text{РД}} \cdot e_{\text{РД}} \cdot (\dot{\phi}_{\text{ПВ}} + i_{\text{КДРД}} \cdot \dot{\phi}_{\text{КД}})^2 \cdot \cos(i_{\text{КДРД}} \cdot \phi_{\text{КД}})} \quad (10)$$

Моменти  $M_{\text{ТЕР,ПД}}, M_{\text{ТЕР,КД}}, M_{\text{ТЕР,ПВ}}$  тертя в кулькових підшипниках опор роторів ПД і КД та в кінцевих роликових радіально упорних підшипниках опор ПВ-ДВП, відповідно до [11], дорівнюють:

$$M_{\text{ТЕР,ПД}} = M'_{\text{ТЕР,ПД}} + M''_{\text{ТЕР,ПД}} = 0,00981 \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{\text{ПД}}) \times \left[ f_{g,\text{ПД}} \cdot 10^{-8} \cdot (v \cdot n_{\text{ПД}})^{2/3} \cdot d_{0,\text{ПД}}^3 + f_{j,\text{ПД}} \cdot G_{\text{ПД}} \cdot \left( \frac{G_{\text{ПД}}}{9,81 \cdot C_{0,\text{ПД}}} \right)^c \cdot d_{0,\text{ПД}} \right]; \quad (11)$$

$$M_{\text{ТЕР,КД}} = M'_{\text{ТЕР,КД}} + M''_{\text{ТЕР,КД}} = 0,00981 \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{\text{КД}}) \times \left[ f_{g,\text{КД}} \cdot 10^{-8} \cdot (v \cdot n_{\text{КД}})^{2/3} \cdot d_{0,\text{КД}}^3 + f_{j,\text{КД}} \cdot (G_{\text{КД}} + m_{\text{КД}} \cdot {}^0z_{\text{ОЛВ}}) \cdot \left( \frac{G_{\text{КД}} + m_{\text{КД}} \cdot {}^0z_{\text{ОЛВ}}}{9,81 \cdot C_{0,\text{КД}}} \right)^c \cdot d_{0,\text{КД}} \right]; \quad (12)$$

$$M_{EP,ПВ} = M'_{ТЕР,ПВ} + M''_{ТЕР,ПВ} = 0,00981 \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{ПВ}) \times \left[ f_{g,ПВ} \cdot 10^{-8} \cdot (\nu \cdot n_{ПВ})^{2/3} \cdot d_{0,ПВ}^3 + f_{j,ПВ} \cdot (G_{ПВ} + m_{ПВ} \cdot {}^0\ddot{z}_{0,ПВ} + P_{СУМ}^{II}) \cdot d_{0,ПВ} \right], \quad (13)$$

де:  $M'_{ТЕР,ПД}; M'_{ТЕР,КД}; M'_{ТЕР,ПВ}; (H \cdot M)$  – моменти тертя, що залежать від конструкції підшипників, частоти обертання валів, яких вони підтримують, в'язкості мастила;  $M''_{ТЕР,ПД}; M''_{ТЕР,КД}; M''_{ТЕР,ПВ}; (H \cdot M)$  – моменти тертя, що залежать від навантаження на підшипники опор;  $f_g; f_j; c$  – коефіцієнти, що залежать від типу підшипників;  $n_{ПД} = \frac{30}{\pi} \cdot \dot{\phi}_{ПД}; n_{КД} = \frac{30}{\pi} \cdot \dot{\phi}_{КД}; n_{ПВ} = \frac{30}{\pi} \cdot \dot{\phi}_{ПВ}; (об/хвил)$  – частота обертання одного з кілець підшипників відносно другого їх кільця;  $\nu; (cct)$  – кінематичний коефіцієнт в'язкості мастила підшипників;  $C_{0,ПД}; C_{0,КД}; (кгс)$  – статичні вантажопідйомності підшипників опор роторів приводного та крокового двигунів;  $d_{0,ПД}; d_{0,КД}; d_{0,ПВ}; (мм)$  – середні діаметри відповідних підшипників; вони дорівнюють:  $d_0 \approx 0.5 \cdot (d + D)$ , де  $d; D; (мм)$  – внутрішній та зовнішній діаметри підшипників;  $\cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{ПД}); \text{sign}(\dot{\phi}_{КД}); \text{sign}(\dot{\phi}_{ПВ})$  – функції знаку відповідних кутових швидкостей  $\dot{\phi}_{ПД}; \dot{\phi}_{КД}; \dot{\phi}_{ПВ}$  роторів приводного і крокового двигунів та приводного вала. Залежності (11) ÷ (13) використовують коли  $\nu \cdot n \geq 2000$ ; якщо  $\nu \cdot n \leq 2000$ , тоді приймають  $(\nu \cdot n)^{2/3} = 160$ .

