

УДК 691.327:539.383:539.4

## ТРАНСФОРМУВАННЯ ДІАГРАМ ДЕФОРМУВАННЯ БЕТОНУ В УМОВАХ ОДНОРІДНОГО ТА НЕОДНОРІДНОГО НАПРУЖЕНИХ СТАНІВ

**Ю.О. Крусь,**

канд. техн. наук, доцент

*Національний університет водного господарства та природокористування,  
вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.211-235

У даній роботі розроблено аналітичний метод перетворення параметрів еталонних діаграм деформування бетону, що визначаються дослідним шляхом за стандартних випробувань призмових бетонних зразків короткочасними осьовими стиском і розтягом до руйнування в «м'якому» режимі навантажування, в параметри імітаційно модельованих трансформованих діаграм, що відповідають жорсткорезимному навантажуванню бетону. Запропоновано спосіб одночасного застосування аналітичних виразів для зазначених діаграм деформування, що описують роботу бетону в умовах однорідного стиску, для переходу до діаграми стану, що відображає функціональний зв'язок між напруженнями й деформаціями бетону стиснутої зони в зігнутих бетонних і залізобетонних елементах, перерізи яких працюють в умовах неоднорідного напруженого стану.

Наведено результати апробації отриманої математичної моделі діаграми стану бетону при розрахунку за різними методиками міцності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів. Визначено, що перспективним напрямком подальших експериментальних і теоретичних досліджень є вивчення можливості застосування розробленої методики графічної побудови та математичного описання діаграм деформування бетону в умовах однорідного й неоднорідного стиску до розрахунку бетонних і залізобетонних елементів, що експлуатуються при дії тривалих і короткочасних малоциклових навантажень.

**Ключові слова:** бетон, режим навантажування, діаграма деформування, напружено-деформований стан, деформаційна розрахункова модель.

**Вступ.** В останні роки постійно розширюється область застосування бетону й залізобетону з використанням природної та техногенної сировини, зростають рівні силових навантажень, більш відповідальними й складними стають режими експлуатації конструкцій. Одночасно істотно збільшується середня міцність використовуваних матеріалів (бетону та арматури), що дозволяє зменшити перерізи конструктивних елементів, а отже – полегшити їх. З огляду на безперервну тенденцію до зниження запасів міцності та підвищення експлуатаційної надійності конструкцій, особливої актуальності в науковому і важливості в практичному відношеннях набуває необхідність всебічного дослідження механічних характеристик будівельних матеріалів і внутрішнього напружено-деформованого стану (НДС) перерізів елементів конструкцій при різних видах і режимах навантажування.

В основу сучасних методів розрахунку зігнутих залізобетонних конструкцій (згинальних, позакентрово стиснутих і розтягнутих і т.п.) покладена так звана деформаційна розрахункова модель, орієнтована на

розгляд НДС окремих перерізів елементів [1, 2, 3, 4]. До основних принципів зазначеної моделі відносять використання фактичних діаграм стану матеріалів – бетону та арматури, а також гіпотези плоских перерізів і суміщення нульових деформацій і нульових напружень на єдиній нейтральної осі (більш відомої як «гіпотеза Бернуллі»). Тим самим надається можливість з єдиних позицій розраховувати конструкції за всіма групами граничних станів – за несучою здатністю (міцністю, стійкістю, витривалістю) і за придатністю до нормальної експлуатації (деформаціями (прогинами, переміщеннями, кутами повороту та ін.), утворенням і розкриттям тріщин), а також більш повно оцінювати неоднорідний НДС перерізів зігнутих елементів конструкцій на будь-якій стадії навантажування аж до їхнього руйнування.

Очевидно, що основним інструментом нелінійної деформаційної розрахункової моделі є фактична діаграма стану бетону, що встановлює зв'язок між його напруженнями  $\sigma_b$  і відносними деформаціями  $\varepsilon_b$  у стиснутій і розтягнутій зонах перерізу. Саме тому аналітичну побудову базованої на зрозумілих і точних фізичних уявленнях функціональної залежності у вигляді  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  розглядаємо як ключову проблему, що дозволяє пояснювати та пов'язувати в єдине ціле накопичені поколіннями дослідників численні і, здебільшого, унікальні експериментальні й теоретичні результати, осмислювати і якісно провіщати специфічні явища механіки деформівних бетону й залізобетону, оцінювати існуючі теорії та орієнтуватись при обранні напрямків формування більш прогресивних поглядів, відкривати нові можливості в практиці інженерних розрахунків.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Далі розглядаємо роботу лише стиснутого бетону, керуючись поширеною практикою та вважаючи, що для розтягу можуть бути застосовані аналогії. Крім того, розрізняємо діаграму деформування бетону, отримувану в результаті стандартних лабораторних випробувань еталонних бетонних зразків, і діаграму стану бетону, що характеризує його роботу в неоднорідно деформівних поперечних перерізах зігнутих елементів і конструкцій.

Отже, чинні стандарти [5, 6] регламентують установлювати діаграму деформування після проведення випробувань руйнуванням еталонних призматичних зразків з бетону ступінчастим короткочасним осьовим стиском на традиційних гідравлічних пресах у так званому «м'якому» режимі навантажування за постійної швидкості приросту напружень (тобто коли  $V_\sigma = d\sigma_b/dt = const$ ). Такий режим навантажування дозволяє отримати одновіткові лише з висхідною ділянкою діаграми стиску  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  в умовах однорідного НДС із рівномірним (у геометричному відношенні і в часі) розподілом деформацій  $\varepsilon_b$  і напружень  $\sigma_b$  у перпендикулярних до напрямку дії навантаження  $N$  перерізах (рис. 1 (а), (в)).

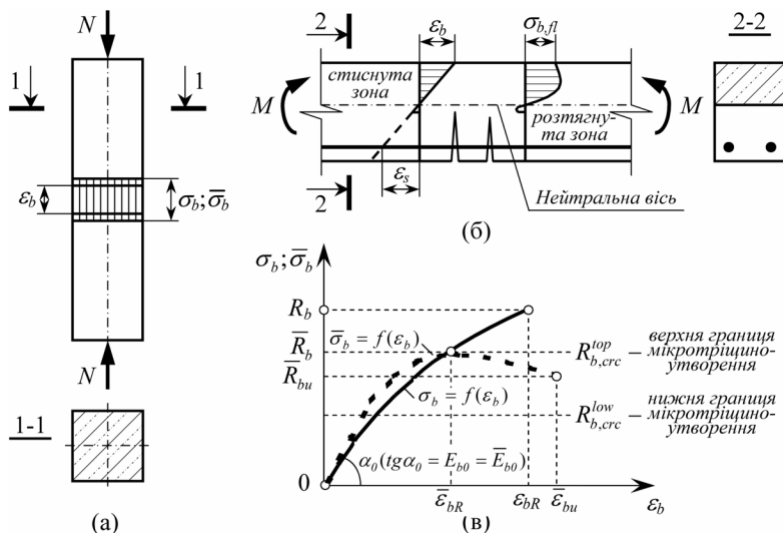


Рис. 1. Напружено-деформований стан нормальних перерізів бетонного й залізобетонного елементів: (а) однорідний НДС за осового стиску; (б) неоднорідний НДС згину; (в) діаграми деформування бетону  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  і  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$  відповідно у «м'якому» і «жорсткому» режимах короточасного осового стиску

У той же самий час у більшості конструкцій, що піддаються згину, позацентровим стиску й розтягу та ін., бетон працює в умовах неоднорідного НДС, що характеризується нерівномірним розподілом деформацій і напружень в перпендикулярних до поздовжньої осі перерізах елементів. При цьому, як відомо з теорії пластичності [7], реалізуються двовіткові діаграми деформування і з висхідною, і з низхідною ділянками (рис. 1, (б), (в)).

Численні дослідження свідчать про те, що кривина маючих місце за різних НДС двох типів діаграм, їхні параметричні точки і, відповідно, основні механічні характеристики одного й того ж самого матеріалу не співпадають. Зокрема, експериментатори звертають увагу на характерні для руйнування за згину та позацентрового навантажування набагато більші значення відносних деформацій крайового волокна бетону стиснутої зони в порівнянні з відповідними величинами, що фіксуються при його руйнуванні в умовах осового стиску.

