

УДК615.47:616-073

Н.І. ЗАБОЛОТНА, В.В. ШОЛОТА, Ю.Ю. ЛЕВАНДОВСЬКА, О.Д. ВЕРБОВЕЦЬКА

## МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ МЮЛЛЕР-МАТРИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ БАГАТОШАРОВИХ ПОЛІКРИСТАЛІЧНИХ МЕРЕЖ З ДЕТЕРМІНОВАНИМИ РОЗПОДІЛАМИ ОРІЄНТАЦІЙНИХ ТА ФАЗОВИХ ПАРАМЕТРІВ

*Вінницький національний технічний університет,  
Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021, Україна,  
E-mails: Natalia.zabolotna@gmail.com, vsholota@gmail.com*

**Анотація.** Розглянуто Мюллер-матричне моделювання оптико-анізотропних властивостей багатошарових біологічних тканин з детермінованими розподілами орієнтаційних та фазових параметрів. Проведено комплексний статистичний, кореляційний та фрактальний аналіз отриманих Мюллер-матричних зображень. Запропоновано критерії диференціації оптичних властивостей багатошарових полікристалічних мереж біологічних тканин.

**Аннотация.** Рассмотрено Мюллер-матричное моделирование оптико-анизотропных свойств многослойных биологических тканей с детерминированными распределениями ориентационных и фазовых параметров. Проведен комплексный статистический, корреляционный и фрактальный анализ полученных Мюллер-матричных изображений. Предложены критерии дифференциации оптических свойств многослойных поликристаллических сетей биологических тканей.

**Abstract.** Modeling of optiko-anisotropic properties of multilayered biological fabrics with the determined distributions orientation and фазових parameters is considered Müller-matrix. It is spent complex statistical, correlation and фрактальний the analysis of the images received Müller-matrix. Criteria of differentiation of optical properties of multilayered polycrystalline networks of biological fabrics are offered.

**Ключові слова:** багатошарова тканина, Мюллер-матричне зображення, статистичний, кореляційний, фрактальний аналіз, полікристалічна мережа.

### ВСТУП

Серед широкого кола питань оптики світлорозсіюючих середовищ широкого розповсюдження набули підходи із застосуванням когерентного, поляризованого випромінювання [1-2]. Узагальненням поляризаційної оптики є вектор – параметричний або Мюллер – матричний аналіз [3-5].

Матричні методи, що найбільш повно характеризують оптичну анізотропію фазово-неоднорідних об'єктів знайшли широке розповсюдження у біології і медицині і сформували новий напрям - лазерна поляриметрія оптико-анізотропної складової біологічних тканин [6-9]. Згідно основних положень такого діагностичного підходу [6-9] припускають, що біологічна тканина сформована двокомпонентною аморфно-кристалічною структурою. Кристалічна компонента являє собою архітектонічну сітку, що складається з коаксіальних циліндричних протеїнових (колаген, міозин, еластин та ін.) фібрил, які володіють властивостями одноосних двопротенезаломлюючих кристалів.

Дана модель виявилася ефективною у знаходженні взаємозв'язків між набором статистичних моментів 1-4 порядків, що характеризують розподіли напрямів оптичних осей та фазових зсувів сіток протеїнових фібрил оптичного тонкого (коефіцієнт ослаблення  $\tau \leq 0,01$ ) шару біологічної тканини та сукупністю відповідних статистичних моментів, які характеризують розподіли елементів матриці Мюллера [6 – 9]. Окрім цього, у наближенні одноразового розсіяння знайдено взаємозв'язок між ієрархічною геометрією будови архітектоніки шару біологічної тканини та ступенем самоподібності (фрактальний, мультифрактальний або статистичний) двовимірних розподілів елементів матриці Мюллера [7, 10]. На цій основі сформульовані критерії, які виявилися ефективними у ранній діагностиці м'язової дистрофії, передракових станів сполучної тканини, колагенозів та ін. [11-13].

Аналітичним основам Мюллер-матричного томографування багатошарових полікристалічних мереж з випадково розподіленими орієнтаційними і фазовими параметрами присвячені роботи [14,15], в яких для аналізу Мюллер-матричних зображень (ММЗ) застосовується відповідно статистичний підхід [14] та кореляційний і фрактальний підходи [15].

Дана робота спрямована на пошук та аналітичне обґрунтування комплексу взаємозв'язків між статистичними, кореляційними і фрактальними підходами до Мюллер – матричного аналізу процесів світлорозсіяння багатошаровими структурованими полікристалічними мережами, на основі якого можуть бути створені нові методи і системи діагностики структури складних сіток двопротене-

заломлюючих біологічних структур.

**МОДЕЛЮВАННЯ ММЗ БАГАТОШАРОВИХ БІОЛОГІЧНИХ ТКАНИН ЯК ПОЛІКРИСТАЛІЧНИХ МЕРЕЖ ІЗ ДЕТЕРМІНОВАНИМИ РОЗПОДІЛАМИ ОРІЄНТАЦІЙНИХ ТА ФАЗОВИХ ПАРАМЕТРІВ**

Даний тип біологічних об'єктів притаманний морфологічній структурі широкого різноманіття фізіологічних органів людини, що являють собою суперпозицію шарів сполучної, м'язової, епітеліальної та нервової тканини.