Величина моменту сил тертя пружних елементів втулоково-пальцевої муфти, що з'єднує вал ротора ПД-ДВП з приводним валом ДВП, дорівнює:

$$M_{ОП,МУФ} = \beta_{ОП,МУФ} \cdot (\dot{\phi}_{ПД} - \dot{\phi}_{ПВ}), \quad (14)$$

де  $\beta_{ОП,МУФ}$  – коефіцієнти тертя пружних елементів муфти.

Моменти сил в'язкого тертя в механізмі перетворення обертального руху вихідного вала ротора КД-ДВП у поступальний рух РД вздовж осі приводного вала ДВП та обертальний його рух відносно цього вала, з урахуванням (2.8) та (2.9), дорівнюють:

$$M'_{ОП,МП} = \beta'_{ОП,РД} \cdot \dot{y}_{ОРД} + \beta''_{ОП,РД} \cdot \dot{\phi}_{РД} = (\beta'_{ОП,РД} \cdot \gamma_{МП,РД} + \beta''_{ОП,РД} \cdot i_{КД,РД}) \cdot \dot{\phi}_{КД}, \quad (15)$$

де:  $\dot{y}_{ОРД}; \dot{\phi}_{РД}$  – швидкості РД у поступальному русі вздовж осі ПД-ДВП та обертальному русі відносно цього вала;  $\beta'_{ОП,РД}; \beta''_{ОП,РД}$  – приведені до РД сумарні коефіцієнти в'язкого тертя РД та деталей МП-РД.

Моменти сил опору коченню тіл кочення опори РД  $M''_{ОП,МП}$  дорівнюють:

$$M''_{ОП,МП} = (\lambda'_{ОП,РД} \cdot \gamma_{МП,РД} + \lambda''_{ОП,РД} \cdot i_{КД,РД}) \cdot P_{РД}^{II} \cdot \frac{d_{ПВ}^2}{2} \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{КД}), \quad (16)$$

де  $\lambda'_{ОП,РД}; \lambda''_{ОП,РД}$  – коефіцієнти тертя кочення тіл кочення опори рухомого дебаланса та тертя ковзання в механізмі перетворення обертального руху вихідного вала ротора КД-ДВП у поступальний рух РД.

Сумарний момент від сил опору в МП-РД дорівнює:

$$M_{ОП,МП} = M'_{ОП,МП} + M''_{ОП,МП}. \quad (17)$$

Визначені фізичні силові фактори, що діють на елементи розрахункової схеми, дають змогу визначати узагальнені сили рівнянь Лагранжа II роду.

**Праві частини рівнянь Лагранжа II роду – узагальнені сили.** Відповідно до (1), правими частинами рівнянь Лагранжа II роду є узагальнені сили  $Q_s$ , які відповідають  $q_s$  узагальненим координатам;  $s=1, \dots, n$ ;  $n$  – кількість узагальнених координат. Відомо [6], що узагальнена сила  $Q_s$  визначається як:

$$Q_s = \frac{\delta A_s}{\delta q_s}, \quad (18)$$

де:  $\delta q_s$  – можлива зміна узагальненої координати  $q_s$ ;  $\delta A_s$  – елементарна робота всіх активних сил, які діють на механічну систему, на переміщенні механічної системи, яке зумовлене тим, що узагальненій координаті  $q_s$  надали можливої зміни  $\delta q_s$ .