Невідповідність діаграм деформування бетону, отриманих за стандартною методикою, тим їхнім формам, які з мінімальними похибками могли б бути використані в практиці проектування зігнутих залізобетонних елементів, змушує експериментаторів шукати шляхи вирішення цього надзвичайно важливого питання. Найчастіше при цьому вдаються до непрямих методів, випробовуючи в «м'якому» режимі еталонні бетонні призми позацентровим стиском [8, 9] або армовані призмові зразки центральним стиском [10, 11, 12], досліджуючи зразки-циліндри з бетону в спеціальній тензометричній трубці [13], піддаючи залізобетонні балки з

пружними вставками «чистому» згину [14, 15, 16] та ін. Очевидно, що у всіх цих дослідженнях важко домогтись єдиності діаграми деформування бетону, оскільки на її окреслення, а, отже, на параметри нелінійності деформування матеріалу істотно впливає ціла низка чинників: форма й розміри експериментальних зразків, ступінь їхнього армування, наявність або відсутність і рівень попереднього напруження арматури, ексцентриситет прикладання зовнішнього навантаження та ін.

Більш стійку двовіткову з висхідною й низхідною ділянками діаграму деформування бетону  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$  (пунктирна лінія на рис. 1, (в)), придатну при одночасному її застосуванні з діаграмою  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  (суцільна лінія на рис. 1, (в)) у разі справедливості гіпотези Бернуллі для переходу від однорідного до неоднорідного НДС, можна отримати прямим експериментальним шляхом, випробовуючи руйнуванням еталонні призмкові зразки з бетону ступінчастим короточасним осьовим стиском у так званому «жорсткому» режимі навантажування. Тут і далі свідомо напруження бетону позначаємо без верхньої риски, маючи на увазі, що при одних і тих же самих деформаціях  $\varepsilon_b$  за різних силових режимів мають місце відмінні одне від одного значення напружень  $\sigma_b$  і  $\bar{\sigma}_b$ .

Такий режим створюють за допомогою відмінних від стандартних спеціально виготовлених дорогих випробувальних пресів, що дозволяють зберігати постійною швидкість приросту відносних деформацій (тобто коли  $V_\varepsilon = d\varepsilon_b/dt = const$ ) [17, 18, 19], або допоміжних пристосувань, здатних сприймати зусилля і розвантажити бетон після досягнення максимуму стискаючих напружень, тобто після переходу через вершину кривої стиску [20, 21, 22, 23]. Однак, і після жорсткорезимних випробувань еталонних бетонних призм в умовах короточасного однорідного стиску правомірність застосування отриманих при цьому діаграм деформування бетону до розрахунку неоднорідно стиснутих перерізів зігнутих залізобетонних елементів залишає привід для сумнівів. Про це свідчать і самі прихильники прямого експериментального шляху встановлення кривої стиску, наводячи результати вивчення чутливості її окреслення до зміни жорсткості елементів самої випробувальної установки та швидкості деформування [8, 14, 18, 21, 24], а також указуючи на істотний вплив на якість експериментальних даних такого суб'єктивного чинника, як практичних навичок проведення відповідних досліджень, і в першу чергу – реакції експериментатора, особливо при фіксації показників вимірювальної апаратури на низхідній вітці роботи бетону в умовах його інтенсивно зростаючих деформацій при близьких до руйнуючих навантаженнях [10, 23, 25, 26]. Як наслідок, результати різних дослідів не завжди придатні для порівняння між собою, а часто, за твердженням авторів [11, 18, 27], – дуже суперечливі.

**Мета та завдання досліджень.** Основною метою досліджень є теоретично обґрунтувати, розробити та апробувати діаграму стану бетону у вигляді рівняння зв'язку  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ , придатну для застосування до базованих на деформаційній моделі розрахунків міцності зігнутих

залізобетонних елементів, а також більш повної оцінки неоднорідного НДС перерізів елементів на всіх стадіях їхнього навантажування аж до руйнування безпосередньо за значеннями відносних деформацій бетону  $\varepsilon_b$  і відповідних напружень  $\sigma_b$ .

Для реалізації поставленої мети вирішувались такі завдання:

1) розробити аналітичний метод діаграмного трансформування, що дозволяє перетворити еталонну діаграму деформування бетону, встановлювану при його стандартному випробуванні в «м'якому» режимі навантажування, в імітаційно модельовану трансформовану діаграму деформування бетону, що відповідає його «жорсткому» навантажуванню і отримання якої прямим експериментальним шляхом технічно утруднене і економічно невідправдане;

2) одночасним застосуванням отриманих діаграм деформування бетону для «м'якого» і «жорсткого» режимів навантажування в умовах однорідного осьового стиску виконати графоаналітичну побудову і математичне описання діаграми стану бетону, що характеризує його роботу в умовах неоднорідного стиску в перерізах зігнутих залізобетонних елементів;

3) виконати порівняльний аналіз результатів розрахунку міцності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів за різними методиками, у тому числі деформаційним методом з використанням запропонованої діаграми стану бетону, з відповідними експериментальними даними.

**Основна частина досліджень.** Припустимо, що дві еталонні бетонні призми-близнюки піддаються ступінчастому навантажуванню короточасним осьовим стиском до руйнування в різних режимах – «м'якому» (стандартному) і «жорсткому»; при цьому кількість ступенів прикладання навантаження постійними приростами відповідно напружень  $\sigma_b$  і деформацій  $\varepsilon_b$  і загальний час випробування обох дослідних зразків до руйнування (що приблизно становить 90 хвилин, як це регламентується чинними стандартами [5, 6]) приймемо однаковими.

Раніше були отримані математичні вирази для описання встановлюваної без особливих складнощів дослідним шляхом за «м'якого» режиму навантажування досить стабільної еталонної діаграми деформування бетону  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  і її трансформованої форми  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ , пряме експериментальне отримання якої за жорсткорезимного навантажування пов'язане з вище зазначеними проблемами технічного та методичного характеру, а також цілою низкою суб'єктивних чинників, відповідно у вигляді (1) [28] і (2) [29, 30]:

$$\sigma_b = \frac{R_b(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1-v_{bR})(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}_b = \frac{\bar{R}_b (\varepsilon_b / \bar{\varepsilon}_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR}) (\varepsilon_b / \bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}}, \quad (2)$$

де  $R_b$  и  $\bar{R}_b$  – тимчасові опори короткочасному осьовому стиску бетону (призмova міцність), випробуваного відповідно за «м'якого» і «жорсткого» режимів навантажування;  $\varepsilon_{bR}$  и  $\bar{\varepsilon}_{bR}$  – поздовжні відносні деформації бетону, що відповідають напруженням відповідно  $R_b$  и  $\bar{R}_b$ ;  $v_{bR}$  – граничний коефіцієнт пружності бетону при стиску;  $E_{b0}$  – модуль пружності бетону при стиску.

Аналітичне діаграмне трансформування передбачає формалізоване представлення через визначені згідно стандартів [5, 6] параметри еталонної діаграми ( $R_b, E_{b0}, v_{bR}, \varepsilon_{bR}$ ) відповідних параметрів трансформованої діаграми роботи бетону ( $\bar{R}_b, \bar{R}_{bu}, \bar{E}_{b0}, \bar{v}_{bR}, \bar{\varepsilon}_{bR}, \bar{\varepsilon}_{bu}$ ). При цьому керуємось безсумнівним і підтвердженим численними експериментальними дослідженнями фактом, що характеристики пружного деформування бетону за одноразового короткочасного навантажування не залежать від виду силового режиму і залишаються незмінними, тобто  $E_{b0} = \bar{E}_{b0} = const$  и  $v_{bR} = \bar{v}_{bR} = const$  [1, 25, 31, 32 та ін.], а також переконливо доведеним у багатьох наукових публікаціях ствердженням того, що діаграма деформування будь-якого матеріалу є його енергетичною характеристикою, а питома енергія, що витрачається на деформування матеріалу до моменту його руйнування, при однаковому напруженому стані як площа фігури, обмеженої зазначеною діаграмою, не залежить від швидкості деформування [33, 34, 35, 36 та ін.]. Крім того, вважатимемо, що максимальне (пікове) напруження  $\bar{R}_b$  у вершині трансформованої діаграми деформування відповідає верхній границі мікротрещіноутворення  $R_{b,crc}^{top}$ , зафіксованій на еталонній діаграмі (рис. 1, (в)). Останню передумову базуємо на висновках О.Я. Берга [37] про порушення структури бетону за його м'якорезимного короткочасного осьового стиску до руйнування, а також деяких аналогіях, виявлених при дослідженні тривалої міцності і циклічної втоми бетону, які засвідчують про те, що при тривалому або короткочасно повторюваному перевищенні зовнішнім напруженням  $\sigma_b$  певного внутрішнього опору, який пов'язують із зазначеною межею  $R_{b,crc}^{top}$ , матеріал може передчасно втрачати міцність при  $\sigma_b < R_b$  в умовах прогресуючого зростання пластичної деформації.