Відомо [6-8], що поляризаційні властивості сіток протеїнових фібрил характеризуються матрицею Мюллера (ММЗ), елементи якої для оптично одноосного двопронезаломлюючого кристалу мають вигляд

$$f_{ik}(\rho, \delta) = \begin{cases} f_{22} = \cos^2 2\rho + \sin^2 2\rho \cos \delta; \\ f_{23;32} = \cos 2\rho \sin 2\rho (1 - \cos \delta); \\ f_{33} = \sin^2 2\rho + \cos^2 2\rho \cos \delta; \\ f_{34;43} = \pm \cos 2\rho \sin \delta; \\ f_{24;42} = \pm \sin 2\rho \sin \delta; \\ f_{44} = \cos \delta. \end{cases} \quad (1)$$

де  $\rho$  - напрямок оптичної осі укладання двопронезаломлюючої фібрили;  $\delta = 2\pi/\lambda \Delta n d$  - фазовий зсув між ортогональними складовими амплітуди лазерної хвилі довжиною  $\lambda$ , що проходить крізь фібрилу з лінійним розміром геометричного перерізу  $d$  та показником двопронезаломлення  $\Delta n$ .

Сукупність елементів матриці Мюллера  $(f_{ik})_j$  архітектонічної сітки біологічних кристалів парціального шару модельної тканини для  $N$  двопронезаломлюючих кристалів визначають як [6-8]

$$\bar{f}_{ik} = \sum_{u=1}^N \sum_{u=1}^N f_{ik}(\rho_u, \delta_u) \quad (2)$$

Головні відмінності оптичних властивостей окремих парціальних шарів ( $j$ ) такого структурованого об'єкту полягають у різному двопронезаломленні ( $\Delta n$ ) речовини протеїнових фібрил, а також у різних розподілах ( $Q, W$ ) їх орієнтаційних ( $\rho$ ) і фазових ( $\delta$ ) параметрів [6-8]

$$\begin{cases} \Delta n_j \neq \Delta n_{j+1}; \\ Q_j(\rho) \neq Q_{j+1}(\rho); \\ W_j(\delta) \neq W_{j+1}(\delta). \end{cases} \quad (3)$$

Виходячи з цього, поляризаційні властивості таких оптико анізотропних об'єктів можна описати добутком парціальних Мюллер - матричних операторів, значення елементів в яких визначаються за співвідношеннями (1), (2) з урахуванням індивідуальних розподілів  $Q(\rho)$  і  $W(\delta)$  параметрів мереж біологічних кристалів в межах кожного парціального шару. Так, у випадку двошарової біологічної тканини маємо:

$$\{F\} = \{Y\}\{X\}. \quad (4)$$

До таких об'єктів відносяться такі широко розповсюджені реальні біологічні структури: "шкіра – м'язова тканина", "м'язова тканина - кістка", "епітелій – сполучна тканина" – стравохід і кишківник, "м'язова тканина – сполучна тканина" – органи жіночої репродуктивної сфери і багато ін.

В розгорнутому вигляді елементи матричного оператора (4) записуються так:

$$f_{ik}(\rho_x, \rho_y, \delta_x, \delta_y) = \begin{cases} f_{22} = y_{22}x_{22} + y_{23}x_{32} + y_{24}x_{42}; \\ f_{23} = y_{22}x_{23} + y_{23}x_{33} + y_{24}x_{43}; \\ f_{32} = y_{32}x_{22} + y_{33}x_{32} + y_{34}x_{42}; \\ f_{33} = y_{32}x_{23} + y_{33}x_{33} + y_{34}x_{43}; \\ f_{34} = y_{32}x_{24} + y_{33}x_{34} + y_{34}x_{44}; \\ f_{43} = y_{42}x_{23} + y_{43}x_{33} + y_{44}x_{43}; \\ f_{24} = y_{22}x_{24} + y_{23}x_{34} + y_{24}x_{44}; \\ f_{42} = y_{42}x_{22} + y_{43}x_{32} + y_{44}x_{42}; \\ f_{44} = y_{42}x_{24} + y_{43}x_{34} + y_{44}x_{44}. \end{cases} \quad (5)$$

Аналіз співвідношень (5) показує, що оптичні властивості анізотропної складової двошарової структурованої мережі ( $f_{ik}$ ) описуються суперпозицією орієнтаційних і фазових параметрів полікристалічних мереж окремих парціальних шарів ( $x_{ik}(\rho_x, \delta_x); y_{ik}(\rho_y, \delta_y)$ ). Проте, система рівнянь (5) допускає однозначний розв'язок "прямої" задачі – знаходження сукупності елементів матриці Мюллера, що описують поляризаційні властивості двошарової структурованої мережі, за відомими оптико-геометричними параметрами мереж біологічних кристалів її парціальних шарів.

Строгий розв'язок оберненої задачі - виявлення орієнтаційно-фазової структури сітки біологічних кристалів внутрішнього шару ( $x_{ik}$ ) на фоні зовнішнього ( $y_{ik}$ ) - на основі співвідношень (5) є математично некоректним і фізично неоднозначним.

Тому актуальним є розробка сукупності наближених, модельних методів розв'язання такої діагностичної задачі шляхом використання взаємопов'язаних статистичних, кореляційних, фрактальних, підходів до аналізу процесів перетворення лазерного випромінювання багатошаровими мережами біологічних кристалів.

В якості об'єктів дослідження розглядалися модельні об'єкти трьох типів:

- система (кількість  $N = 55$ ) впорядкованих прямолінійних двопронезаломлюючих ( $\Delta n = 1,5 \times 10^{-3}$ ) циліндрів з діаметром  $\otimes = 50 \mu m$  в одному шарі;
- система ( $N = 55$ ) криволінійних (колоподібних  $R = 500 \mu m$ ) оптико-анізотропних ( $\Delta n = 1,5 \times 10^{-3}$ ) циліндрів з діаметром  $\otimes = 50 \mu m$  в іншому шарі.
- двошарова система послідовно розташованих сіток "прямолінійних" – "криволінійних" двопронезаломлюючих циліндрів.