Надаючи прийнятним узагальненим координатам  $q_s$  їх можливі зміни  $\delta q_s$  та враховуючи (18), будемо мати:

$$Q_1 = -(F_{\dot{\eta}} + F_{\dot{\eta}}); \quad Q_2 = -(F_{\dot{\eta}} + F_{\dot{\eta}} + G_{РО} + G_{ПВ} + G_{НД} + G_{РД} + G_{МП,РД} + G_{КД}); \\ Q_3 = M_{ПРОП} + M_{СТ}^{01}; \quad Q_4 = M_{ПД,ПВ} + M'_{НД} + M'_{РД} - M_{ТЕР,ПВ} - M_{ОП,МУФ} - M_{ОП,МП}; \quad (19) \\ Q_5 = M_{ПД} - M_{ТЕР,ПД} - M_{ПД,ПВ}; \quad Q_6 = M_{КД} - M_{ТЕР,КД} - M_{ОП,МП}.$$

Таким чином, праві частини шести рівнянь Лагранжа II роду (1), що відповідають прийнятним шести узагальненим координатам:  ${}^0x_{01}; {}^0z_{01}; \phi_{01}; \phi_{ПВ}; \phi_{ПД}; \phi_{КД}$ , мають вигляд (19).

**Математична модель роботи АВТМ-ДВП.** Підставляючи в рівняння (1) похідні від кінетичної енергії (2) за узагальненими координатами, їх швидкостями і часом та узагальнені сили (19), отримаємо систему диференціальних рівнянь, які відповідають прийнятним шести узагальненим координатам. Система рівнянь у розгорнутій формі має такий вигляд:

