

УДК 378.6:63

І.Л. Семещук, Я.Р. Мойсієвич, В.І. Тищук

Рівненський державний гуманітарний університет

**ІННОВАЦІЇ ЩОДО РЕАЛІЗАЦІЇ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ У  
РОЗВ'ЯЗУВАННІ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ НА ЕКСТРЕМУМИ**

*Авторами розглянуто нові підходи до реалізації міжпредметних зв'язків фізики і математики з використанням сучасних ІКТ, що є важливим чинником взаємодії наук у процесі формування світогляду школярів і зростання їх пізнавальних інтересів. Мова йде про цілеспрямоване формування природничих понять при вивченні фізики на такому рівні, щоб потім їх ефективно можна було використовувати при навчанні математики.*

*Ефективність реалізації міжпредметних зв'язків фізики і математики в навчальному процесі продемонстровано на прикладі застосування програмного педагогічного засобу GRAN1 до розв'язання фізичних задач на екстремуми, та порівняння даного способу з класичним аналітичним способом їх розв'язку.*

*Запропонований підхід дозволяє зробити навчальний процес особистісно орієнтованим, таким, що розвиває пізнавальну самостійність, дає простір для проявів самодіяльності учнів, надає їм можливості набувати знання і вміння, які будуть потрібні протягом життя.*

**Ключові слова:** міжпредметні зв'язки, фізична задача, найбільше (найменше) значення функції, похідна, графік функції, педагогічний програмний засіб, комп'ютерне моделювання.

В наш час відбувається інтенсивний процес диференціації середньої школи. Він вимагає розробки і впровадження нових форм навчання, спрямованих на реалізацію сучасних тенденцій інтеграції і взаємопроникнення наук в шкільному курсі. При вирішенні цієї задачі в умовах традиційної предметної системи вивчення основ наук у школі провідна роль відводиться міжпредметним зв'язкам.

Проблема міжпредметних зв'язків, яка була започаткована у ході створення системи знань про природу та пошуках шляхів відображення цих знань у змісті навчальних предметів, привертала увагу ще Я.А. Коменського, В.Р. Песталоцці, К.Д. Ушинського. До цієї проблеми зверталися пізніше багато відомих психологів та педагогів, розвиваючи й збагачуючи її. Різні теоретичні аспекти здійснення міжпредметних зв'язків розглядалися у роботах відомих психологів: Б.Р. Ананьєва, Д.Н. Богоявленського, Е.Н. Кабанової-Меллер, Н.А. Менчинської, Ю.А. Самаріна. Подальший розвиток дана проблема отримала у працях дидактів і методистів: В.А. Гусєва, В.Д. Зверєва, І.Я. Лернера, С.Н. Максимової, А.А. Пінського, А.В. Усової, Ст. Н. Федорової, С.Н. Янцена та інших.

Актуальність проблеми міжпредметних зв'язків в наш час обумовлена рівнем розвитку науки, на якому яскраво виражена інтеграція наук одна в одну. Особливо слід звернути увагу на взаємне проникнення математики, фізики та інформатики.

Великий вплив на підвищення наукового рівня вивчення шкільної фізики може мати не тільки конкретний математичний апарат, який дозволяє строго розглянути деякі питання курсу фізики, але і загальні математичні ідеї. Мова йде про основні, фундаментальні математичні поняття, математичну культуру. Математика не тільки дає для фізики обчислювальний апарат, способи вираження фізичних законів у вигляді

елементарних алгебраїчних та тригонометричних функцій, але вона також збагачує курс фізики в ідейному відношенні, що дає змогу підвищити науковий рівень викладання шкільної фізики.

Зв'язки між курсами фізики і математики в сучасній школі можуть бути глибокими лише тоді, коли вони взаємні. Шкільна фізика має не тільки спиратися на математику, але і давати учням навчальний матеріал, який доречно використовувати для розвитку математичних знань. Це є актуальна методична проблема, на яку важливо звернути увагу вчителям фізики і математики. Мова йде не стільки про розв'язування математичних задач з фізичним змістом на уроках математики, скільки про цілеспрямоване формування природничих понять при вивченні фізики на такому рівні, щоб потім їх ефективно можна було використовувати при навчанні математики.