Даний вибір об'єктів дозволяє достатньо повно шляхом комп'ютерного моделювання описати і проаналізувати поляризаційні властивості різноманітні реальних біологічних кристалів, які формують фібрилярну структуру позаклітинної матриці всіх основних типів тканин людини [6]. Так, впорядковані (прямолінійні) системи протеїнових фібрил формують волокна та пучки м'язової тканини, трабекул кісткової тканини та ін. [16] Криволінійні фібрили є складовими елементами архітектонічної сітки найбільш розповсюдженої біологічної тканини – сполучної [17]. Комбінація таких різнотипних шарів біологічних кристалів дозволяє моделювати поляризаційні властивості різноманітних тканин фізіологічних органів людини.

На рис.1 представлені теоретично обчислені координатні розподіли матричних елементів сіток циліндричних одноосних кристалів всіх типів:  $x_{ik}$  - лівий;  $y_{ik}$  - центральний;  $f_{ik}$  - правий стовпчики, відповідно.

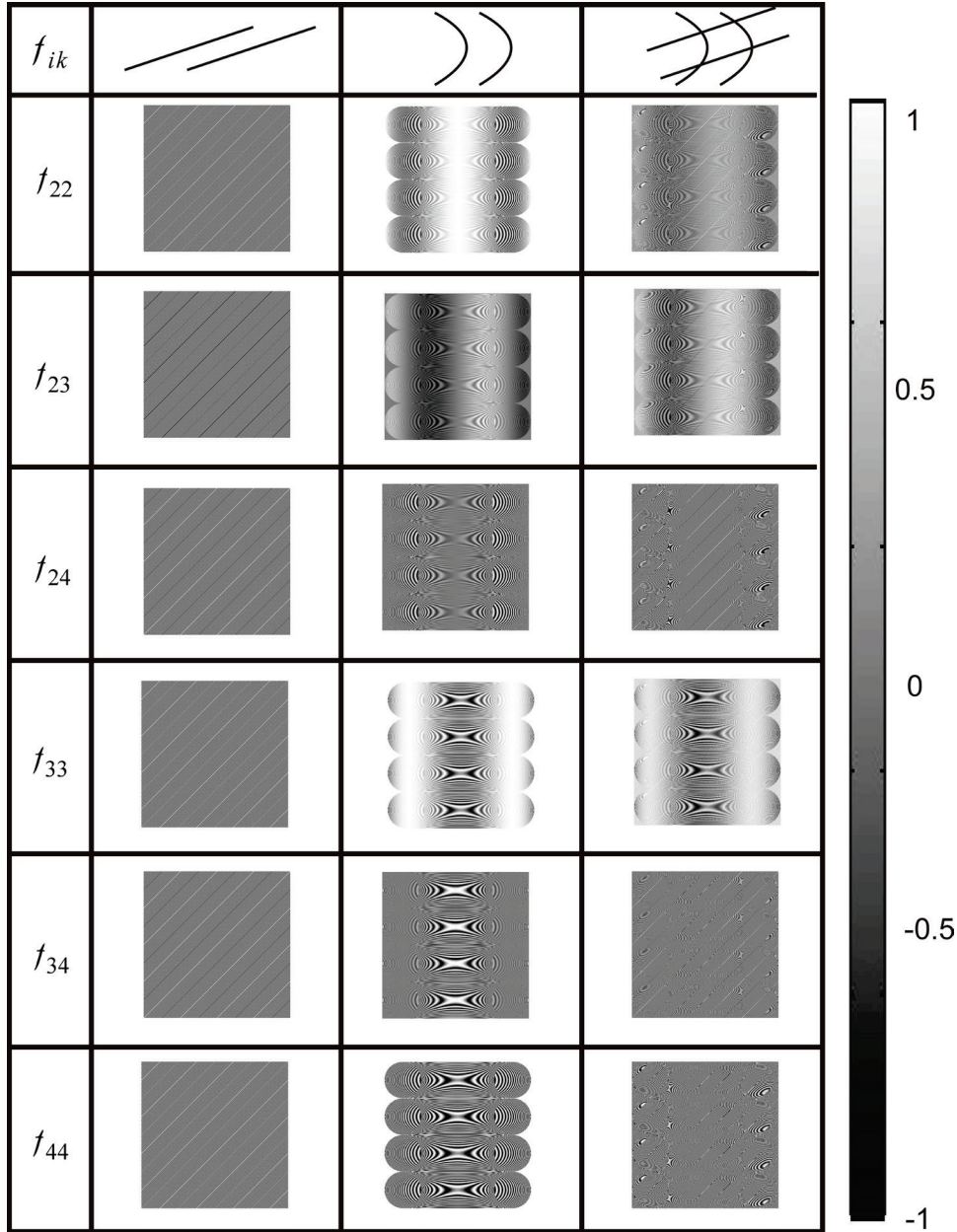


Рис. 1. Координатні розподіли елементів матриці Мюллера різних типів мереж впорядкованих двопрорезаломлюючих циліндрів

Обчислення елементів  $x_{ik}$  і  $y_{ik}$  проводилося з використанням співвідношень (1) в яких:

– напрямок оптичної осі ( $\rho$ ) біологічного кристалу в кожній точці  $(X, Y)$  шару співпадає з напрямком укладання прямокутних циліндрів або визначається кутом дотичної в кожній точці колоподібного циліндру;

– величина фазового зсуву  $\delta = 2\pi/\lambda \Delta n d$  обчислювалась для значень геометричних розмірів  $d(X, Y)$ , зміна яких визначалась результатом перетину коаксіального циліндру площиною падіння лазерної хвилі.

