ISSN 2410-2547
Опір матеріалів і теорія споруд/Strength of Materials and Theory of Structures. 2018. № 100

УДК 539.3

ПРО ОДИН АЛГОРИТМ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ОБЛАСТЕЙ НЕКАНОНІЧНОЇ ФОРМИ

А.О. Краснєєва

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

Дана робота присвячена побудові ефективного алгоритму для розв'язування плоскої задачі теорії пружності для областей певної форми (прямокутник, що з одного із боків обрізаний деякою кривою Γ) на основі узагальненого методу прямих.

Ключові слова: метод прямих, область неканонічної форми, проекційний метод, редуковані рівняння.

Вступ. В роботі Канторовича [1], був запропонований наближений чисельно-аналітичний підхід до розв'язання двовимірних задач математичної фізики, який потім в роботах багатьох авторів був розвинений в чисельно-аналітичний метод прямих [3] [4] [5]. Головна ідея методу прямих полягає в виконанні двох етапів розв'язання двовимірних задач на першому етапі по одній координаті за допомогою метода скінченних різниць знижується вимірність вихідної двовимірної задачі, а на другому система одновимірних редукованих рівнянь розв'язується аналітично, або за допомогою наближених методів. При цьому головна проблема виникає в побудові загального розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь. Маючи такий розв'язок, як показав Канторович Л.В. [1], можна використовуючи граничні умови вздовж граничної кривої, що обмежує область складної форми, побудувати наближений розв'язок відповідної задачі [6].

В роботах [7] [8] запропоновано узагальнення метода прямих, в якому два етапи розв'язання двовимірних задач поміняно місцями. На першому етапі замість чисельного методу скінченних різниць для зниження вимірності вихідних рівнянь запропоновано застосовувати проекційний метод Бубнова-Гальоркіна-Петрова [9] на другому-сучасні чисельні методи розв'язування граничної задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь.

В наших роботах [10] [11] запропоновано загальний алгоритм для розв'язування на основі узагальненого методу прямих плоских задач теорії теплопровідності та теорії пружності для областей неканонічної форми.

Мета: побудувати більш ефективний алгоритм для розв'язування плоскої задачі теорії пружності для областей спеціальної форми (прямокутник, що з одного із боків обрізаний деякою кривою Γ).

Основна частина. В якості вихідних рівнянь розглядаємо систему рівнянь плоскої задачі теорії пружності у вигляді системи рівнянь в частинних похідних першого порядку відносно невідомих $\tilde{u}(x,y)$, $\tilde{v}(x,y)$, $\sigma_x(x,y)$ $\tau_{xy}(x,y)$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = -\dfrac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\dfrac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \dfrac{\mu}{\lambda + 2\mu}\sigma_x \\ \dfrac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = -\dfrac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \tau_{xy} \\ \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - X \\ \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = -\dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} - Y. \end{cases} \tag{1}$$

Компоненти тензора деформації тут виключені за допомогою алгебраїчних рівнянь закону Гука, а напруження σ_y далі виключається зі системи рівнянь за допомогою співвідношення:

$$\sigma_y = \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\sigma_x, \tag{2}$$

оскільки з відповідного співвідношення для σ_y можна виключити $\dfrac{\partial \tilde{u}}{\partial x}$ за допомогою першого рівняння системи (1). Також тут прийнятно для переміщень використовувати позначення $\tilde{u} = \mu u$, $\tilde{v} = \mu v$.

Розглядається область D двовимірного простору, обрізана з одного торця довільною кривою Γ (рис. 1).