Процес реалізації міжпредметних зв'язків неможливий без використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). Інформатика стає базовим компонентом сучасної освіти, повноцінним загальнонауковим навчальним предметом. Вона відіграє дедалі більшу роль у житті суспільства, стає його важливим ресурсом. На сьогодні розроблено значну кількість програмних засобів, використання яких дозволяє розв'язувати за допомогою комп'ютера досить широке коло фізичних та математичних задач різних рівнів складності, що розраховані на учнів середніх навчальних закладів.

На нашу думку, найкращим способом продемонструвати ефективність реалізації міжпредметних зв'язків фізики і математики в навчальному процесі є застосування ППЗ до розв'язання фізичних задач, та порівняння даного способу із класичним аналітичним способом їх розв'язку. Одним з таких ППЗ є програма GRAN1. Позитивною стороною даного ППЗ є те, що він зорієнтований на такий спосіб використання, при якому метою учня є побудова ходу розв'язування задачі, а не лише отримання відповіді.

В якості поняття, на основі якого ми розглядаємо міжпредметні зв'язки фізики і математики з використанням сучасних ІКТ, було обрано поняття екстремуму. Прикладом зазначеного може слугувати розв'язування задач на знаходження екстремумів фізичних величин.

Програма GRAN1 дає можливість графічними методами знаходити наближені розв'язки деяких задач на знаходження найбільших чи найменших значень функцій однієї чи двох змінних на множинах, визначених деякими системами нерівностей (чи якимось іншим чином). При цьому досліджувані функції, а також функції, що визначають множину допустимих точок, можуть бути лінійними чи нелінійними, опуклими чи неопуклими.

$$\text{У загальному випадку задачу типу } \min_{x \in G} f(x), \quad G = \{x : \varphi_i(x) \leq 0, i = 1 \dots n, x \in R^n\}$$

називають задачею математичного програмування. Для наближеного відшукування найбільшого і найменшого значень функції  $y = f(x)$  на заданому проміжку  $[a, b]$  з використанням послуг програми GRAN1 досить побудувати графік залежності  $y = f(x)$  при  $x \in [a, b]$  і потім визначити координати найвищої і найнижчої точок на графіку  $y = f(x)$ .

Задача 1. Тіло масою  $m=10$  кг рухається рівномірно вздовж горизонтальної поверхні під дією сили  $F$ . Коефіцієнт тертя рівний  $\mu = 0,6$ . При якому значенні кута  $\alpha$  сила  $F$  має найменшу абсолютну величину?

Розв'язання: На тіло діють чотири сили (рис.1): сила  $\vec{F}$ , сила тяжіння  $m\vec{g}$ , сила нормальної реакції поверхні  $\vec{N}$  та сила тертя  $\vec{F}_{тр}$ . Під дією цих сил тіло рухається рівномірно і прямолінійно.

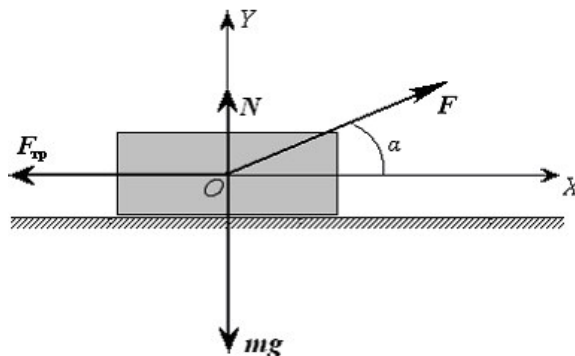


Рис.1

У проекціях на осі координат другий закон Ньютона для розглядуваного руху тіла матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} F \cdot \cos \alpha - F_{тр} = 0 \\ N + F \cdot \sin \alpha - mg = 0 \end{cases}$$

крім того  $F_{тр} = \mu \cdot N$ .

$$\text{Звідси знаходимо: } F = \frac{\mu \cdot mg}{\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha}.$$

В учнів може виникнути припущення, що для того щоб сила  $F$  була мінімальною, мотузку потрібно тягти горизонтально, тобто під кутом  $\alpha = 0^\circ$ . Проте, звертаємо увагу на те, що в випадку коли значення кута  $\alpha$  є більшим, ніж нуль, збільшення вертикальної складової сили  $\vec{F}$  зменшує тиск на опору і відповідно зменшує силу тертя  $\vec{F}_{тр}$ . Таким чином, на результат впливають два конкретні фактори.