Обчислення елементів  $f_{ik}$  матриці Мюллера двошарової двопрорезаломлюючої сітки здійснювалось у відповідності із системою рівнянь (5).

За аналогією з підходом, розробленим у [7], всю сукупність елементів матриці Мюллера  $f_{ik}(X, Y)$  двопрорезаломлюючої складової БТ умовно розділимо на дві групи – “орієнтаційні” ( $f_{22,23,32,33}$ ), що переважно характеризують вплив напрямів оптичних осей біологічних кристалів на

зміну азимута поляризації опромінюючої хвилі та “фазові” ( $f_{24,42,34,43,44}$ ), які описують взаємні перетворення лінійних станів поляризації в еліптичні і, навпаки.

Аналіз Мюллер - матричних зображень (ММЗ) модельних сіток оптично одноосних циліндричних кристалів виявив:

Сукупність ММЗ елементів  $f_{ik}(X, Y)$  всіх типів двопронезаломлюючих сіток

$$\begin{cases} x_{ik} [\rho_x(X, Y) = const; \delta_x(X, Y)]; \\ y_{ik} [\rho_y(X, Y); \delta_y(X, Y)]; \\ f_{ik} [\rho_x(X, Y); \rho_y(X, Y); \delta_x(X, Y); \delta_y(X, Y)] \end{cases}$$

характеризується індивідуальними координатними розподілами власних значень.

Координатна структура ММЗ сукупності елементів  $\{x_{ik} [\rho_x(X, Y) = const; \delta_x(X, Y)]; y_{ik} [\rho_y(X, Y); \delta_y(X, Y)]\}$  парціальних шарів кристалічних сіток симетрична відносно ортогональних напрямів  $OX, OY$ .

Для ММЗ двошарової сітки двопронезаломлюючих циліндрів  $f_{ik} [\rho_x(X, Y); \rho_y(X, Y); \delta_x(X, Y); \delta_y(X, Y)]$  характерна асиметрична структура.

Переважає вплив орієнтацій оптичних осей  $\rho_y(X, Y)$  сукупності криволінійних циліндрів на поляризаційні властивості двошарової системи виявляється у координатних розподілах її “орієнтаційних” матричних елементів  $f_{22,32,23} [\rho_x(X, Y); \rho_y(X, Y); \delta_x(X, Y); \delta_y(X, Y)]$ .

Для оптико анізотропних властивостей двошарової кристалічної сітки, що визначаються сукупністю ММЗ “фазових” елементів  $f_{24,34,44} [\rho_x(X, Y); \rho_y(X, Y); \delta_x(X, Y); \delta_y(X, Y)]$ , характерна “перевага” поляризаційних властивостей, що описуються сукупністю елементів матриці Мюллера  $x_{ik} [\rho_x(X, Y) = const; \delta_x(X, Y)]$  сітки прямолінійних циліндричних кристалів.

### СТАТИСТИЧНИЙ, КОРЕЛЯЦІЙНИЙ І ФРАКТАЛЬНИЙ ПІДХОДИ ДО АНАЛІЗУ КООРДИНАТНИХ РОЗПОДІЛІВ ЕЛЕМЕНТІВ МАТРИЦІ МЮЛЛЕРА ПОЛІКРИСТАЛІЧНИХ МЕРЕЖ

Для кількісної оцінки розподілів елементів ( $x_{ik}, y_{ik}, f_{ik}$ ) матриці Мюллера структурованих полікристалічних мереж нами введена їх кількісна оцінка на основі визначення набору їх статистичних моментів 1-го – 4-го порядків [7,8]

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (|f_{ik}|)_j; M_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (f_{ik}^2)_j}; \\ M_3 &= \frac{1}{M_2^3} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (f_{ik}^3)_j; M_4 = \frac{1}{M_2^2} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (f_{ik}^4)_j, \end{aligned} \quad (6)$$

Для кількісної характеристики автокореляційних залежностей  $K_{ik}(\Delta x)$  нами введена наступна група параметрів [7,8]:

– кореляційна площа

$$S = \int_0^{x_0} K_{ik}(\Delta x) d(\Delta x); \quad (7)$$

– кореляційні моменти, який характеризують півширину і ступінь “гостроти” функції автокореляції

$$Q_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (K_{ik}^2)_j}; \quad (8)$$

$$Q_4 = \frac{1}{M_2^2} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (K_{ik}^4)_j. \quad (9)$$

Фрактальний аналіз розподілів елементів  $f_{ik}$  матриці Мюллера багатозарових двопронезаломлюючих сіток полягає у такій послідовності дій [7, 8,10]:

- розраховувалися автокореляційні функції  $K(\Delta x)$  і знаходилися відповідні спектри потужності  $PSD(f_{ik})$  розподілів матричних елементів  $f_{ik}$ ;
- обчислювалися log-log залежності спектрів потужності  $\log PSD(f_{ik}) - \log(\nu)$  розподілів випадкових величин  $f_{ik}$ ;
- залежності  $\log PSD(f_{ik}) - \log(\nu)$  апроксимувалися методом найменших квадратів у криві  $\Phi(f_{ik})$ , для прямих ділянок яких визначалися кути нахилу  $\eta_i$  і обчислювалися величини фрактальних розмірностей множин величин матричних елементів  $f_{ik}$  за співвідношенням

$$D(f_{ik}) = 3 - tg \eta_i. \quad (10)$$

Класифікація ступеня самоподібності розподілів матричних елементів  $f_{ik}$  проводилась згідно з такими критеріями [7, 18]:

- розподіли  $f_{ik}$  - фрактальні за умови лінійного характеру залежності  $\Phi(f_{ik})$  ( $\eta = const$ ) для 2-3 – декад розмірів  $d$  структурних елементів кристалічної сітки;
- розподіли  $f_{ik}$  - стохастичні або мультифрактальні за умови наявності декількох постійних кутів нахилу  $\Phi(f_{ik})$ ;
- розподіли  $f_{ik}$  - випадкові при умові відсутності стабільних кутів нахилу  $\Phi(f_{ik})$  у всьому інтервалі розмірів  $d$ .