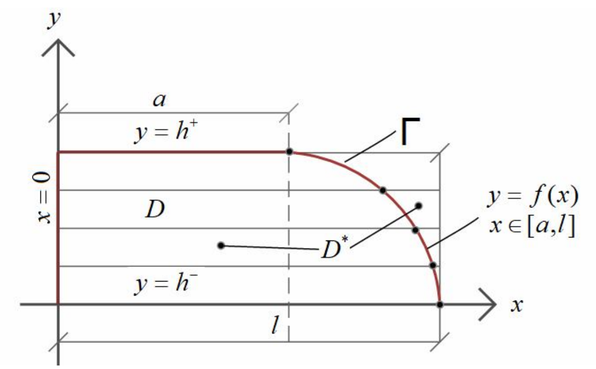

Рис. 1

Як звичайно, на область D наноситься система паралельних прямих зі сталим (або звичайним) кроком $\Delta = \dfrac{h^+ - h^-}{N-1}$, де N – кількість прямих включно з граничними $y = h^-$, $y = h^+$. Область D занурюється в прямокутну область $\mathrm{D}^* = [0 \le x \le l] \otimes \left[h^- \le x \le h^+\right]$ та вихідні рівняння теорії пружності, визначені на області D, поширюються на область D^* неперервним чином і далі розглядаються на області D^* .

Для зниження вимірності вихідних рівнянь (1) використовується проекційний метод. В якості базисних функцій використовуються локально зосередженні функції, пов'язані з вибором прямих на області D^* [10].

На ділянках граничних ліній $y=h^-, y=h^+$ розглядаються граничні умови загального вигляду [10], які в результаті зниження вимірності за допомогою проекційного методу потрапляють в праву частину редукованих рівнянь. Граничні умови на вертикальному відрізку $x=0$, прийняті в загальній формі, є природніми граничними умовами, що є необхідною умовою для застосування проекційного методу Бубнова-Гальоркіна-Петрова. Ці умови редукуються по координаті y і в результаті записуються у вигляді:

$$C_0\,(\vec{Y}(0)-\overrightarrow{\Phi_0})=0\,, \tag{3}$$

де $\vec{Y}(x)$ – загальний розв'язок редукованої системи звичайних диференціальних рівнянь, $\overrightarrow{\Phi_0}$ – вектор редукованих заданих граничних умов при $x=0$. Матриця C_0 має вигляд:

$$C_0=\begin{bmatrix} C_{11} & 0 & C_{13} & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 & C_{24} \end{bmatrix}.$$

Тут слід зазначити, що в якості невідомих редукованих рівнянь прийнято коефіцієнти в розкладі невідомих функцій по основному базису, тобто $u(x,y)\to u^i(x)$, оскільки

$$u(x,y)\approx u^1(x)\varphi_1(y)+u^2(x)\varphi_2(y)+\ldots+u^N(x)\varphi_N(y)=u^i(x)\varphi_i(y),\ \ i=\overline{1,N}.$$

В останньому співвідношенні використовується узгодження Ейнштейна – по індексу, що повторюється в двочленному добутку, передбачається підсумовування в межах визначення індекса. Відповідно

$$\tilde{v}(x,y)\approx\tilde{v}^{\,i}(x)\varphi_i(y)\,,$$

$$\sigma_x(x,y)\approx\sigma_x^i(x)\cdot\varphi_i(y),$$

$$\tau_{xy}(x,y)\approx\tau_{xy}^i(x)\cdot\varphi_i(y).$$

Редуковані рівняння з невідомими $\tilde{u}^i,\tilde{v}^{\,i},\sigma_x^i,\tau_{xy}^i$ будемо називати рівняннями в коефіцієнтах. Ці рівняння, записані у формі Коші, мають вигляд:

$$\frac{d\vec{Y}(x)}{dx}=A(x)\vec{Y}(x)+\vec{F}, \tag{4}$$

де

$$\vec{Y}(x)=\begin{bmatrix} u^{*i}(x) \\ v^{*i}(x) \\ \sigma_x^i(x) \\ \tau_{xy}^i(x) \end{bmatrix},\quad A(x)=\begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 \end{bmatrix},$$

$$a_{12}=-\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\cdot g^{ij}b_{ij},\quad a_{13}=\frac{\mu}{\lambda+2\mu}\sigma_x^i,$$

$$a_{21} = -g^{ij} b_{ij}, \quad a_{24} = \sigma_x^i,$$

$$a_{31} = \frac{ky^- x}{\mu} g^{i1} + \frac{ky^+ x}{\mu} g^{iN}, \quad a_{34} = g^{ij} b_{ij},$$

$$a_{42} = \frac{ky^- y}{\mu} g^{i1} \cdot \sigma_x^1 + \frac{ky^+ y}{\mu} g^{iN} \cdot \sigma_x^N + a_{13} =$$

$$= \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \cdot g^{ij} \cdot b_{ij} + \frac{4(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \cdot g^{ij} \cdot b_{ij} \cdot g^{\alpha\beta} \cdot b_{\beta\gamma}. \tag{5}$$