Спочатку, для знаходження значень  $\alpha$  і  $F_{min}$ , скористаємося аналітичним методом. Функція  $F(\alpha)$  мінімальна, якщо знаменник максимальний. Позначимо його літерою  $y$ , знайдемо похідну  $y'$  відносно  $\alpha$  і прирівняємо її до нуля:

$$y' = -\sin \alpha + \mu \cos \alpha = 0.$$

Звідси,  $tg \alpha = \mu$ ,  $\alpha = arctg \mu = 0.54 \text{ рад} = 31^\circ$ . Тоді

$$F_{min} = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}.$$

Використовуючи

співвідношення

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2 \alpha + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + 1}},$$

$\sin \alpha = \frac{tg \alpha}{\sqrt{tg^2 \alpha + 1}} = \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + 1}}$ . знаходимо шукану величину:

$$F_{min} = \frac{\mu mg}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \approx 50 \text{ Н.}$$

Розв'яжемо дану задачу графічним методом з використанням GRAN1. Для цього

побудуємо графік залежності

$$F_{min} = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

При створенні об'єкту з використанням програми GRAN1 вираз буде містити два параметри, а саме:  $\mu$  (коефіцієнт тертя) та  $m$  (маса). Введемо позначення:  $\mu = P1$ ,  $m = P2$ . Замість сталої  $g$  підставляємо її значення. Вираз набуває вигляду

$$F_{min} = \frac{P1 * P2 * 9,8}{\cos \alpha + P1 * \sin \alpha}$$

На рис.2 представлено результат моделювання даної залежності. Курсор встановлюємо в точці, яка відповідає найменшому значенню змінної  $F$ . В лівій верхній частині вікна «Графік» читаємо координати цієї точки. Маємо:

$$F \approx 50 \text{ H}, \alpha = 0.54 \text{ рад} \approx 31^\circ$$

Отримуємо однаковий результат. Проте, у випадку з використанням програми GRAN1 виникають додаткові можливості для дослідження руху тіла. Можливості програми GRAN1 дозволяють, змінюючи параметри P1 та P2, дослідити як змінюватимуться значення  $\alpha$  і  $F_{min}$  при інших значеннях коефіцієнта тертя та маси тіла.

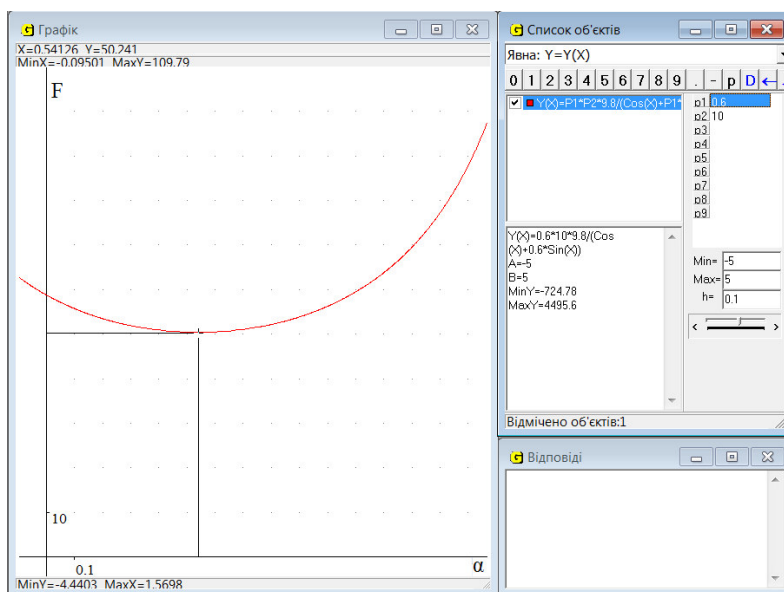


Рис. 2.

Задача 2. На горизонтальній поверхні знаходиться велика нерухома заповнена водою посудина. Через маленький отвір в її боковій стінці витікає струмінь води. На якій висоті повинен бути розміщений отвір, щоб дальність струменя була максимальною? Яка ця дальність? Висота посудини  $H$ . Тертя не враховувати.