Таким чином, в основу пропонованого аналітичного методу діаграмного трансформування покладені такі гіпотези та відповідні їм математичні вирази:

– гіпотеза № 1 (згідно з [15, 25, 31, 32 та ін.]) про інваріантність характеристик пружного деформування бетону (рис. 2, (а)), тобто

$$E_{b0} = \bar{E}_{b0} = const \tag{3}$$

і

$$v_{bR} = \bar{v}_{bR} = const, \tag{4}$$

де  $E_{b0} = (d\sigma_b/d\varepsilon_b)|_{\varepsilon_b=0}$ ;  $\bar{E}_{b0} = (d\bar{\sigma}_b/d\varepsilon_b)|_{\varepsilon_b=0}$ ;  $v_{bR} = \varepsilon_{b,el;R} / \varepsilon_{bR}$ ;  $\bar{v}_{bR} = \bar{\varepsilon}_{b,el;R} / \bar{\varepsilon}_{bR}$ ;

– гіпотеза № 2 (згідно з [33; 34; 35; 36 та ін.] про інваріантність питомої енергії силового деформування бетону, що витрачається до моменту його руйнування (рис. 2, (б)), тобто

$$W_R = \bar{W}_u = const, \tag{5}$$

де  $W_R = A_{R,\sigma\sim\varepsilon}$ ;  $\bar{W}_u = \bar{A}_{u,\bar{\sigma}\sim\varepsilon}$ ;  $A_{R,\sigma\sim\varepsilon}$  і  $\bar{A}_{u,\bar{\sigma}\sim\varepsilon}$  – площа фігур, обмежених діаграмами деформування бетону  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  і  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$  відповідно при «м'якому» і «жорсткому» режимам навантажування;

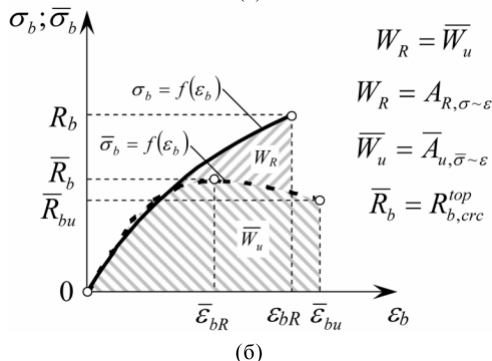
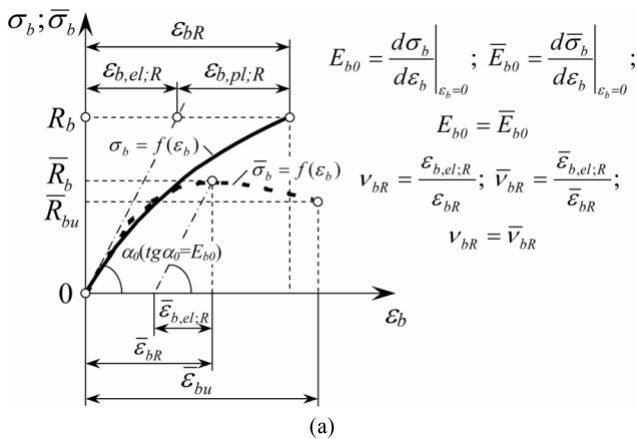


Рис. 2. Графічна інтерпретація гіпотез № 1 (а), 2 і 3 (б), , застосованих для трансформування еталонної діаграми деформування бетону за однорідного стиску:  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  і  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$  – відповідно еталонна і трансформована діаграми деформування

– гіпотеза № 3 (згідно з [37]) про відповідність максимального (пікового) напруження  $\bar{R}_b$  у вершині трансформованої діаграми деформування бетону  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$  верхній границі його мікротріщиноутворення  $R_{b,crc}^{top}$ , що зафіксована на еталонній діаграмі  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  (див. рис. 1, (в)), тобто

$$\bar{R}_b = R_{b,crc}^{top}. \quad (6)$$

Розкриття сформульованих гіпотез приводить до таких співвідношень:

– із гіпотези № 1

$$E_{b0} = \left. \frac{d\sigma_b}{d\varepsilon_b} \right|_{\varepsilon_b=0} = d \left[ \frac{R_b(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1-v_{bR})(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})} \right] / d\varepsilon_b \Big|_{\varepsilon_b=0} = \frac{v_{bR}\varepsilon_{bR}R_b}{[(v_{bR}-1)\varepsilon_b - v_{bR}\varepsilon_{bR}]^2} \Big|_{\varepsilon_b=0} = \frac{R_b}{v_{bR}\varepsilon_{bR}}; \quad (7)$$

$$\bar{E}_{b0} = \left. \frac{d\bar{\sigma}_b}{d\varepsilon_b} \right|_{\varepsilon_b=0} = d \left[ \frac{\bar{R}_b(\varepsilon_b/\bar{\varepsilon}_{bR})}{v_{bR} + (1-v_{bR})(\varepsilon_b/\bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}} \right] / d\varepsilon_b \Big|_{\varepsilon_b=0} = \frac{v_{bR}\bar{R}_b [1 - (\varepsilon_b/\bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}]}{\bar{\varepsilon}_{bR} [v_{bR} + (1-v_{bR})(\varepsilon_b/\bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}]^2} \Big|_{\varepsilon_b=0} = \frac{\bar{R}_b}{v_{bR}\bar{\varepsilon}_{bR}}; \quad (8)$$

$$\frac{R_b}{v_{bR}\varepsilon_{bR}} = \frac{\bar{R}_b}{v_{bR}\bar{\varepsilon}_{bR}}. \quad (9)$$

– із гіпотези № 2

$$W_R = A_{R,\sigma-\varepsilon} = \int_0^{\varepsilon_{bR}} \sigma_b d\varepsilon_b = \frac{R_b \varepsilon_{bR}}{1-v_{bR}} \left( 1 + \frac{v_{bR}}{1-v_{bR}} \ln |v_{bR}| \right); \quad (10)$$

$$\bar{W}_u = \bar{A}_{u,\bar{\sigma}-\varepsilon} = \int_0^{\bar{\varepsilon}_{bu}} \bar{\sigma}_b d\varepsilon_b = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{R}_b \bar{\varepsilon}_{bu}}{(2v_{bR}-1)(1-v_{bR})} \times \quad (11)$$

$$\times \left\{ (2v_{bR}-1) \left[ 2v_{bR} \cdot \text{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR}-1}{v_{bR}}, 1, -2v_{bR} \right) + 1 \right] + 2(v_{bR}-1) \right\};$$

$$R_b \varepsilon_{bR} \left( 1 + \frac{v_{bR}}{1-v_{bR}} \ln |v_{bR}| \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{R}_b \bar{\varepsilon}_{bu}}{(2v_{bR}-1)} \times \quad (12)$$

$$\times \left\{ (2v_{bR}-1) \left[ 2v_{bR} \cdot \text{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR}-1}{v_{bR}}, 1, -2v_{bR} \right) + 1 \right] + 2(v_{bR}-1) \right\};$$



де  $\text{LerchPhi}(z, a, v) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n / (v+n)^a$  – спеціальна спрощувальна

трансцендентна функція «Lerch's Phi function» (функція Лерча «Фі»), яка вказує на область дії спрощення [38, 39, 40].