Для кількісної оцінки розподілів логарифмічних залежностей  $\log PSD(f_{ik}) - \log(\nu)$  нами введена їх статистична оцінка на основі визначення набору їх статистичних (в подальшому спектральних  $J_{k=1;2;3;4}$ ) моментів згідно співвідношень (8).

### СТАТИСТИЧНА, КОРЕЛЯЦІЙНА І ФРАКТАЛЬНА СТРУКТУРА ММЗ ПОЛІКРИСТАЛІЧНИХ ДВОПРОМЕНЕЗАЛОМЛЮЮЧИХ СІТОК

На рис.2 приведені ММЗ (лівий стовпчик) двопронезаломлюючих сіток прямолінійних, колоподібних і змішаних “прямолінійно - криволінійних” циліндрів; автокореляційні функції розподілів  $f_{ik}(X, Y)$  (центральна колонка) та Log-log залежності (права колонка) їх спектрів потужності.

Аналіз статистичних параметрів, які характеризують поляризаційні властивості сіток двопронезаломлюючих циліндрів виявив (таблиці 1-3), що Мюллер - матричні зображення сукупності елементів  $f_{ik}(X, Y)$  двопронезаломлюючих сіток всіх типів характеризуються індивідуальними наборами значень всіх статистичних ( $M_{k=1;2;3;4}$ ), кореляційних ( $S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$ ) і фрактальних ( $J_{k=1;2;3;4}$ ) параметрів. У таблицях 1–3 приведені кількісні значення статистичних ( $M_{k=1;2;3;4}$ ), кореляційних ( $S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$ ) і фрактальних ( $J_{k=1;2;3;4}$ ) параметрів, які характеризують координатні розподіли елементів  $f_{ik}(X, Y)$  матриці Мюллера різних типів структурованих полікристалічних двопронезаломлюючих мереж.