Розв'язання:

Дальність польоту струменя рівна  $s = v_0 t$ , а висота його падіння –  $h = \frac{gt^2}{2}$ , де  $v_0 = \sqrt{2g(H - h)}$  – швидкість витікання води із отвору,  $t$  - час падіння води (рис. 3).

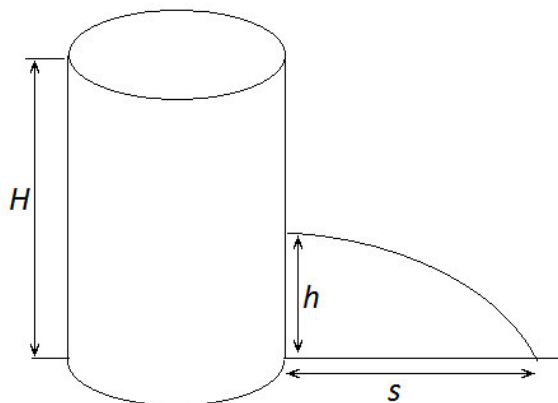


Рис. 3.

Звідси, виключивши  $t$ , отримуємо:  $s = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{h(H - h)}$ .

Дальність польоту  $s$  залежить від висоти розташування отвору  $h$ . Аналіз показує, що чим нижче розташований отвір, тим більшим є стовп води над ним і, відповідно, більшою є швидкість витікання води  $v_0$ . Отже, більшою повинна бути і дальність польоту  $s$ . Але, чим меншою є висота  $h$ , тим меншим буде час польоту  $t$ , що призводить до зменшення дальності витікання води. Тут також конкурують два фактори.

Розв'яжемо задачу аналітично. Функція  $s(h)$  максимальна, коли максимальним є підкореневий вираз. Позначимо його літерою  $y$ , візьмемо похідну  $y'$  по аргументу  $h$  і прирівняємо її до нуля:

$$y' = H - 2h = 0.$$

Звідси  $h = h_0 = \frac{H}{2}$ , а максимальна дальність  $s_{max} = H$ .

Ці ж результати можна отримати графічно. Для цього розглянемо графік функції  $s = s(h)$ . Аналогічно до попереднього випадку в програмі GRAN1 запишемо вираз  $s = 2\sqrt{h(H - h)}$  в вигляді  $s = 2\sqrt{h(P1 - h)}$ , де  $P1 = H$  – цілком певне значення висоти посудини.

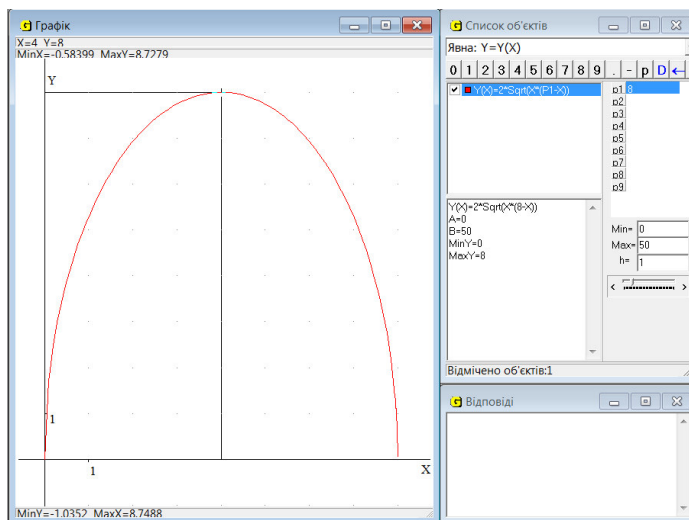


Рис. 4.

Результати моделювання подано на рис. 4. Максимальна дальність при  $P1 = H = 8 \text{ м}$  становить  $S_{max} = 8 \text{ м}$ . Висота, на якій розташований отвір,  $h = 4 \text{ м}$ . Отвір має знаходитися на висоті, що дорівнює половині висоти посудини.

Задача 3. Фокусна відстань збиральної лінзи рівна  $F=50 \text{ см}$ . Якою є мінімально можлива відстань між предметом і його дійсним відображенням?