Сумісне розв'язання рівнянь (9), (12) і (6), що впливають із гіпотез відповідно № 1, 2 і 3, відносно  $\bar{R}_b$ ,  $\bar{\varepsilon}_{bR}$  і  $\bar{\varepsilon}_{bu}$  дає такий результат:

$$\bar{R}_b = R_{b,cr}^{top}; \quad (13)$$

$$\bar{\varepsilon}_{bR} = (\bar{R}_b / R_b) \varepsilon_{bR}; \quad (14)$$

$$\bar{\varepsilon}_{bu} = \frac{2\bar{\varepsilon}_{bR}}{\bar{R}_b / R_b} \cdot \frac{1 - v_{bR}(3 - \ln|v_{bR}|) + 2v_{bR}^2(1 - \ln|v_{bR}|)}{2v_{bR}(2v_{bR}^2 - 3v_{bR} + 1)\text{LerchPhi}\left(\frac{v_{bR}-1}{v_{bR}}, 1, -2v_{bR}\right) + 4v_{bR}^2 - 7v_{bR} + 3}. \quad (15)$$

Граничну (критичну) міцність бетону  $\bar{R}_{bu}$ , зважаючи на співвідношення (2), за відомих  $\bar{R}_b$ ,  $\bar{\varepsilon}_{bR}$  і  $\bar{\varepsilon}_{bu}$  можна отримати з виразу

$$\bar{R}_{bu} = \frac{\bar{R}_b(\bar{\varepsilon}_{bu} / \bar{\varepsilon}_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR})(\bar{\varepsilon}_{bu} / \bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}}. \quad (16)$$

Числові значення функції  $\text{LerchPhi}[(v_{bR}-1)/v_{bR}, 1, -2v_{bR}]$  у залежності від  $v_{bR}$  представлені в Таблиці 1.

Таблиця 1

Сота частка у значенні $v_{bR}$	Значення функції $\text{LerchPhi}[(v_{bR}-1)/v_{bR}, 1, -2v_{bR}]$ при величині граничного коефіцієнта пружності бетону $v_{bR}$									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,00	$-\infty$	-8,382	-5,908	-5,706	-7,656	497,7	2,939	0,624	-0,062	-0,356
0,01	-54,86	-7,902	-5,821	-5,768	-8,170	47,72	2,505	0,521	-0,102	-0,356
0,02	-29,31	-7,506	-5,750	-5,849	-8,824	22,75	2,146	0,429	-0,140	-0,393
0,03	-20,68	-7,174	-5,695	-5,950	-9,679	14,44	1,845	0,345	-0,174	-0,410
0,04	-16,33	-6,895	-5,654	-6,076	-10,83	10,30	1,590	0,270	-0,206	-0,426
0,05	-13,69	-6,658	-5,628	-6,229	-12,46	7,825	1,371	0,202	-0,236	-0,440
0,06	-11,93	-6,456	-5,615	-6,414	-14,93	6,183	1,180	0,139	-0,264	-0,454
0,07	-10,66	-6,284	-5,616	-6,639	-19,06	5,016	1,014	0,082	-0,289	-0,467
0,08	-9,711	-6,137	-5,631	-6,911	-27,36	4,145	0,868	0,030	-0,313	-0,467
0,09	-8,971	-6,012	-5,660	-7,245	-52,34	4,145	0,739	-0,018	-0,335	-0,490

Примітка. Значення функції  $\text{LerchPhi}[(v_{bR}-1)/v_{bR}, 1, -2v_{bR}]$  при проміжних величинах  $v_{bR}$  слід приймати лінійною інтерполяцією.

Максимальне (пікове) напруження  $\bar{R}_b$  у вершині трансформованої діаграми деформування бетону  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ , що відповідає зафіксованій на еталонній діаграмі  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  верхній границі його

мікротрещіноутворення  $R_{b,crc}^{top}$  (див. рис. 1, (в)), може бути визначене за раніше отриманою формулою [41]

$$R_{b,crc}^{top} = \frac{R_b \left( \sqrt{v_{b,l;R} \varepsilon_{b,l;R}} - \sqrt{2v_{b,tr;R} \varepsilon_{b,tr;R}} \right)}{\left( 1 - v_{b,tr;R} \right) \sqrt{v_{b,l;R} \varepsilon_{b,l;R}} - \left( 1 - v_{b,l;R} \right) \sqrt{2v_{b,tr;R} \varepsilon_{b,tr;R}}}, \quad (17)$$

де підрядкові позначення « $l$ » і « $tr$ » вказують відповідно на поздовжній і поперечний напрямки деформування бетону;  $v_{b,l;R} = v_{bR}$  і  $\varepsilon_{b,l;R} = \varepsilon_{bR}$  – пружно-пластичні характеристики поздовжнього деформування бетону (параметри ті ж самі, що і в формулі (1));  $v_{b,tr;R}$ ,  $\varepsilon_{b,tr;R}$  – пружно-пластичні характеристики поперечного деформування бетону, що визначаються одночасно з аналогічними характеристиками його поздовжнього деформування після проведення стандартних випробувань еталонних бетонних призмових зразків.

Якщо ж розрахунок за формулою (17) з будь-якої причини виконати неможливо, то значення  $R_{b,crc}^{top}$  може бути встановлено з інших відомих співвідношень, зокрема:

– з формули Берга О.Я. [37; 42] для важких бетонів у досить зрілому віці (більше 28 діб) з міцністю в межах 10...100 МПа

$$R_{b,crc}^{top} / R_b = 0,35 \lg R_b - 0,175; \quad (18)$$

– з формули Дегтерева В. В.-Гагаріна Ю. А. [43; 44] для важких бетонів підвищеної міцності

$$R_{b,crc}^{top} / R_b = 1,37 - 0,01 \sqrt{5929 - 4R_b}; \quad (19)$$

– з формули Ізраеліта М. М.-Галузо Г. С. [45] для легких бетонів із міцністю в межах 15 ... 47 МПа (отриманої за результатами випробувань аглопоритобетонів на кварцовому й пористому аглопоритових пісках)

$$R_{b,crc}^{top} / R_b = 0,135 \lg R_b + 0,495 \quad (20)$$

(у формулах (17)...(19)  $R_b$  – у  $\text{кг/см}^2$ ).

Приклади аналітичного перетворення еталонних діаграм  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  поздовжнього і поперечного деформувань за короткочасних осьових стиску й розтягу, побудованих за результатами власних випробувань декількох видів бетону, а також дослідними даними інших авторів [46, 47, 48, 49, 50] у широкому діапазоні видів, міцностей і віку досліджуваних матеріалів (усього 38 бетонних зразків із дев'яти видів бетону), в адекватні трансформовані форми  $\bar{\sigma}_b = f(\bar{\varepsilon}_b)$ , встановлені розрахунковим шляхом, представлені в Таблиці 2, на рис. 3, 4.

Як бачимо, експериментальні еталонні діаграми деформування бетону якісно й кількісно відрізняються від відповідних розрахункових трансформованих форм. При цьому, наприклад, для поздовжнього деформування за осьового стиску (Табл. 2 і рис. 3) фіксуємо такі співвідношення діаграмних параметрів:  $\bar{R}_b = (0,6...0,99) R_b$ ;

$\bar{R}_{bu} = (0,3 \dots 0,99) R_b$ ;  $\bar{\varepsilon}_{bR} = (0,6 \dots 0,99) \varepsilon_{bR}$ ;  $\bar{\varepsilon}_{bu} = (0,90 \dots 1,50) \varepsilon_{bR}$ . У межах же самих трансформованих діаграм маємо  $\bar{R}_{bu} = (0,4 \dots 1,00) \bar{R}_b$  і  $\bar{\varepsilon}_{bu} = (1,00 \dots 2,52) \bar{\varepsilon}_{bR}$ . Аналогічні зазначеним тенденції спостерігаємо і для поперечного деформування бетонів за осового стиску (табл. 2), а також для випадків осового розтягу (табл. 2 і рис. 4).