На відмінність від алгоритму, розвиненому в нашій роботі [10], де шукається загальний розв'язок задачі (3) будемо шукати розв'язок задачі:

$$\begin{cases} \dfrac{d\vec{Y}(x)}{dx} = A(x)\vec{Y}(x) + F(x) \\ C_0(\vec{Y}(0) - \overrightarrow{\Phi_0}) = 0, \quad x \in [0, l], \end{cases} \tag{6}$$

тобто загальний розв'язок системи рівнянь, що задовольняє граничним умовам на лівому торцю. Такий розв'язок зменшує порядок фундаментальної системи розв'язків вдвічі і будується за алгоритмом Годунова С.К. [2] з використанням ортогоналізації фундаментальної системи розв'язків та часткового розв'язку неоднорідних рівнянь в певних точках (призначені точки ортогоналізації) на відрізку $[0, l]$. В зв'язку з цим в кожній точці ортогоналізації будується фундаментальна матриця Z розміром $4N \times 2N$ (замість $4N \times 4N$ в загальному алгоритмі [11]) та вектор $\vec{Z}_0$ вимірності $4N$.

Шуканий загальний розв'язок визначається співвідношенням

$$\vec{Y}(x_k) = Z(x)\vec{b}(x_k) + \overrightarrow{Z_0}(x_k), \quad x_k \in [0, l], \; x_0 = 0, \; x_l = l, \tag{7}$$

де x_k - координата точки ортогоналізації. Тут $\vec{b}(x_k)$ – вектор довільних сталих, який залежить від точки ортогоналізації. Його вимірність вдвічі менша за вимірність аналогічного вектору $\vec{b}$ загального алгоритму.

Для того, щоб з множини часткових розв'язків редукованої задачі виділити єдиний розв'язок, що задовольняє граничним умовам в усіх точках границі, включно з граничними умовами на ділянці $[a, l]$, необхідно за допомогою загального розв'язку задачі (6) побудувати рівняння відносно вектора довільних сталих $\vec{b}$. Загальний розв'язок не задовольняє цим умовам на ділянці границі $\Gamma : y = f(x), \; x \in [a, l]$. На цій ділянці вихідна задача має наступні граничні умови, що випливають з рівнянь рівноваги приграничної зони (рис. 2).

З рівнянь рівноваги диференціального приграничного елемента отримуємо співвідношення, яким повинні задовольняти невідомі функції:

$$k_x B(x)\tilde{u}(x, y) + \frac{df(x)}{dx}\sigma_x(x, y) + \tau_{xy}(x, y) = k_x B(x)\Delta_x(x, y) + B(x)q_x(x, y),$$

$$k_y B(x)\tilde{v}(x, y) + \frac{df(x)}{dx}\tau_{xy}(x, y) + \sigma_y(x, y) = k_y B(x)\Delta_y(x, y) + B(x)q_y(x, y). \tag{8}$$

Тут k_x, k_y – жорсткості пружних стержнів, які моделюють кінематичну взаємодію з оточуючим середовищем, Δ_x, Δ_y – задані кінематичні впливи з боку зовнішнього середовища, q_x, q_y – силові впливи з боку зовнішнього середовища, $B=\sqrt{1+\left(df/dx\right)^2}$.