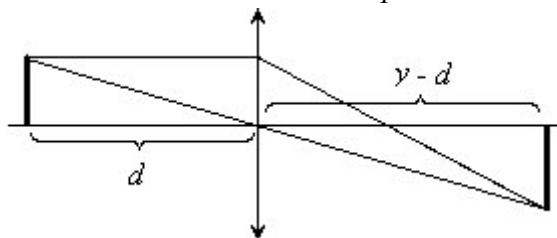


Рис. 5

Розв'язання. Позначимо відстань від предмета до лінзи  $d$ , відстань між предметом і його зображенням  $y$ .

Записавши формулу лінзи  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$  та рівність  $y = d + f$ , можна отримати  $y = \frac{d^2}{d-F}$ . Значення  $d$  і  $y$  можна визначити аналітично. Візьмемо похідну від функції  $y = f(d)$  і прирівняємо її до нуля.

$$y' = \frac{2(d - F)d - d^2}{(d - F)^2} = 0.$$

Звідси знайдемо два значення величини  $d$ :  $d_1 = 0$  і  $d_2 = 2F$ . Дійсному зображенню ( $d > F$ ) відповідає друге з них. Відповідно,  $d = d_1 = 2F$ ,

$$y = \frac{d_0^2}{d_0 - F} = 4F = 2,0 \text{ м}.$$

Для знаходження мінімальної відстані між предметом і його дійсним зображенням в тонкій лінзі можна також скористатися графічним методом. Графік залежності  $y = y(d)$  легко отримати за допомогою програми GRAN1.

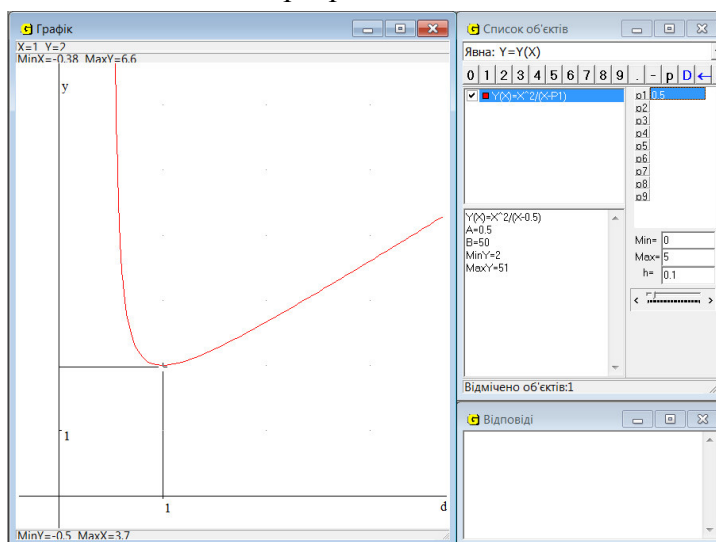


Рис. 6.

Маємо:  $y_{\min} = 2$  м. Отже, якщо відстань збиральної лінзи рівна  $F = 50$  см, тоді мінімально можлива відстань між предметом і його дійсним відображенням дорівнює 2 м.

В даному випадку застосування комп'ютерних програм дозволяє в значній мірі спростувати розв'язання фізичних задач такого типу.

Проведені дослідження дають нам підстави стверджувати, що саме такі задачі:

- сприяють посиленню пізнавальної мотивації;
- підвищують суб'єктивну значущість дослідницької діяльності в навчанні учнів;
- є цікавими для учнів;
- демонструють ефективність міжпредметних зв'язків;
- потребують застосування сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