Таблиця 2

Вид бетону	Вік бетону, діб	Параметри еталонної діаграми $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$					Параметри трансформованої діаграми $\bar{\sigma}_b = f(\bar{\varepsilon}_b)$						
		$R_b$ , МПа	$E_{b0} \times 10^3$ , МПа	$\nu_{bR}$	$\varepsilon_{bR} \times 10^5$	$W_{bR} \times 10^5$ , МПа	$\bar{R}_b$ , МПа	$\bar{R}_{b,m}$ , МПа	$\bar{E}_{b0} \times 10^3$ , МПа	$\bar{\nu}_{bR}$	$\bar{\varepsilon}_{bR} \times 10^5$	$\bar{\varepsilon}_{bu} \times 10^5$	$\bar{W}_{bu} \times 10^5$ , МПа
Поздовжнє деформування за осового стиску													
ДЗБ-І*, ДЗБ-ІІ*	410	20,98	36,18	0,914	63,44	686	18,94	15,04	36,18	0,914	57,29	67,39	689
КЗБ-І*	143	20,20	36,49	0,511	108,33	1335	16,97	16,52	36,49	0,511	91,00	114,17	1335
КЗБ-ІІ*	127	15,72	39,43	0,324	123,05	1316	9,38	7,94	39,43	0,324	73,42	184,79	1316
КЗБД-ІІІ*	349	31,35	31,02	0,830	121,76	2027	23,45	9,47	31,02	0,830	91,08	150,51	2027
КЗБД-ІV*	213	32,53	28,96	0,792	141,83	2486	24,33	13,24	28,96	0,792	106,09	173,48	2486
ВБ на відк. ГЗК [46]	---	25,30	39,00	0,569	114,01	1710	15,43	9,67	39,00	0,569	69,55	165,74	1710
ВБ-І [47]	28	18,30	35,10	0,274	190,28	2453	15,46	15,31	35,10	0,274	160,79	203,37	2453
ШБ-І [47]	28	18,50	35,30	0,396	132,34	1592	15,06	14,66	35,30	0,396	107,73	144,57	1592
НМВБ-І-2 [48]	70-150	53,96	37,91	0,661	215,34	6607	42,31	36,56	37,91	0,661	168,86	245,31	6607
НМВБ-ІІ-2 [48]	70-150	72,01	39,75	0,720	251,63	10049	59,62	53,56	39,75	0,720	208,35	273,82	10049
КБ-І*	136	19,70	16,54	0,615	193,70	2215	15,88	14,63	16,54	0,615	156,10	213,65	2215
КБ-ІІ*	303	25,90	16,77	0,876	176,28	2384	21,29	11,20	16,77	0,876	144,89	201,40	2384
КБ-ІІІ*, КБ-ІV*	347	22,70	17,09	0,779	170,50	2096	18,48	14,82	17,09	0,779	138,82	190,99	2096
КБ-V*	378	20,04	17,65	0,699	162,48	1822	16,17	14,16	17,65	0,699	131,10	180,80	1822
КПБ-І [49]	28	22,20	10,10	0,973	226,00	2532	21,98	21,97	10,10	0,973	223,74	224,44	2532
КПБ-ІІ [49]	28	22,80	9,65	0,949	249,00	2888	21,89	21,17	9,65	0,949	239,04	251,64	2888
КПБ-ІV [49]	28	21,40	8,45	0,938	270,00	2951	20,12	18,41	8,45	0,938	253,80	277,07	2951
ШПБ-І [50]	---	47,40	26,49	0,817	219,02	5540	40,64	35,25	26,49	0,817	187,77	235,29	5540
ШПБ-ІІ [50]	---	46,10	26,50	0,753	231,03	5827	39,45	36,56	26,50	0,753	197,69	244,77	5827
ШПБ-ІІІ [50]	---	46,10	24,83	0,829	223,96	5485	39,45	33,27	24,83	0,829	191,65	241,91	5485
ВБ-І [50]	---	31,00	33,11	0,483	193,85	3721	21,70	18,61	33,11	0,483	135,67	245,24	3721
ВБ-ІІ [50]	---	28,70	33,22	0,443	195,02	3542	19,75	17,12	33,22	0,443	134,21	251,28	3542
ВБ-ІІІ [50]	---	28,00	32,34	0,449	192,83	3405	19,16	16,46	32,34	0,449	131,98	249,80	3405
Поперечне деформування за осового стиску													
ДЗБ-І*, ДЗБ-ІІ*	410	20,98	276,3	0,853	8,90	98	18,94	17,80	276,3	0,853	8,04	9,18	98
КЗБ-І*	143	20,20	208,7	0,285	33,96	479	16,97	16,78	208,7	0,285	28,53	36,43	479
КЗБ-ІІ*	127	15,72	219,5	0,341	21,00	222	9,38	7,84	219,5	0,341	12,53	31,47	222
КЗБД-ІІІ*	349	31,35	217,8	0,541	26,61	501	23,45	20,74	217,8	0,541	19,90	31,51	501
КЗБД-ІV*	213	32,53	196,6	0,460	35,97	734	24,33	22,33	196,6	0,460	26,91	42,62	734
ВБ-І [47]	28	18,30	255,8	0,056	127,75	2053	15,46	15,43	255,8	0,056	107,95	145,81	2053
ШБ-І [47]	28	18,50	248,0	0,105	71,04	1080	15,06	14,96	248,0	0,105	57,83	82,38	1080
Поздовжнє деформування за осового розтягу													
ВБ-І [47]	28	1,39	27,60	0,635	7,93	6,34	1,17	1,12	27,60	0,635	6,70	8,39	6,34
ШБ-І [47]	28	1,48	29,50	0,776	6,47	5,19	1,20	0,97	29,50	0,776	5,26	7,27	5,19
ВБ-ІІ [47]	28	1,53	36,50	0,572	7,33	6,64	1,29	1,25	36,50	0,572	6,19	7,71	6,64
ШБ-ІІ [47]	28	1,23	32,10	0,589	6,51	4,70	1,00	0,94	32,10	0,589	5,30	7,11	4,70
КБ-І*	136	1,00	16,61	0,596	10,10	5,91	0,81	0,75	16,61	0,596	8,14	11,07	5,91
КБ-ІІ*	303	1,30	12,41	0,852	12,30	8,42	1,07	0,69	12,41	0,852	10,11	13,92	8,42
КБ-ІІІ*, КБ-ІV*	347	1,90	19,26	0,873	11,30	11,22	1,55	0,78	19,26	0,873	9,20	12,99	11,22
КБ-V*	378	1,40	15,13	0,907	10,20	7,37	1,13	0,26	15,13	0,907	8,23	12,02	7,37

Примітки. 1. У таблиці прийняті такі позначення: ДЗБ – важкий дрібнозернистий цементно-піщаний бетон; КЗБ – важкий крупнозернистий бетон на традиційних заповнювачах (із гранітного щебеню й кварцового піску); КЗБД – важкий крупнозернистий бетон на традиційних заповнювачах (із модифікованою добавкою «Дюфен»); ВБ на відк. ГЗК – важкий бетон, в якому як дрібний заповнювач застосовують відходи гірничозбагачувального комбінату; ВБ – важкий бетон на традиційних заповнювачах; ШБ – важкий бетон, в якому частина крупних і дрібних заповнювачів замінена шлаком ТЕС; НМВБ – надмірний важкий бетон на традиційних заповнювачах і високоактивних портландцементгах; КБ – керамзитобетон; КПБ – керамзитоперлітобетон; ШПБ – шлакопемзобетон. 2. «Зірочками» позначені бетони, механічні характеристики яких отримані за результатами власних випробувань.

Не важко помітити, що за найменшої пластичності бетонів їхні трансформовані діаграми  $\bar{\sigma}_b = f(\bar{\varepsilon}_b)$  мають низхідні вітки. Причому, чим бетони пружні, тим зазначені вітки коротші і більш стрімкі як при стиску, так і розтягу (рис. 3 діаграми для ДЗБ-І, ДЗБ-ІІ, КЗБД-ІІІ ШПБ-І, а на

рис. 4 – для ШБ-I, КБ-II, КБ-III, КБ-IV, КБ-V). Натомість більш пластичні бетони мають порівняно протяжніші й більш пологі низхідні вітки (рис. 3 діаграми для КЗБ-I, ВБ на відхід. ГЗК, ШБ-I, а на рис. 4 – для КБ-I).