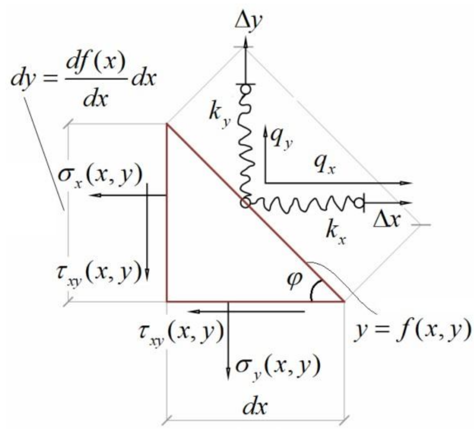

Рис. 2

Оскільки ця ділянка в загальному випадку не є прямою ортогональною до осі x, то побудувати редуковані граничні умови для цієї ділянки проекційним методом не можна.

Граничні умови (8) будемо розглядати в точках перетину прямих з граничною кривою Γ. Значення координат (x,y) на k-й прямій слід позначати (x_k, y_k) і ці координати мають зміст, перша координата x_k визначає проекцію точки k на відрізок прямої $(0,l)$, тобто координату відповідної точки ортогоналізації (вона ж точка видачі результатів), координата y_k вказує, на якій прямій знаходиться дана точка. Крім того, використання в якості базисних функцій «функцій-кришок» [9] ,значення яких в точці на прямій k дорівнює одиниці, а значення в точках інших прямих дорівнює нулю, дозволяє стверджувати, що k-й коефіцієнт в розкладі невідомої функції по такому базису:

$$\begin{gathered} u(x,y)\sim u^i(x)\cdot\varphi_i(y),\\ v(x,y)\sim v^i(x)\cdot\varphi_i(y),\\ \sigma_x(x,y)\sim\sigma_x^i(x)\cdot\varphi_i(y),\\ \tau_{xy}(x,y)\sim\tau_{xy}(x)\cdot\varphi_i(y), \end{gathered} \qquad (9)$$

має зміст значення цієї функції на відповідній прямій. Тому граничні умови (8) перепишемо у вигляді:

$$k_x^* B(x_k)U^k(x_k)+\frac{df(x)}{dx}\sigma_x^k(x_k)+\tau_{xy}^k(x_k)=k_x B(x_k)\Delta_x^k(x_k)+B(x_k)q_x^k(x_k),$$

$$k_y^* B(x_k)\tilde{V}(x_k)+\frac{df(x)}{dx}\tau_{xy}^k(x_k)+\sigma_y^k(x_k)=k_y B(x_k)\Delta_y^k(x_k)+B(x_k)q_y^k(x_k). \qquad (10)$$

Оскільки в фундаментальній матриці $Z(x_k)$ переміщення U^k знаходяться в k-му рядку, V^k в $N+k$ рядку, σ_y^k в $2N+k$ рядку, τ_{xy}^k в $3N+k$ рядку і кожному фіксованому k відповідає в $Z(x_k)$ рядок з $2N$ елементів, а в векторі $\overrightarrow{Z_0}$ одна компонента, то підставивши в рівняння (8) загальний розв'язок (7) для кожного k отримуємо 2 рівняння. Однак рівняння для різних k несумісні, тому що відповідають різним значенням x_k, тобто різним точкам ортогоналізації, оскільки при ортогоналізації змінюється місцевий базис частинний розв'язків і, відповідно, змінюється $\vec{b}$.

В зв'язку з цим пропонується наступний алгоритм врахування граничних умов на ділянці $x \in [a, l]$. Для подальшого знаходження $\vec{b}(x_k)$ виділяється і обнуляється матриця AM (вимірності $2N \times 2N$), а для правої частини рівнянь – вектор $\overrightarrow{Y_0}$ вимірності $2N$. Після ортогоналізації в останній точці відрізка $[0, a]$ за допомогою граничних умов (10) знаходяться два перших рядки матриці AM і два перших елементи стовпчика $\overrightarrow{Y_0}$. Далі виконується інтегрування до точки ортогоналізації. Після виконання ортогоналізації в наступній точці матриця AM та вектор $\overrightarrow{Y_0}$ піддаються лінійному перетворенню.