$${}^0x_{01} \Rightarrow \quad {}^0\ddot{x}_{01} \cdot (m_{РО} + m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) - \\ - \ddot{\phi}_{01} \cdot [m_{РО} \cdot L_1(\phi_{01}) + (m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) \cdot L_3(\phi_{01})] - \\ - \ddot{\phi}_{ПВ} \cdot [m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \sin \phi_{ПВ} - m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] + \\ + \ddot{\phi}_{КД} \cdot [m_{РД} \cdot i_{КД,РД} \cdot e_{РД} \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] - (\dot{\phi}_{01})^2 \cdot \\ \cdot [m_{РО} \cdot L_2(\phi_{01}) + (m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) \cdot L_4(\phi_{01})] - (\dot{\phi}_{ПВ})^2 \cdot \\ \cdot [m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \cos \phi_{ПВ}] + (\dot{\phi}_{ПВ} + i_{КД,РД} \dot{\phi}_{КД})^2 \cdot [m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \phi_{КД})] = -(F_{\dot{\eta}} + F_{\dot{\eta}}). \\ {}^0z_{01} \Rightarrow \quad {}^0\ddot{z}_{01} \cdot (m_{РО} + m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) + \\ + \ddot{\phi}_{01} \cdot [m_{РО} \cdot L_2(\phi_{01}) + (m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) \cdot L_4(\phi_{01})] + \\ + \ddot{\phi}_{ПВ} \cdot [m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \cos \phi_{ПВ} - m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] - \\ - \ddot{\phi}_{КД} \cdot [m_{РД} \cdot i_{КД,РД} \cdot e_{РД} \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] - \quad (20) \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 & -(\dot{\phi}_{01})^2 \cdot [m_{PO} \cdot L_1(\phi_{01}) + (m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) \cdot L_3(\phi_{01})] - \\
 & -(\dot{\phi}_{ПВ})^2 \cdot [m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \sin \phi_{ПВ}] + (\dot{\phi}_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \dot{\phi}_{КД})^2 \cdot [m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] = \\
 & = -(F_{\tilde{J}} + F_{\tilde{H}} + G_{PO} + G_{ПВ} + G_{НД} + G_{РД} + G_{МП,РД} + G_{КД}). \\
 \phi_{01} \Rightarrow & -{}^0\ddot{x}_{O1} \cdot [m_{PO} \cdot L_1(\phi_{01}) + (m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) \cdot L_3(\phi_{01})] + \\
 & + {}^0\ddot{z}_{O1} \cdot [m_{PO} \cdot L_2(\phi_{01}) + (m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) \cdot L_4(\phi_{01})] + \\
 & + \ddot{\phi}_{01} \cdot \left\{ m_{PO} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_1^2(\phi_{01}) + \\ + L_2^2(\phi_{01}) \end{array} \right] + (m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{КД} + m_{МП,РД}) \cdot \left[ \begin{array}{l} L_3^2(\phi_{01}) + \\ + L_4^2(\phi_{01}) \end{array} \right] + I_{O,PO} \right\} + \\
 & + \ddot{\phi}_{ПВ} \cdot \left\{ m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_3(\phi_{01}) \cdot \sin \phi_{ПВ} + \\ + L_4(\phi_{01}) \cdot \cos \phi_{ПВ} \end{array} \right] - m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_3(\phi_{01}) \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) + \\ + L_4(\phi_{01}) \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) \end{array} \right] \right\} - \\
 & - \ddot{\phi}_{КД} \cdot \left\{ m_{РД} \cdot i_{КД,РД} \cdot e_{РД} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_3(\phi_{01}) \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) + \\ + L_4(\phi_{01}) \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) \end{array} \right] \right\} + \\
 & + (\dot{\phi}_{01})^2 \cdot [m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot [L_3(\phi_{01}) \cdot \cos \phi_{ПВ} - L_4(\phi_{01}) \cdot \sin \phi_{ПВ}]] + \\
 & + (\dot{\phi}_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \dot{\phi}_{КД})^2 \cdot \left\{ m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \left[ \begin{array}{l} -L_3(\phi_{01}) \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) + \\ + L_4(\phi_{01}) \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) \end{array} \right] \right\} = \\
 & = c_{\tilde{L}} \cdot ({}^0x_{O1} - {}^0x_{O1}^{BC}) \cdot l_2(\phi_{01}) - c_{\tilde{H}} \cdot ({}^0z_{O1} - {}^0z_{O1}^{BC}) \cdot l_1(\phi_{01}) + \\
 & c_{\tilde{H}} \cdot ({}^0x_{O1} - {}^0x_{O1}^{BC}) \cdot l_4(\phi_{01}) - c_{\tilde{L}} \cdot ({}^0z_{O1} - {}^0z_{O1}^{BC}) \cdot l_3(\phi_{01}) - c_{\tilde{P},OP}^{\phi} \cdot (\phi_{01} - \phi_{01}^{BC}) - \\
 & - g \cdot \left\{ m_{PO} \cdot L_2(\phi_{01}) + \left[ \begin{array}{l} (m_{ПВ} + m_{НД} + m_{РД} + m_{МП,РД} + m_{КД}) \cdot L_4(\phi_{01}) + \\ + m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \cos \phi_{ПВ} - m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) \end{array} \right] \right\}. \\
 \phi_{ПВ} \Rightarrow & -{}^0\ddot{x}_{O1} \cdot [m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \sin \phi_{ПВ} - m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] + \\
 & + {}^0\ddot{z}_{O1} \cdot [m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \cos \phi_{ПВ} - m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] + \\