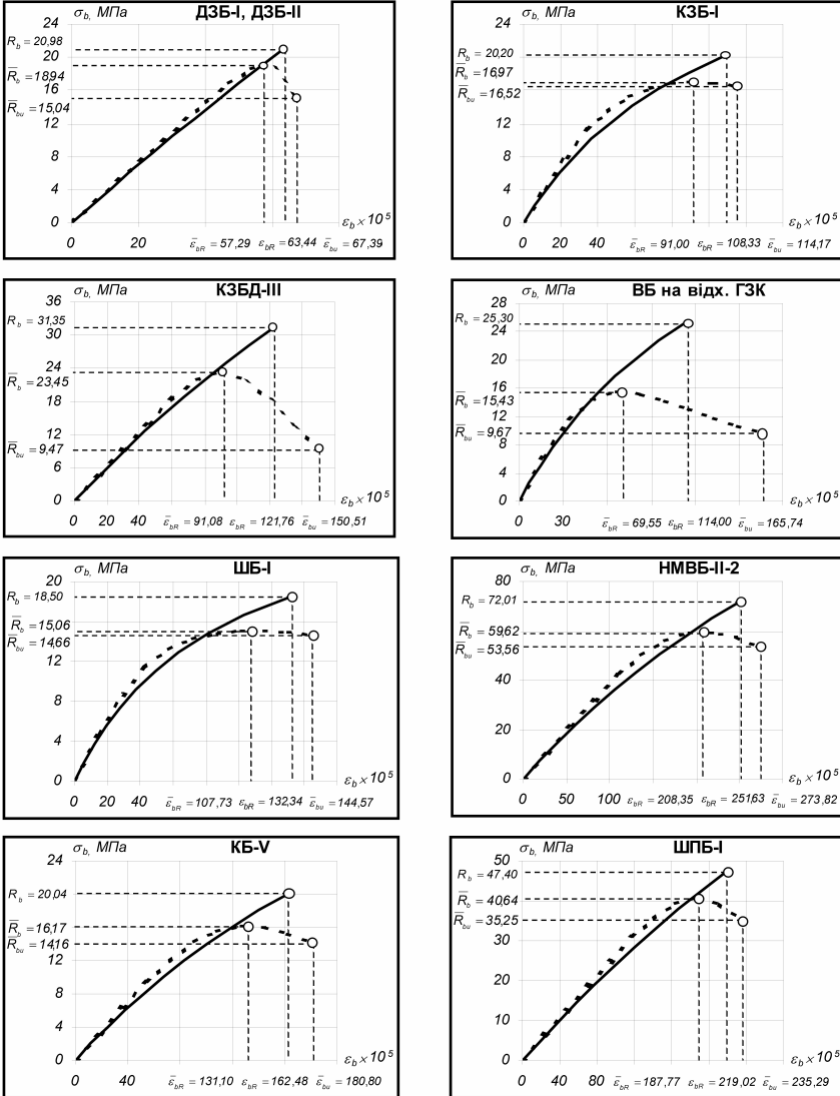


Рис. 3. Приклади трансформування діаграм поздовжнього деформування різних видів бетону за короточасного осового стиску (позначення ті ж самі, що у Табл.і 2 і рис. 2)

Важливо відзначити, що запропонований аналітичний метод діаграмного перетворення також дозволяє отримати трансформовані

діаграми з низхідною віткою і для центрально розтягнутого бетону в той самий час, коли на думку більшості авторів [51] прямими випробуваннями цього досягти неможливо.

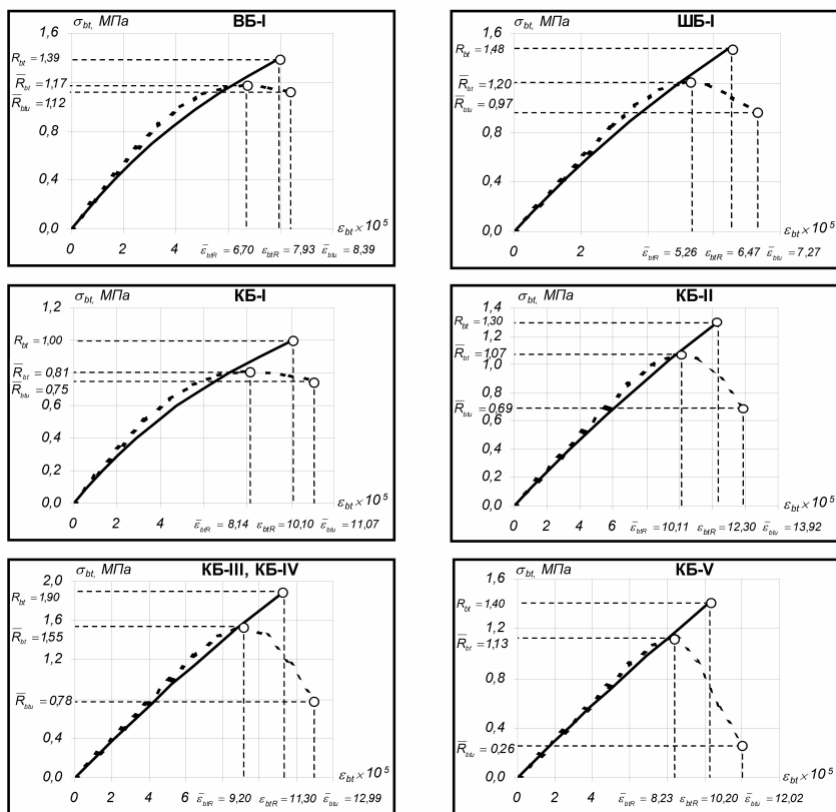


Рис. 4. Приклади трансформування діаграм поздовжнього деформування різних видів бетону за короткочасного осевого розтягу (позначення ті ж самі, що у Табл. 2 і рис. 2)

Таким чином, виходячи з гіпотез про інваріантність характеристик пружного деформування бетону та питомої енергії силового деформування бетону, що витрачається на його роботу до моменту руйнування, розроблено позбавлений умовностей і зайвого емпіризму ефективний і загальнодоступний аналітичний метод трансформування діаграми деформування бетону за його короткочасного однорідного стиску. Основний результат реалізації зазначеного методу – максимально точне визначення граничної стисливості бетону  $\bar{\epsilon}_{bt}$  (рис. 1 (а), (в) і формула (15)), яка одночасно є граничною крайовою деформацією неоднорідно стиснутого бетону. Як бачимо, у формулах (13)...(17) присутні виключно параметри, які мають строгий фізичний зміст і визначаються зі стандартних випробувань бетону, що дозволяє

використовувати зазначені співвідношення незалежно від його виду, віку, класу, технології приготування тощо. Певну громіздкість, що притаманна виразу (15), не слід розглядати як перешкоду; при сучасному рівні обчислювальної техніки ця проблема цілком вирішувана.

Розглянемо можливість одночасного застосування аналітичних виразів для діаграм деформування  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  і  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$  (формули (1) і (2)), отриманих випробуваннями бетону короточасним однорідним стиском до руйнування, до графічної побудови та математичного описання фізично обґрунтованої й надійної діаграми стану бетону, що відображає функціональний зв'язок між напруженнями й деформаціями бетону стиснутої зони в зігнутих бетонних і залізобетонних елементах, перерізи яких працюють в умовах неоднорідного напруженого стану.

О.Я. Берг у своїй фундаментальній праці [37], проаналізувавши діаграми деформування бетону з низхідною віткою, отримані К. Е. Талем у дослідах з центрально стиснутими армованими призмами, стверджує, що при неоднорідних напружених станах міцність матеріалу на стиск (так звана міцність на стиск при згині  $R_{b,fl}$ ) може значно підвищуватись (для прикладу, у багаторічних цільових дослідженнях [52, 53, 54] для бетонів з кубикової міцністю  $R = 20...90$  МПа зафіксовано збільшення  $R_{b,fl}$  по відношенню до  $\bar{R}_b$  у 1,2...2 рази) через особливий механізм розвитку мікротріщин і подальші розриви бетону та, як наслідок, перерозподіл зусиль з більш слабких місць на місця менш слабкі, у тому числі – з непорушеною структурою. Подібні твердження про фізичну природу міцності бетону на стиск при згині, що базуються на аналізі величезного масиву дослідних даних, накопичених поколіннями вітчизняних і зарубіжних дослідників, знаходимо також в публікаціях [55, 56, 57, 58]. З іншого боку автор [37] вказує на те, що загальний характер зв'язку деформацій з напруженнями в бетоні стиснутої зони зігнутого елемента аналогічний тій закономірності, що виявлена при однорідному стиску. Таким чином, власні дослідження, результати яких представлені в таблиці 2 і які свідчать про те, що для широкого діапазону видів і класів бетону  $R_b = (1,01...1,68) \bar{R}_b$ , а також висловлювання й висновки інших авторів дають підставу вважати, що для стиснутого бетону, який працює в умовах неоднорідного напруженого стану, може бути застосований закон деформування у такому формалізованому вигляді:

$$\sigma_{b,fl} = \frac{R_b(\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR})(\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})^{1/(1-v_{bR})}}, \quad (21)$$

де  $R_b$ ,  $v_{bR}$  і  $\varepsilon_{bR}$  – параметри ті ж самі, що й у формулі (1).