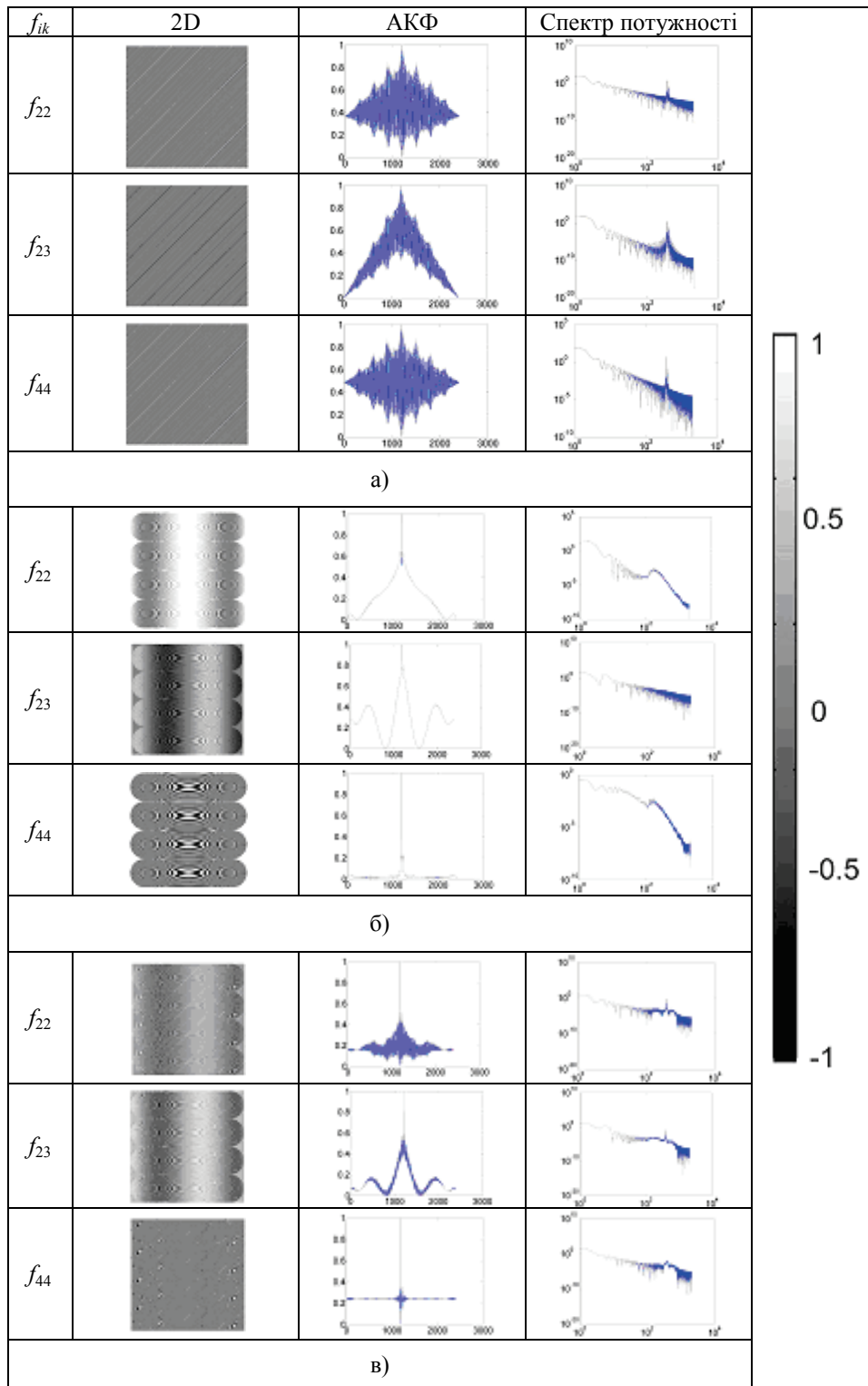


Рис. 2. Приклади координатних розподілів матричних елементів  $f_{ik}$  мереж двопронезаломлюючих циліндрів, автокореляційні функції  $K_{ik}(\Delta x)$  та логарифмічні залежності  $\log PSD(f_{ik}) - \log(\nu)$  спектрів потужності розподілів їх значень: а) мереж прямолінійних циліндрів; б) мереж колоподібних циліндрів; в) мереж прямолінійних – колоподібних циліндрів

Таблиця 1.

Статистичні ( $M_{k=1;2;3;4}$ ), кореляційні ( $S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$ ) і фрактальні ( $J_{k=1;2;3;4}$ ) параметри координатних розподілів  $f_{ik}(m \times n)$  елементів  $M_{k=1;2;3;4}$  матриці Мюллера шару прямолінійних двоприменезаломлюючих циліндрів

$f_{ik}$	$f_{22}$	$f_{23}$	$f_{24}$	$f_{33}$	$f_{34}$	$f_{44}$
$M_1$	0,26	0,22	0,37	0,73	0,09	0,13
$M_2$	0,28	0,09	0,05	0,03	0,12	0,26
$M_3$	0,34	0,33	0,29	0,14	0,57	0,14
$M_4$	1,41	1,47	1,99	1,01	1,54	0,57
$S$	0,13	0,12	0,16	0,25	0,07	0,095
$Q_2$	1,18	1,45	1,62	2,27	0,81	1,05
$Q_4$	1,55	1,88	2,38	2,75	1,39	1,41
$J_1$	0,79	0,72	0,83	0,77	0,79	0,79
$J_2$	0,29	0,31	0,34	0,35	0,34	0,37
$J_3$	0,11	0,15	0,18	0,1	0,09	0,075
$J_4$	0,14	0,175	0,21	0,12	0,105	0,095

Аналіз одержаних даних про статистичну, кореляційну і фрактальну структуру розподілів елементів матриці Мюллера двоприменезаломлюючої сітки прямолінійних циліндрів виявив:

– “індивідуальність” значень сукупності статистичних  $M_{k=1;2;3;4}$  і кореляційних  $S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$  параметрів координатних розподілів значень “орієнтаційних” ( $f_{22,23,32,33}$ ), що переважно характеризують вплив напрямів оптичних осей парціальних кристалів на зміну азимута поляризації опромінюючої хвилі та “фазових” ( $f_{24,42,34,43,44}$ ) елементів матриці Мюллера, які описують взаємні перетворення лінійних станів поляризації в еліптичні і, навпаки;

– діапазони зміни діагностично чутливих до переважного напрямку орієнтації оптичних осей двоприменезаломлюючих кристалів статистичних (дисперсія  $M_2$  - 9 разів; асиметрія  $M_3$  - 3 рази) і кореляційних (кореляційна площа  $S$  - 4 рази; кореляційні моменти 2-го порядку  $Q_2$  - 2,8 рази і 4-го порядку  $Q_4$  - 2 рази) параметрів, які характеризують координатні розподіли  $f_{ik}(X, Y)$ ;

– набір спектральних статистичних моментів  $J_{k=1;2;3;4}$ , які характеризують розподіли екстремумів логарифмічних залежностей  $\text{Log}[f_{ik}(X, Y)] - \log \nu$  спектрів потужності фрактальних координатних розподілів елементів  $f_{ik}(X, Y)$  матриці Мюллера володіє достатньо стабільними значеннями, що змінюються у межах 10% - 25%.

Аналіз одержаних даних про статистичну, кореляційну і фрактальну структуру розподілів елементів матриці Мюллера двоприменезаломлюючої сітки криволінійних циліндрів показав:

– різке зростання “індивідуальних” діапазонів зміни значень сукупності статистичних  $M_{k=1;2;3;4}$  і кореляційних  $S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$  параметрів координатних розподілів значень “орієнтаційних” ( $f_{22,23,32,33}$ ) і “фазових” ( $f_{24,42,34,43,44}$ ) елементів матриці Мюллера;

– зростання діапазонів зміни статистичних моментів складає до 6 разів, а варіації значень - середнє  $M_1$  до одного порядку, дисперсія  $M_2$  - 4 рази; асиметрія  $M_3$  - 3,2 рази; ексцес  $M_4$  - 2 - рази);

– зміни кореляційної площі  $S$  - до двох порядків величини; кореляційні моменти 2-го порядку  $Q_2$  - до 20 разів і 4-го порядку  $Q_4$  - до 9 разів;

– суттєву чутливість до орієнтаційної структури полікристалічної сітки набору спектральних статистичних моментів 3-го і 4-го порядків, які характеризують розподіли екстремумів логарифмічних



залежностей  $\text{Log}[f_{ik}(X, Y)] - \log v$  спектрів потужності координатних розподілів елементів  $f_{ik}(X, Y)$  матриці Мюллера, і володіють значними діапазонами зміни власних значень, - асиметрія  $J_3$  до 10 разів, ексцес  $J_4$  до 9 разів.