 & + \ddot{\phi}_{01} \cdot \left\{ m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_3(\phi_{01}) \cdot \sin \phi_{ПВ} + \\ + L_4(\phi_{01}) \cdot \cos \phi_{ПВ} \end{array} \right] - m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_3(\phi_{01}) \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) + \\ + L_4(\phi_{01}) \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) \end{array} \right] \right\} + \\
 & + \ddot{\phi}_{ПВ} \cdot \left[ (I_{O,ПВ} + I_{O,НД} + I_{O,РД}) + m_{НД} \cdot (e_{НД})^2 + m_{РД} \cdot (e_{РД})^2 \right] + \\
 & + \ddot{\phi}_{КД} \cdot \left\{ i_{КД,РД} \cdot \left[ I_{O,РД} + m_{РД} \cdot (e_{РД})^2 \right] \right\} + \\
 & + (\dot{\phi}_{01})^2 \cdot \left\{ m_{НД} \cdot e_{НД} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_4(\phi_{01}) \cdot \sin \phi_{ПВ} - \\ - L_3(\phi_{01}) \cdot \cos \phi_{ПВ} \end{array} \right] - m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_4(\phi_{01}) \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) - \\ - L_3(\phi_{01}) \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) \end{array} \right] \right\} = \\
 & = c_{ПД,ПВ} \cdot (\phi_{ПД} - \phi_{ПВ}) - m_{НД} \cdot g \cdot [e_{НД} \cdot \cos \phi_{ПВ}] - m_{РД} \cdot g \cdot [e_{РД} \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] - \\
 & - \left[ f_{g,ПВ} \cdot 10^{-8} \cdot (v \cdot n_{ПВ})^{2/3} \cdot d_{0,ПВ}^3 + f_{j,ПВ} \cdot (G_{ПВ} + m_{ПВ} \cdot {}^0\ddot{z}_{O,ПВ} + P_{СУМ}^{ПВ}) \cdot d_{0,ПВ} \right] \times \\
 & \times 0,00981 \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{ПВ}) -
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 & - \beta_{OP,МУФ} \cdot (\dot{\phi}_{ПД} - \dot{\phi}_{ПВ}) - (\beta_{OP,РД} \cdot \gamma_{МП,РД} + \beta_{OP,РД}^{\phi} \cdot i_{КД,РД}) \cdot \dot{\phi}_{КД} - \\
 & - (\lambda_{OP,РД}^{\phi} \cdot \gamma_{МП,РД} + \lambda_{OP,РД}^{\phi} \cdot i_{КД,РД}) \cdot P_{РД}^{ПВ} \cdot \frac{d_{ПВ}^{\phi}}{2} \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{КД}). \\
 \phi_{ПД} \Rightarrow & I_{ПД} \cdot \ddot{\phi}_{ПД} = M_{ПД}(t, \dot{\phi}_{ПД}, \ddot{\phi}_{ПД}) - \\
 & - \left[ f_{g,ПД} \cdot 10^{-8} \cdot (v \cdot n_{ПД})^{2/3} \cdot d_{0,ПД}^3 + f_{j,ПД} \cdot G_{ПД} \cdot \left( \frac{G_{ПД}}{C_{0,ПД}} \right)^c \cdot d_{0,ПД} \right] \cdot 0,00981 \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{ПД}) - \\
 & - c_{ПД,ПВ} \cdot (\phi_{ПД} - \phi_{ПВ}). \\
 \phi_{КД} \Rightarrow & + {}^0\ddot{x}_{O1} \cdot [m_{РД} \cdot i_{КД,РД} \cdot e_{РД} \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] - \\
 & - {}^0\ddot{z}_{O1} \cdot [m_{РД} \cdot i_{КД,РД} \cdot e_{РД} \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД})] - \\
 & - \ddot{\phi}_{01} \cdot \left\{ m_{РД} \cdot i_{КД,РД} \cdot e_{РД} \cdot \left[ \begin{array}{l} L_3(\phi_{01}) \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) + \\ + L_4(\phi_{01}) \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) \end{array} \right] \right\} + \\
 & + \ddot{\phi}_{ПВ} \cdot \left\{ i_{КД,РД} \cdot \left[ I_{O,РД} + m_{РД} \cdot (e_{РД})^2 \right] \right\} + \\
 & + \ddot{\phi}_{КД} \cdot \left\{ (i_{КД,РД})^2 \cdot \left[ I_{O,РД} + m_{РД} \cdot (e_{РД})^2 \right] + I_{КД} + I_{МП,РД} + (\gamma_{МП,РД})^2 \cdot m_{МП,РД} \right\} + (\dot{\phi}_{01})^2 \times \\
 & \times \left\{ i_{КД,РД} \cdot m_{РД} \cdot e_{РД} \cdot \left[ L_3(\phi_{01}) \cdot \cos(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) - L_4(\phi_{01}) \cdot \sin(\phi_{ПВ} + i_{КД,РД} \cdot \phi_{КД}) \right] \right\} = \\
 & = M_{КД,НОМ} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1(t-t_{ПОЧ}) - 1(t-t_{КН}) \\ \text{або} \\ \delta(t-t_{МП}) \end{array} \right\} - \\
 & - \left[ \begin{array}{l} f_{g,КД} \cdot 10^{-8} \cdot (v \cdot n_{КД})^{2/3} \cdot d_{0,КД}^3 + \\ + f_{j,КД} \cdot (G_{КД} + m_{КД} \cdot {}^0\ddot{z}_{O,ПВ}) \cdot \left( \frac{G_{КД} + m_{КД} \cdot {}^0\ddot{z}_{O,ПВ}}{C_{0,КД}} \right)^c \cdot d_{0,КД} \end{array} \right] \cdot 0,00981 \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{КД}) - \\
 & - (\beta_{OP,РД} \cdot \gamma_{МП,РД} + \beta_{OP,РД}^{\phi} \cdot i_{КД,РД}) \cdot \dot{\phi}_{КД} - \\
 & - (\lambda_{OP,РД}^{\phi} \cdot \gamma_{МП,РД} + \lambda_{OP,РД}^{\phi} \cdot i_{КД,РД}) \cdot P_{РД}^{ПВ} \cdot \frac{d_{ПВ}^{\phi}}{2} \cdot \text{sign}(\dot{\phi}_{КД}).
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Система шести нелінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку (20) ÷ (25), що доповнена рівнянням моменту (8), який діє на ротор ПД, та певним набором початкових умов:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} {}^0x_{O1} = {}^0x_{O1,ПОЧ}; & {}^0z_{O1} = {}^0z_{O1,ПОЧ}; & \phi_{01} = \phi_{01,ПОЧ}; \\ \phi_{ПВ} = \phi_{ПВ,ПОЧ}; & \phi_{ПД} = \phi_{ПД,ПОЧ}; & \phi_{КД} = \phi_{КД,ПОЧ}; \\ {}^0\dot{x}_{O1} = {}^0\dot{x}_{O1,ПОЧ}; & {}^0\dot{z}_{O1} = {}^0\dot{z}_{O1,ПОЧ}; & \dot{\phi}_{01} = \dot{\phi}_{01,ПОЧ}; \\ \dot{\phi}_{ПВ} = \dot{\phi}_{ПВ,ПОЧ}; & \dot{\phi}_{ПД} = \dot{\phi}_{ПД,ПОЧ}; & \dot{\phi}_{КД} = \dot{\phi}_{КД,ПОЧ}; \end{cases} \\
 & \text{при } t=t_{ПОЧ}
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