$$\begin{aligned} AM_{k+1} &= AM_k \cdot \Omega_{k+1}^{-1}, \\ \overrightarrow{Y_{0,k+1}} &= \overrightarrow{Y_{0,k}} + M_k \cdot \Omega_{0,k+1}. \end{aligned} \tag{11}$$

Тут Ω_k – матриця проекцій, що формується при ортогоналізації частинних розв'язків однорідної задачі, $\overrightarrow{\Omega_0}$ – вектор проекцій частинного розв'язку неоднорідних рівнянь. Після такого перетворення за допомогою граничних умов (10) на основі загального розв'язку (7) в точці $k+1$ формуються наступні два рядки матриці AM та два елемента вектора $\overrightarrow{Y_{0,k+1}}$.

Формування матриці AM та вектора $\overrightarrow{Y_0}$ продовжується таким чином до кінцевої точки. В результаті отримуємо квадратну матрицю AM вимірністю $2N \times 2N$ та $2N$-вимірний вектор $\overrightarrow{Y_0}$. Розв'язуючи рівняння

$$AM \cdot \vec{b} = \overrightarrow{Y_0}, \tag{12}$$

знаходимо вектор довільних сталих в кінцевій точці області визначення загального розв'язку редукованих рівнянь. Виконуючи стандартний зворотній хід алгоритму дискретної ортогоналізації Годунова та знаходячи значення невідомих в точках ортогоналізації отримуємо наближений розв'язок плоскої задачі теорії пружності для області D, з якої виділяємо розв'язок редукованої задачі, що задовольняє усім граничним умовам.

Слід зазначити, що для редукованих рівнянь граничні точки на границі кривої Γ проектуються у внутрішні точки відрізка визначення редукованих рівнянь, тому така задача зветься багатоточковою задачею для системи диференціальних рівнянь.

Висновки. В даній роботі пропонується частинний варіант загального алгоритму розв'язування узагальненим методом прямих плоскої задачі пружності для областей неканонічної форми, якщо одна з торцевих границь є відрізком координатної лінії в декартовій системі координат. Розроблена методика дозволяє вдвічі зменшити трудомісткість розв'язання задач порівняно з загальним випадком.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Канторович А.В.* Об одном методе приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных. // ДАН СССР 1934-с.21-34
2. *Годунов С.К.* О численном решении краевых задач для систем линейных дифференциальных уравнений. //Успехи математических наук.-1961.- Т.16 . -Вып 3.- С.171-174
3. *Слободянський М.Г.* Способ приближенного интегрирования уравнений с частными производными и его применение к задачам теории упругости. // “Прикладная математика и механика”.1939. Т.3. Вып.1 С. 75-82.
4. *Винокуров Л.П* Решение пространственной задачи теории упругости в перемещениях. // Бюллетень харьковского инженерно-строительного института. 1940г. №18.
5. *Шкелев Л.Т. Мороков Ю.А. Романова Т.А. Станкевич А.Н.* Метод прямых и его использование при определении напряженного и деформированного состояния пластин и оболочек. // Киев. 2002. !77с.
6. *Корбач В.Г.* Алгоритм численного решения многоточечных краевых задач механики деформированного твердого тела. Прочность конструкций летательных аппаратов. / Сборник научных трудов / В.Г Корбач Редколлегия: Львов М.П. и др.- Харьков: Харьковский авиационный институт, 1990. - С.88-95.
7. *Станкевич А.М.* История и перспективы развития одного из методов решения многомерных задач строительной механики. // Вестник МГСУ. 2015г. №12 с.76-91
8. *Станкевич А. М.* Один варіант методу прямих в задачах динаміки товстих пластин / А. М. Станкевич, В. К. Чибіряков, Л. Т. Шкельов // Містобудування та територіальне планування. - 2010. - Вип. 38. - С. 399-407.
9. *Марчук Г.И.* Введение в проекционно-сеточные методы. // Г.И. Марчук, В.И. Агошков М. Наука Главная редакция физико-математической литературы. 1981.- 416с.
10. *Чибіряков В.К Станкевич А.М Краснєєва А.О.* Метод прямих у задачах стаціонарної теплопровідності для областей неканонічної форми // 2017 Київ КНУБА Містобудування та територіальне планування №63 С.462-474
11. *Чибіряков В.К. Станкевич А.М. Краснєєва А.О Шорін О.А.* Узагальнений метод прямих в задах теорії пружності для областей складної форми. // 2017 Одеса Вісник державної академії будівництва та архітектури №67 С.71.