Це дозволяє зробити навчальний процес особистісно орієнтованим, таким, що розвиває пізнавальну самостійність, дає простір для проявів самодіяльності учнів, надає їм можливості набувати знань і вмінь, які будуть потрібні протягом життя.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках фізики: Посібник для вчителів / М.І. Жалдак, Ю.К.Набочук, І.Л. Семешук – Костопіль, РОСА, 2005. – 228с.
2. Тищук В.І. Інноваційні процеси в методиці навчання фізики / В.І. Тищук, О.В.Сергеев // Наукові записки Рівненського педінституту: зб. наук. праць. Випуск 2. - Рівне:РДПІ, 1997р.- С.4-12.
3. Тищук В.І. Використання комп'ютерних математичних моделей для дослідження руху небесних тіл в обмеженій задачі трьох тіл / В.І. Тищук, І.Л.Семешук, В.О. Мислінчук // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск X: в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – т.2: Теорія та методика навчання фізики – С.125-131.
4. Тищук В.І. Вивчення властивостей електростатичного поля з використанням інформаційно-комунікаційних технологій / В.І. Тищук, І.Л.Семешук, В.О. Мислінчук // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №5. Педагогічні науки: реалії та перспективи – Випуск 48 : зб.наук.праць / за ред.проф. В.Д.Сиротюка – К.: НПУ імені М.П.
5. Семешук І.Л. Інноваційний підхід до вивчення ефекту Доплера з використанням комп'ютерних математичних моделей / І.Л. Семешук, В.І.Тищук, О.Г. Гук // Наукові записки.– Випуск 7 – Серія: Проблеми методики фізико-математичної та технологічної освіти. Частина 2. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. – 2015. – 300с. – С. 227 – 234.

**I.L. Semeshchuk, J.R. Moisevich, V.I. Tishchuk**

*Rivne state humanitarian University*

### **INNOVATIONS IN REALIZATION OF INTERSUBJECT COMMUNICATIONS IN SOLVING PHYSICAL PROBLEMS ON EXTREMA**

*The authors consider new approaches to realization of intersubject communications of physics and mathematics with the use of modern ICT, which is an important factor in the interaction of Sciences in the process of formation of Outlook of the pupils and increase their cognitive interests.*

*It is not so much about solving mathematical problems with physical content in mathematics lessons, how much about purposeful formation of natural-science concepts in the study of physics at this level, then they effectively can be used in teaching mathematics.*

*Efficiency of realization of intersubject links of physics and mathematics in the educational process demonstrated on the example of the application of pedagogical software tools GRANI to the solution of physical problems at the extremes, and comparison of this method with the classical analytical method of solving them.*

*The proposed approach allows to make educational process of personality-oriented, that develops cognitive autonomy, creates conditions for the manifestation of Amateur students, promotes the acquisition of knowledge and skills that will be needed in life.*

**Keywords:** *intersubject communications, the physical task is the greatest (smallest) value of a function, derivative, graph of functions, educational software tool, computer simulation.*

**И.Л.Семещук, Я.Р.Мойсевич, В.И.Тищук**

*Ровенский государственный гуманитарный университет*

### **ИННОВАЦИИ ПО РЕАЛИЗАЦИИ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ В РЕШЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ЭКСТРЕМУМЫ**

*Авторами рассмотрены новые подходы к реализации межпредметных связей физики и математики с использованием современных ИКТ, что является важным фактором взаимодействия наук в процессе формирования мировоззрения школьников и роста их познавательных интересов. Речь идет не столько о решении математических задач с физическим содержанием на уроках математики, сколько о целенаправленном формировании естественнонаучных понятий при изучении физики на таком уровне, чтобы потом их эффективно можно было использовать при обучении математике.*

*Эффективность реализации межпредметных связей физики и математики в учебном процессе продемонстрировано на примере применения педагогического программного средства GRANI к решению физических задач на экстремумы, и сравнения данного способа с классическим аналитическим способом их решения. Предложенный подход позволяет сделать учебный процесс личностно ориентированным, таким, что развивает познавательную самостоятельность, создает условия для проявления самостоятельности учащихся, способствует в приобретении знаний и умений, которые будут нужны в жизни.*

**Ключевые слова:** *межпредметные связи, физическая задача, наибольшее (наименьшее) значение функции, производная, график функции, педагогическое программное средство, компьютерное моделирование.*

### **ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ**

**Семещук Ігор Лаврентійович**, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри методики викладання фізики і хімії Рівненського державного гуманітарного педагогічного університету.

*Коло наукових інтересів:* комп'ютерне математичне моделювання фізичних процесів, інновації у навчальному процесі з фізики.

**Тищук Віталій Іванович**, професор, кандидат педагогічних наук, завідувач кафедри методики викладання фізики і хімії Рівненського державного гуманітарного університету.

*Коло наукових інтересів:* теорія і методика фізичного навчального експерименту, інновації у навчальному процесі з фізики.

**Мосієвич Яна Русланівна**, магістрант Рівненського державного гуманітарного університету.

*Коло наукових інтересів:* методика навчання фізики і математики.