представляє собою розгорнену математичну модель роботи АВТМ-ДВП.

**Висновки.** Математична модель роботи АВТМ-ДВП дає змогу:

1. Дослідити реакцію ДВП, яка проявляється у зміні частоти та амплітуди їх збурюючої сили, на елементарні впливи (імпульсний та одиничний), враховуючи ефект Зомерфельда та геометричні, інерційні, пружні і дисипативні характеристики основних елементів конструкції АВТМ-ДВП. На основі отриманих результатів синтезувати оптимальні закони керування амплітудою та частотою збурюючої сили ДВП РО-АВТМ.
2. Встановити зв'язок між параметрами РО-АВТМ (його об'ємом, геометрією, масою завантаженням), дисипативними характеристиками АВТМ, технологічними параметрами АВТМ (амплітудою та частотою коливань РО-АВТМ) та амплітудою збурюючої сили керованого ДВП РО-АВТМ.  
Математична модель роботи АВТМ-ДВП може бути використана:
3. Як база складова під час створення математичного продукту, орієнтованого на дослідження особливостей взаємодії основних елементів адаптивних електромеханічних систем "електромеханічний привод – вібробудник – адаптивно керуючий вібробудником електромеханічний пристрій – робочий орган – технологічне завантаження" на різних режимах їх роботи (розгін, усталений рух, реверсивний рух зупинка, розгін під навантаженням та інші) зі сталими або змінними масами технологічного завантаження.

### Література

1. Гончаревич Й.Ф. Теория вибрационной техники и технологии / Й.Ф. Гончаревич, К.В. Фролов. – М. : Изд-во "Наука", 1981-1982. – 319 с.
2. Wenske W. Zur Ableitung der dynamischen Kennlinie des Asynchronmotors in Hinblick auf die Berechnung von Schwingungserscheinungen in Antriebsanlagen // Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule O. Guericke. – Magdeburg. – 1970. – jg. 14. – Heft 5/6. – S. 517-523.
3. Шатохин В.М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин : монография / В.М. Шатохин. – Харьков : Вид-во НТУ "ХПИ", 2008. – 456 с.
4. Ярошевич М.П. Динаміка розбігу вібраційних машин з дебалансним приводом / М.П. Ярошевич, Т.С. Ярошевич. – Луцьк : Вид-во ЛНТУ, 2010. – 220 с.
5. Дискретный электропривод с шаговыми двигателями / под общ. ред. М.Г. Чиликина. – М. : Изд-во "Энергия", 1971. – 624 с.
6. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле : пер. Я.Г. Павовко с 3-го Американского изд. перераб. совместно с ДХЛигом. – Изд. 2-ое. [перераб. и доп.]. – М., 1967. – 444 с.
7. Павловський М.А. Теоретична механіка : підручник / М.А. Павловський. – К. : Вид-во "Техніка", 2002. – 512 с.
8. Вибрации в технике. – Изд. 6-ти т. / под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова. – М. : Изд-во "Машиностроение", 1980. – Т. 3. – 544 с.
9. Карвовский Г.А. Справочник по асинхронным двигателям и пускорегулирующей аппаратуре / Г.А. Карвовский, С.П. Окоороков. – М. : Изд-во "Энергия", 1969. – 256 с.
10. Муромцев, Ю.Л. Основы автоматизации и системы автоматического управления : учебн. пособ. / Ю.Л. Муромцев, Д.Ю. Муромцев. – Тамбов : Изд-во Тамб. ГТУ, 2008. – Ч. 1. – 96 с.
11. Бейзельман Р.Д. Подшипники качения : справочник / Р.Д. Бейзельман, Б.В. Цыпкин, Л.Я. Перель. – М. : Изд-во "Машиностроение", 1975. – 572 с.