Разом із тим, у виразі (21) за граничну стисливість бетону  $\varepsilon_{bu}$ , що відповідає граничній крайовій (тобто вільній від впливу суміжних волокон) деформації стиснутого перерізу зігнутого елемента, слід приймати

деформацію  $\bar{\varepsilon}_{bu}$ , отриману при реалізації вище описаного аналітичного методу діаграмного трансформування та визначену за формулою (15). Тоді граничну (критичну) міцність бетону на стиск при згині  $R_{bu}$  за відомих  $R_b$ ,  $v_{bR} = \bar{v}_{bR} = v_{bR,fl}$ ,  $\varepsilon_{bR}$  і  $\varepsilon_{bu} = \bar{\varepsilon}_{bu}$  слід обчислювати так:

$$R_{bu} = \frac{R_b (\varepsilon_{bu} / \varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR}) (\varepsilon_{bu} / \varepsilon_{bR})^{1/(1-v_{bR})}} \quad (22)$$

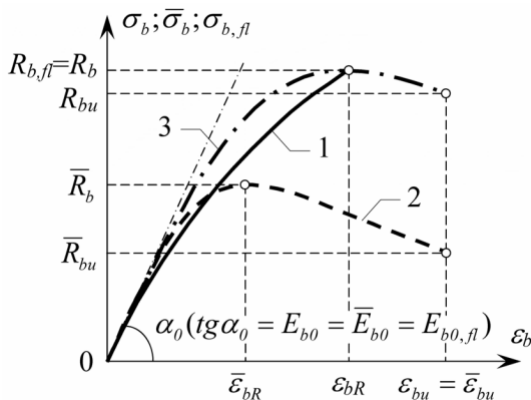


Рис. 5. Графічна ілюстрація трансформування діаграм деформування бетону: 1 – еталонна діаграма  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  однорідного стиску за «м'якого» режиму навантажування; 2 – трансформована діаграма  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$  однорідного стиску за «жорсткого» режиму навантажування; 3 – діаграма  $\sigma_{b,fl} = f(\varepsilon_b)$  неоднорідного стиску при згині

Запропонований аналітичний метод діаграмного трансформування бетону в умовах однорідного стиску та отриманий на його основі математичний запис (21) діаграми стану неоднорідно стиснутого бетону були успішно апробовані при розрахунку за різними методиками (у тому числі за національними будівельними нормами, європейським стандартом і будівельними нормами деяких пострадянських республік) міцності нормальних перерізів із застосуванням деформаційної моделі згинальних стрижневих залізобетонних елементів з одиночним і подвійним армуванням (якісно й кількісно відмінною арматурою, у тому числі з м'яких і твердих сталей) із дрібнозернистого цементно-піщаного бетону, бетону на традиційних заповнювачах, бетону, в якому частина крупних і дрібних заповнювачів замінена шлаком теплових електростанцій і легкого бетону на природних пористих крупних і дрібних заповнювачах з вулканічних шлаків (усього 35 балок). Найкраща збіжність результатів розрахунку міцності (тобто граничних моментів  $M_u^{th}$  від рівнодіючих усіх внутрішніх поздовжніх зусиль в бетоні й арматурі відносно нейтральної осі елементів) із відповідними

експериментальними даними (тобто згинальними моментами  $M^{exp}$  від зовнішнього руйнуючого навантаження) свідчить про достатню обґрунтованість і коректність викладеного методичного підходу до побудови та математичного описання діаграм деформування бетону в умовах однорідного й неоднорідного стиску. Статистичні характеристики (середнє значення варіаційного ряду  $M$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma$ , коефіцієнт варіації  $V$  і показник точності  $P$ ) виявлені за нормальними варіаційними рядами  $\Delta = M^{exp}/M_u^{th}$ , представлені в таблиці 3.

Таблиця 3

Спосіб визначення граничних моментів $M_u^{th}$	N, шт.	$M$	$\pm\sigma$	$\pm V, \%$	$\pm P, \%$	$\pm P$ (у %) при $P_\sigma=95\%$ і $t_0=1,96$
З урахуванням пропозицій автора	35	1,0393	0,0555	5,34	0,90	1,77
За методикою [1]	35	1,0286	0,0585	5,69	0,96	1,88
За методикою [3]	35	1,0320	0,0572	5,54	0,94	1,84
За методикою [4]	35	0,9852	0,0756	7,68	1,30	2,54

Примітка. В останній колонці таблиці наведені значення показника точності  $\pm P$  (у %) за фіксованої довірчої ймовірності  $P_\sigma=95\%$ , якій відповідає показник вірогідності  $t_0=1,96$  [59].

## Висновки

1. Розроблено ефективний і загальнодоступний аналітичний метод перетворення параметрів еталонних діаграм деформування бетону, що визначаються дослідним шляхом при стандартних випробуваннях призматичних бетонних зразків у «м'якому» режимі навантажування, в параметри імітаційно модельованих трансформованих діаграм, що відповідають жорсткорезимному навантажуванню бетону, експериментальне отримання яких технічно утруднене й неекономічне, а їхня достовірність викликає серед дослідників певні сумніви. Власний метод засновано на уявленні про діаграму деформування матеріалу як його енергетичній характеристиці та із застосуванням співвідношень (13)...(17) проілюстровано на прикладах перетворення еталонних діаграм поздовжнього та поперечного деформування різних видів бетону в умовах короткочасних осьових стиску й розтягу у відповідні трансформовані форми. Відсутність будь-яких емпіричних параметрів і співвідношень, що не мають строгого фізичного змісту, дозволяє використовувати зазначені вирази (13)...(17) незалежно від виду бетону, його віку й класу, технології приготування та подальшого зберігання тощо.

2. Базуючись на відомих уявленнях про фізичну природу міцності бетону, запропоновано спосіб одночасного застосування аналітичних виразів для діаграм деформування  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$  і  $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ , отриманих



випробуваннями бетону короткочасним осьовим стиском до руйнування (тобто в умовах однорідного напруженого стану), для переходу до діаграми стану бетону  $\sigma_{b,fl} = f(\varepsilon_b)$ , що описана виразом (21) і відображає функціональний зв'язок між напруженнями й деформаціями бетону стиснутої зони в зігнутих бетонних і залізобетонних елементах, перерізи яких працюють в умовах неоднорідного напруженого стану.

3. Апробацію математичного запису діаграми стану бетону (21) спільно з формулою (15) для визначення граничної крайової деформації  $\bar{\varepsilon}_{bu}$  неоднорідно стиснутого перерізу зігнутого елемента здійснювали при розрахунку міцності нормальних перерізів згинальних стрижневих залізобетонних елементів, виготовлених з матеріалів (бетону та арматури) із широким діапазоном видів і класів. Порівняльний аналіз результатів розрахунку міцності за різними методиками, у тому числі деформаційним методом із застосуванням запропонованих аналітичних виразів (21) і (15), з відповідними експериментальними даними свідчить про достатню обґрунтованість і коректність викладеного методичного підходу до графічної побудови та математичного описання діаграм деформування бетону в умовах однорідного й неоднорідного стиску.

4. Перспективним напрямком подальших експериментальних і теоретичних досліджень є вивчення можливості застосування розробленої методики побудови та математичного описання діаграм деформування бетону в умовах однорідного й неоднорідного стиску до розрахунку бетонних і залізобетонних елементів і конструкцій, експлуатованих при тривалих і короткочасних малоциклових навантажуваннях.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. [Чинний з 2011-06-01]. Вид. офіц. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 118 с.
2. СНБ 5.03.01-02. Бетонные и железобетонные конструкции. [Дата введения 2003-07-01]. Изд. офиц. Минск : Минстройархитектуры, 2003. 139 с.
3. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. С изменением № 1. [Дата введения 2013-01-01]. Изд. офиц. Москва, 2015. 163 с.
4. EN 1992-1-1. Eurocode 2 : Design of Concrete Structures. Part 1-1 : General Rules and Rules for Buildings. [December, 2004]. Brussels : CEN. 2004. 225 p.
5. ГОСТ 24452-80. Бетоны. Методы определения призмной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. [Дата введения 1982-01-01]. Изд. офиц. Москва: Изд-во стандартов, 1988. 18 с.
6. ДСТУ Б В.2.7-217:2009. Бетони. Методи визначення призмної міцності, модуля пружності і коефіцієнта Пуассона. [Чинний з 2010-09-01]. Вид. офіц. Київ: Мінрегіонбуд України, 2010. 16 с.
7. *Безухов Н. И.* Теория упругости и пластичности. Москва : Госиздат техн.-теоретич. лит-ры, 1953. 420 с.
8. *Веретенников В. И., Бармотин А. А.* О влиянии размеров и формы сечения элементов на диаграмму деформирования бетона при внецентренном сжатии. Бетон и железобетон. 2000. № 5. С. 27–30.