Таблиця 2.

Статистичні ( $M_{k=1;2;3;4}$ ), кореляційні ( $S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$ ) і фрактальні ( $J_{k=1;2;3;4}$ ) параметри координатних розподілів  $f_{ik}(m \times n)$  елементів матриці Мюллера шару колоподібних двоприменезаломлюючих циліндрів

$f_{ik}$	$f_{22}$	$f_{23}$	$f_{24}$	$f_{33}$	$f_{34}$	$f_{44}$
$M_1$	0,48	0,24	0,07	0,57	0,043	0,1
$M_2$	0,32	0,09	0,35	0,27	0,21	0,16
$M_3$	0,34	0,33	0,29	0,14	0,57	0,14
$M_4$	5,34	2,87	3,07	6,32	3,24	2,65
$S$	0,19	0,21	0,01	0,2	0,015	0,001
$Q_2$	0,23	1,04	3,96	0,94	3,59	4,03
$Q_4$	1,77	3,53	10,73	2,95	8,78	9,44
$J_1$	0,83	0,74	0,81	0,71	0,89	0,91
$J_2$	0,39	0,21	0,33	0,17	0,22	0,33
$J_3$	1,65	0,17	0,96	0,14	0,58	0,74
$J_4$	0,98	0,13	0,72	0,115	0,67	0,89

Таблиця 3.

Статистичні ( $M_{k=1;2;3;4}$ ), кореляційні ( $S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$ ) і фрактальні ( $J_{k=1;2;3;4}$ ) параметри координатних розподілів  $f_{ik}(m \times n)$  елементів матриці Мюллера двошарової сітки “прямолінійно - колоподібних” двоприменезаломлюючих циліндрів

$f_{ik}$	$f_{22}$	$f_{23}$	$f_{24}$	$f_{33}$	$f_{34}$	$f_{44}$
$M_1$	0,29	0,18	0,05	0,43	0,05	0,08
$M_2$	0,32	0,09	0,35	0,27	0,25	0,32
$M_3$	0,51	0,41	0,33	0,19	0,61	0,16
$M_4$	4,28	2,18	2,57	4,37	2,62	2,55
$S$	0,19	0,15	0,015	0,165	0,013	0,008
$Q_2$	0,16	0,74	2,56	0,79	3,15	3,21
$Q_4$	1,41	2,15	6,37	2,09	5,88	7,62
$J_1$	0,81	0,77	0,8	0,73	0,84	0,82
$J_2$	0,32	0,2	0,28	0,13	0,21	0,29
$J_3$	0,73	0,15	0,79	0,12	0,48	0,58
$J_4$	0,59	0,11	0,56	0,1	0,42	0,74

З аналізу набору статистичних, кореляційних і фрактальних параметрів, які характеризують структуру розподілів елементів матриці Мюллера двошарової двоприменезаломлюючої сітки випливає:

- зміни всього набору індивідуальна чутливість всіх статистичних  $M_{k=1;2;3;4}$ , кореляційних

$S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$  і фрактальних  $J_{k=1;2;3;4}$  параметрів координатних розподілів значень “орієнтаційних” ( $f_{22,23,32,33}$ ) і “фазових” ( $f_{24,42,34,43,44}$ ) елементів матриці Мюллера до особливостей структури двошарового структурованого полікристалічного об’єкту;

– діапазони зміни всього набору статистичних моментів  $M_{k=1;2;3;4}$  лежать у межах від 2 до 8 разів;

– діапазони зміни набору кореляційних параметрів  $S$ ;  $Q_2$ ;  $Q_4$  лежать у межах від 4 до 20 разів;

– діапазони статистичних спектральних моментів  $J_{k=1;2;3;4}$  лежать у межах від 2,5 до 8,5 разів

### ВИСНОВКИ

Запропонована модель поляризаційних властивостей багатошарових структурованих полікристалічних мереж на основі методу суперпозиції матричних операторів Мюллера для описання параметрів анізотропії парціальних оптично одноосних двоприменезаломлюючих кристалів. Така модель є розширенням аналітичних уявлень про зміни поляризаційних параметрів лазерного випромінювання, що розповсюджується у випадкових анізотропних середовищах [1 - 5], а також узагальнює на випадок багатошарової структури модель оптичного тонкого двокомпонентного біологічного шару, що розроблена у [6 - 8].

На основі комплексного статистичного, кореляційного і фрактального підходу до аналізу методу Мюллер – матричного томографування багатошарових структурованих полікристалічних мереж тканин виявлено взаємозв’язки між тенденціями зміни величин набору статистичних, кореляційних і фрактальних параметрів, які характеризують розподіли матричних елементів, і особливостями орієнтаційно – фазової побудови парціальних шарів двоприменезаломлюючих сіток.

Виявлено статистичні, кореляційні і фрактальні критерії Мюллер – матричної диференціації оптичних властивостей багатошарових структурованих полікристалічних сіток.