REFERENCES

1. *Kantorovich A.V.* Ob odnom metode priblizhennogo reshenija differentsyalnyh uravnenij. (On a method of approximate solution of partial differential equations.)// DAN. SSSR 1934-s.21-34
2. *Godunov S.K.* O chislennom reshenii kraevyh zadach dlja linejnyh diferentsyalnyh uravnenij. (On the numerical solution of boundary value problems for systems of linear differential equations.) // Uspehi matematicheskih nauk.-1961.-T.16- Vyp 3- S. 171-174
3. *Slobodjanskij M.G.* Sposob priblizhennogo integrirovaniya uravneniy s chastnymi proizvodnymi i yego primeniye k zadacham teorii uprugosti. (The method of approximate integration of partial differential equations and its application to the problems of elasticity theory.) // “ Prikladnaya matematika i mekhanika ”.1939. T.3. Vyp.1 S. 75-82.
4. *Vinokurov L.P R*esheniye prostranstvennoy zadachi teorii uprugosti v peremeshcheniyakh. (The solution of the spatial problem of the theory of elasticity in displacements.) // Byulleten' khar'kovskogo inzhenerno-stroitel'nogo instituta. 1940g. №18.
5. *Shkelev L.T. Morokov Y.A. Romanova T.A. Stankevich A.N.* Metod pryamykh i yego ispol'zovaniye pri opredelenii napryazhennogo i deformirovannogo sostoyaniya plastin i obolochek. (The method of lines and its use in determining the strained and deformed state of plates and shells.) // Kiyev. 2002. 177s.
6. *Korbach V.G.* Algoritm chislennogo resheniya mnogotochechnykh krayevykh zadach mekhaniki deformirovannogo tverdogo tela. Prochnost' konstruktsiy letatel'nykh apparatov. (Algorithm for the numerical solution of multipoint boundary value problems for the mechanics of a deformed solid. Strength of aircraft structures.) // Sbornik nauchnykh trudov. V.G Korbach Redkollegiya: L'vov M.P. i dr.- Khar'kov: Khar'kovskiy aviatsionnyy institut, 1990.- S.88-95
7. *Stankevich A.M.* Istoriya i perspektivy razvitiya odnogo iz metodov resheniya mnogomernykh zadach stroitel'noy mekhaniki. (History and perspectives of development of one of the methods for solving multidimensional problems of structural mechanics.) // Vestnik MGSU. 2015g. №12-s.76-91

8. *Stankevych A.M.* Odyn variant metodu pryamykh v zadachakh dynamiky tovstykh plastyn (One variant of the method of direct in problems of dynamics of thick plates) / A.M. Stankevych, V.K. Chybiryakov, L.T. Shkel'ov // Mistobuduvannya ta terytorial□ne planuvannya. - 2010. - Vyp. 38. - S. 399-407.
9. *Marchuk G.I.* Vvedeniye v proyektsionno-setochnyye metody. (Introduction to projection-grid methods.) // G.I. Marchuk, V.I. Agoshkov M. Nauka Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury. 1981.- 416s
10. *Chybiryakov V.K Stankevych A.M Krasnyeyeva A.O.* Metod pryamykh u zadachakh statsionarnoyi teploprovidnosti dlya oblastey nekanonichnoyi formy. (The method of lines in the problems of stationary heat conductivity for areas of non-canonical form.) // 2017 Kyyiv KNUBA Mistobuduvannya ta terytorialne planuvannya №63 S.462-474
11. *Chybiryakov V.K. Stankevych A.M. Krasnyeyeva A.O Shorin O.A.* Uzahal□nenyy metod pryamykh v zadakh teoriyi pruzhnosti dlya oblastey skladnoyi formy. (A generalized method of lines in the problems of the theory of elasticity for regions of complex form.) // 2017 Odesa Visnyk derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury №67 S.71

Стаття надійшла 22.05.2018

Krasnyeyeva A.O.