**Зинько Р.В., Лозовый И.С., Мокрицкий Р.Б. Математическая модель работы адаптивных вибрационных технологических машин с дебалансным виброприводом**

Разработана математическая модель адаптивной вибрационной технологической машины с дебалансным виброприводом, которая станет основой методики инженерного расчета оборудования такого типа. Модель позволяет исследовать реакцию дебалансно-го вибропровода, которая проявляется в изменении частоты и амплитуды их возмущающей силы, на элементарные влияния (импульсный и единичный), учитывая эффект Зо-

мерфельда и геометрические, инерционные, упругие и диссипативные характеристики основных элементов конструкции адаптивных вибрационных машин. На основе полученных результатов можно синтезировать оптимальные законы управления амплитудой и частотой возмущающей силы рабочего органа дебалансного вибропровода.

**Ключевые слова:** вибрационные технологические машины, дебалансный вибропривод, математическая модель работы.

### **Zinko R.V., Lozovyy I.S., Mokrytsky R.B. The Mathematical Model of Adaptive Oscillation Technological Machine with a Debalance Vibrodrive**

The mathematical model of adaptive oscillation technological machine with a debalance vibrodrive, that will become basis of methodology of engineering calculation of equipment of such type, is designed. The model allows investigating the reaction of debalance vibrodrive, that shows up in the change of frequency and amplitude them revolving force, on elementary influences (impulsive and single), taking into account the effect of Zomerfeld and geometrical, inertia, resilient and dissipative descriptions of basic elements of construction of adaptive oscillation machines. On the basis of the obtained results the optimal laws of management amplitude and frequency of revolving force of working organ of debalance vibrodrive can be synthesized.

**Key words:** adaptive oscillation technological machine, debalance vibrodrive, equipment, revolving force.

УДК 628.517.2:699.844 Доц. С.В. Зубик, канд. техн. наук; проф. М.М. Ходан<sup>1</sup> – Університет права ім. Короля Данила Галицького, м. Івано-Франківськ

### **АРХІТЕКТУРНО-ПЛАНУВАЛЬНІ МЕТОДИ БОРОТЬБИ З ТРАНСПОРТНИМ ШУМОМ МІСТА**

Розглянуто вплив транспортного міського шуму на мешканців міста і багатопверхових будинків зокрема. Встановлено, що основним джерелом забруднення у містах є автомобільний транспорт. Автомобіль є рухомих джерелом забруднення у житлових мікрорайонах і місцях відпочинку. Вивчено характер дії міського шуму на організм людини. Запропоновано методи зниження шуму за допомогою архітектурно-планувального рішення окремих мікрорайонів міста. У практиці містобудування застосування тих або інших рішень і засобів захисту від зовнішніх міських шумів має комплексний характер.

**Ключові слова:** шум, транспорт, населення, місто, автомобіль, відпочинок, забруднення, комфорт.

Заходи щодо зниження шуму у міському середовищі і в будівлях необхідно передбачити у проектах з планування, забудови, озеленення і благоустрою на всіх стадіях проектування і будови міста.

У процесі формування генерального плану населеного пункту потрібно створювати карти шуму по магістральній мережі від передбачуваного транспортного потоку. Карти шуму (рис. 1) є кривими рівнів шуму, нанесеними на схему плану; вони характеризують зменшення рівня шуму при певній віддалі від магістралі [1]. Такі карти дають змогу раціональніше намітити заходи щодо боротьби з шумом як містобудівного, так і адміністративного характеру з організації руху міського транспорту. Промислові і комунально-складські зони, розраховані на великі вантажопотоки по транспортних магістралях, як правило, не повинні розчленовувати селітебні зони на частини і укліноватися в них. Автомобільні до-

<sup>1</sup> проф. міжнародної академії архітектури, Народний архітектор України, завідувач кафедри архітектури і містобудування