Автор висловлює щире подяку доктору фізико-математичних наук, завідувачу кафедри оптики і спектроскопії, проректору з наукової роботи Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, професору Ушенко Олександр Григоровичу за детальне обговорення результатів роботи та стимулюючі дискусії.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Wang X. Monte Carlo model and single-scattering approximation of polarized light propagation in turbid media containing glucose / X. Wang, G. Yao, L. – H. Wang // *Appl. Opt.* – 2002. – Vol. 41. – P. 792–801.
2. Wang X. Propagation of polarized light in birefringent turbid media: a Monte Carlo study / X. Wang, L. – H. Wang // *J. Biomed. Opt.* – 2002. – Vol. 7. – P. 279– 290.
3. Gang Yao. Two-dimensional depth-resolved Mueller matrix characterization of biological tissue by optical coherence tomography / Gang Yao, Lihong V. Wang // *Opt. Lett.* – 1999. – Vol. 24. – P. 537– 539.
4. Shuliang Jiao. Depth-resolved two-dimensional Stokes vectors of backscattered light and Mueller matrices of biological tissue measured with optical coherence tomography / Shuliang Jiao, Gang Yao, Lihong V. Wang // *Appl. Opt.* – 2000. – Vol. 39. – P. 6318– 6324.
5. Shuliang Jiao. Two-dimensional depth-resolved Mueller matrix of biological tissue measured with double-beam polarization-sensitive optical coherence tomography / Shuliang Jiao, Lihong V. Wang // *Opt. Lett.* – 2002. – Vol. 27. – P. 101– 103.
6. Ушенко О. Г. Лазерна поляриметрия світлорозсіюючих об’єктів і середовищ: дис... доктора фіз.-мат. наук: 01.04.05 / Ушенко Олександр Григорович. – Чернівці, 2001. – 334 с.
7. Angelsky O.V. Statistical and Fractal Structure of Biological Tissue Mueller Matrix Images/O.V. Angelsky, A.G. Ushenko, Yu. A. Ushenko, V.P. Pishak // *Optical Correlation Techniques and Applications*; edited Oleg V. Angelsky– Washington: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2007 – P. 213– 266.
8. Angelsky O.V. Statistical, Correlation, and Topological Approaches in Diagnostics of the Structure and Physiological State of Birefringent Biological Tissues /O.V. Angelsky, A.G. Ushenko, Yu.A. Ushenko, V.P. Pishak, and A.P. Peresunko // *Handbook of Photonics for Biomedical Science*; editor Valery V. Tuchin - USA: CRC Press, 2010. – P. 21– 67.
9. Ushenko A.G. Evolution of Statistic Moments of 2D-Distributions of Biological Liquid Crystal Net Mueller Matrix Elements in the Process of Their Birefringent Structure Changes/ A.G. Ushenko, I.

- Z.Misevich, V. Istratiy, I. Bachyns'ka, A. P. Peresunko, Omar Kamal Numan, and T. G. Moiyusuk// *Advances in Optical Technologies*. –2010 – Article ID 423145.
10. Angel'skii O.V. Structure of matrices for the transformation of laser radiation by biofractals/O.V. Angel'skii, A.G. Ushenko, A.D. Arkhelyuk, S.B. Ermolenko, D.N. Burkovets// *Quantum Electronics*. – 1999. -Vol. 29(12). – P. 1074– 1077.
  11. Angel'skii O.V. Laser Polarimetry of Pathological Changes in Biotissues/ O.V. Angel'skii, A.G. Ushenko A.D. Arheluk, S.B. Ermolenko, D.N. Burkovets, Yu.A. Ushenko// *Optics and Spectroscopy*.- 2000. - Vol. 89(6). – P.973– 979.
  12. Ushenko A.G. Polarization-Phase Mapping and Reconstruction of Biological Tissue Architectonics during Diagnosis of Pathological Lesions/ A. G. Ushenko, D.N.Burkovets, Yu. A. Ushenko// *Optics and Spectroscopy*. – 2002. – Vol. 93(3). – P. 449– 456.
  13. Angelsky O.V. Investigation of 2D Mueller matrix structure of biological tissues for pre-clinical diagnostics of their pathological states/ O. V. Angelsky, Yu. Ya. Tomka, A. G. Ushenko, Ye. G. Ushenko, and Yu. A. Ushenko // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2005. – Vol. 38(23). – P. 4227– 4235.
  14. Ушенко О.Г. Мюллер-матрична двовимірна томографія багаточарових полікристалічних мереж біологічних тканин і рідин/О.Г.Ушенко, Н.І.Заболотна//*Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*. – 2010. – №2(20). –С.156– 162.
  15. Заболотна Н.І. Аналітичні основи двовимірної Мюллер-матричної томографії оптично товстих багаточарових біологічних тканин. Кореляційний і фрактальний підходи //Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах (м. Хмельницький). – 2010. – №2. – С.157– 163
  16. Ushenko A.G. Laser polarimetry of the orientation structure of bone tissue osteons/ A.G. Ushenko, S.B. Ermolenko, D.N. Burkovets, Yu. A. Ushenko // *Journal of Applied Spectroscopy*. - 2000. – Vol. 67(1) - P. 65–69.
  17. Ushenko A.G. The Vector Structure of Laser Biospeckle Fields and Polarization Diagnostics of Collagen Skin Structures// *Laser Physics*. – 2000. – Vol. 10(5). – P. 1143– 1149.
  18. Angelsky O.V. Fractal structure of 2D Mueller matrix images of biotissues/ O.V. Angelsky, A.G. Ushenko, Yu.A. Ushenko, A.O. Angelskaya// *Ukrainian Journal of Physical Optics*. – 2004. – Vol. 6(1). – P.13–23.

Надійшла до редакції 02.05.2011р.

**ЗАБОЛОТНА НАТАЛІЯ ІВАНІВНА** – к.т.н., доцент, декан факультету функціональної електроніки та лазерної техніки, доцент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

**ШОЛОТА ВЛАДИСЛАВ ВАСИЛЬОВИЧ** - к.т.н., доцент, доцент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

**ЛЕВАНДОВСЬКА ЮЛІЯ** – студентка факультету функціональної електроніки та лазерної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

**ВЕРБОВЕЦЬКА ОЛЕНА** - студентка факультету функціональної електроніки та лазерної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.