ABOUT ONE ALGORITHM OF NUMERICAL AND ANALYTICAL SOLUTION OF PLANNED PROBLEMS OF THEORY OF ELASTICITY FOR AREAS OF NONKANONIC FORM

Well known, that both the heat conduction equation and the equation for calculating the stress-strain states of most models are determined in three-dimensional space and related to complex problems of mathematical physics. For the simplest cases, analytical methods of solution have been proposed, but most tasks, especially dynamic, analytical methods cannot be solved. In our time, numerical methods (mainly the method of finite elements) or combined numerical-analytical methods are used for practical solving of complex problems of thermal conductivity and elasticity theory. One of the oldest combined methods for solving such problems is the direct method proposed by Kantorovich in the 1930s.

The main idea of this method is the construction of multidimensional equations of mathematical physics by spatial coordinates up to one-dimensional. The problem in the spatial domain is continuous in one or two variables, and discrete by other variables.

The method of lines divides the solution into two stages. The first step is to reduce the dimensionality of the original problem and move to a system of ordinary differential equations, which is further called reduced. The finite difference method was used to reduce the dimensionality of the original equations in the traditional version of the direct method. In the second stage the analytical or approximate analytical methods were used to solve the resulting system, but numerical methods were not used. In the generalized version of the method of lines for reducing the dimensionality of the original equations the projection method is used, and the reduced equations are solved by modern numerical methods.

In our works [10] [11] a general algorithm for solving flat problems of the theory of thermal conductivity and elasticity theory for non-canonical forms based on the generalized method of lines is proposed.

This paper is devoted to the construction of an effective algorithm for solving a plane problem of elasticity theory for regions of a definite form (a rectangle cut from one of the sides by some curve Γ) based on a generalized method of lines.

Key words: method of line, domain of noncanonical form, projection method, reduced equations.

Краснеева А.А.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ЧИСЛЕННОГО-АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ОБЛАСТИ НЕКАНОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Даная работа посвящена построению эффективного алгоритма для решения плоской задачи теории упругости для областей определенной формы (прямоугольник, который с одной из сторон обрезан некоторой кривой Γ) на основе метода прямых.

Ключевые слова: метод прямых, область неканонической формы, проекционный метод, редуцированые уравнения.

УДК 539.3
Краснєєва А.О. **Про один алгоритм чисельно-аналітичного розв'язування плоских задач теорії пружності для областей неканонічної форми** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 100. – С. 155-163.

Робота присвячена побудові ефективного алгоритму для розв'язку плоскої задачі теорії пружності для областей певної форми на основі методу прямих.
Табл. 0. Іл. 2. Бібліогр. 11 назв.

Krasnyeyeva A.O. **About one algorithm of numerical and analytical solution of plane problems of theory of elasticity for areas of nonkanonic form** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 155-163. – Ukr.

The paper is devoted to the construction of an effective algorithm for the solution of the plane elasticity problem for regions of a certain shape on the basis of the method of lines.
Tables 0. Fig. 2. Ref. 11.

Краснеева А.А. **Об одном алгоритме численно-аналитического решения плоских задач теории упругости для областей неканонической формы** // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-техн. сборник. – К.: КНУСА, 2018. - Вып. 100. - С. 155-163.

Работа посвящена построению эффективного алгоритма для решения плоской задачи теории упругости для областей определенной формы на основе метода прямых.
Табл. 0. Ил. 2. Библиогр. 11 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):*Асистент Краснєєва Анна Олександрівна*
Адреса робоча: *03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр-т 31, КНУБА (Київський національний університет будівництва і архітектури) Краснєєва Анна Олександрівна.*
Робочий тел.: *+38(044)2415559*
Мобільний тел.: *+38(066)2023996*
E-mail: krasnyeyeva@gmail.com