9. *Холмянский М. М.* К механизму деформирования и разрушения бетона при сжатии и растяжении. Бетон и железобетон. 1989. № 9. С. 25–26.
10. *Гвоздев А. А., Шубик А. В., Матков Н. Г.* О полной диаграмме сжатия бетона, армированного поперечными сетками. Бетон и железобетон. 1988. № 4. С. 37–39.
11. *Роговой С. И.* Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчёт прочности нормальных сечений: монография. Полтава, 2002. 183 с.
12. *Таль К. Э.* О деформативности бетона при сжатии. Исследование прочности, пластичности и ползучести строительных материалов: сб. тр. ЦНИПС. Москва: Госстройиздат, 1955. С. 202–207.
13. *Мурашкин Г. В., Бутенко С. А., Яворский И. Д.* К определению диаграммы « $\sigma$ – $\varepsilon$ » бетона с спадающим участком. Железобетонные конструкции. Экспериментально-теоретические исследования. Куйбышев, 1984. С. 20–25.
14. *Бачинский В. Я., Бамбура А. Н., Ватагин С. С.* Связь между напряжениями и деформациями бетона при кратковременном неоднородном сжатии. Бетон и железобетон. 1984. № 10. С. 18–19.
15. *Гузев Е. А., Шевченко В. И., Сейланов Л. А.* Исследование силовых и энергетических параметров разрушения бетона по полностью равновесным диаграммам его деформирования. Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1986. № 8. С. 1–5.
16. *Дегтерев В. В.* Деформативность бетона сжатой зоны в зависимости от её формы и характера армирования. Бетон и железобетон. 1986. № 8. С. 42–43.
17. *Бамбура А. М.* Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Харків, 2006. 39 с.
18. *Железобетонные конструкции. Основы теории, расчёта и конструирования: учеб. пособие для студентов строительных специальностей / Н. П. Блещик, Д. Д. Жуков, Д. Н. Лазовский и др.; под ред. Т. М. Пецольда и В. В. Тура. Брест: БГТУ, 2003. 380 с.*
19. *Рюш Г.* Исследование работы изгибаемых элементов с учётом упругопластических деформаций бетона: материалы международного совещания по расчёту строительных конструкций (Москва, декабрь, 1958 г.). Москва: Госстройиздат, 1961. С. 183–199.
20. *Быч П. М.* Экспериментально-теоретические исследования закритических характеристик бетона. Бетон и железобетон. 1987. № 3. С. 26–27.
21. *Ивашенко Ю. А., Лобанов А. Д.* Исследование процесса разрушения бетона при разных скоростях деформирования. Бетон и железобетон. 1984. № 11. С. 14–15.
22. *Красинский Н. П.* К определению полной диаграммы сжатия бетона. Совершенствование методов расчёта и исследование новых типов железобетонных конструкций. Ленинград, 1987. С. 92–97.
23. *Узун И. А.* Расчётные модели железобетонных элементов: монография. Одесса: ИМК «Городмастеров», 2000. 248 с.
24. *Яшин А. В.* Некоторые данные о деформациях и структурных изменениях бетона при осевом сжатии. Новое о прочности железобетона / под ред. К. В. Михайлова. Москва: Стройиздат, 1977. С. 17–30.
25. *Бондаренко В. М., Колчунов В. И.* Расчётные модели силового сопротивления железобетона: монография. Москва: Изд-во «АСВ», 2004. 471 с.
26. *Голишев О. Б., Бамбура А. М.* Курс лекцій з основ розрахунку будівельних конструкцій із опору залізобетону. Київ: Логос, 2004. 339 с.
27. *Байков В. Н.* Особенности разрушения бетона, обусловленные его ортотропным деформированием. Бетон и железобетон. 1988. № 12. С. 13–15.
28. *Бабич С. М., Крись Ю. О.* До питання побудови діаграми деформування бетону та визначення коефіцієнта повноти епюри напружень. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. Рівне: РДТУ, 2001. Вип. 6. С. 94–104.
29. *Крись Ю. О.* Моделювання зв'язку між напруженнями і деформаціями центрально стисненого бетону при різних режимах його навантажування. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2012. Вип. 23. С. 285–292., *Крись Ю. О.*
30. *Крись Ю. А.* Диаграммы деформирования бетона при различных режимах кратковременного осевого сжатия: Abstracts of the IV International Science Conference «Prospects and achievements in applied and basic sciences» (Budapest, February 9–12, 2021). Hungary 2021. 706 p. Pp. 46–51. DOI: <https://doi.org/10.46299/ISG.2021.I.IV>.

31. *Адицев В. В., Мутасов В. М.* Построение диаграммы «напряжения–деформации» для бетона в состоянии предразрушения при изгибе. Изв. вузов. Сер. Строительство. 1990. № 1. С. 28–32.
32. *Бондаренко В. М.* Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков: ХГУ, 1968. 324 с.
33. *Бондаренко В. М.* Начала теории энергетического управления силовым сопротивлением строительных конструкций. Изв. вузов. Сер. Строительство. 1996. № 11. С. 3–12.
34. *Койтер В. Т.* Общие теоремы теории упруго-пластических сред: из сб. «Успехи механики твёрдого тела»; Т. 1; под ред. И. Снеддона и Р. Хилла/Пер. с англ. В. И. Розенблома; под ред. Г. С. Паapiro. Москва: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 79 с.
35. *Мутасов В. М., Адицев В. В.* О применении энергетических соотношений в теории сопротивления железобетона. Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1990. № 4. С. 33–37.
36. *Несветаев Г. В., Коробкин А. П.* Энергетический подход к определению предельной сжимаемости бетона. Изв. вузов. Сер. Строительство. 1995. № 2. С. 8–11.
37. *Берг О. Я.* Физические основы теории прочности бетона и железобетона. Москва : Госстройиздат, 1961. 96 с.
38. *Aksenov S. V., Jentschura U. D.* LerchPhi User's Guide. Program for LerchPhi. Version 1.00 (May 1, 2002). 8 с. URL: <http://aksenov.freeshell.org/lerchphi/Documents/lphidoc.pdf>
39. *Walters W., Huber M.* On the New Evaluation of an Old Integral. U.S. Army Research Laboratory. Aberdeen Proving Ground. MD 21005-5069. ARL-TR-4689. December 2008. 12 p. URL: <http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ADA494913>.
40. *Zwillinger D.* CRC. Standard Mathematical Tables and Formulae: 32st Edition. New York: CRC Press, 2011. 833 p. URL: <http://www.twirpx.com/file/562512/>.
41. *Крусь Ю. О.* Визначення характеристик структурних порушень бетону з позицій зміни кінематичних параметрів його об'ємного деформування. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. Рівне: РДГУ, 2000. Вип. 4. С. 187–194.
42. *Берг О. Я., Щербаков Е. Н., Писанко Г. Н.* Высокопрочный бетон. Москва: Стройиздат, 1971. 208 с.
43. *Дегтерев В. В., Гагарин Ю. А.* Экспериментальное исследование напряжённого состояния внецентренно сжатых армированных элементов из бетона повышенной прочности. Исследование прочности бетонных и железобетонных элементов: труды ЦНИИС. Москва, 1973. Вып. 86. С. 37–55.
44. *Михайлов В. В., Емельянов М. П., Дудолов Л. С., Мутасов В. М.* Некоторые предложения по описанию диаграммы деформаций бетона при загрузении. Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1984. № 2. С. 23–27.
45. *Израелит М. М., Галузо Г. С.* Исследование физического процесса разрушения высокопрочного лёгкого бетона. Бетон и железобетон. 1967. № 3. С. 38–40.
46. *Барашиков А. Я., Шевченко Б. Н., Валовой А. И.* Малоцикловая усталость бетона при сжатии. Бетон и железобетон. 1985. № 4. С. 27–28.
47. *Голуб А. В.* Особенности прочностных и деформативных свойств бетона со шлаком ТЭС и их учёт при расчёте железобетонных конструкций: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Ровно, 1990. 190 с.
48. *Кретов В. И.* Об использовании логарифмической зависимости между напряжениями и деформациями сжатия для высокопрочных бетонов. Вопросы надёжности железобетонных конструкций: тез. докл. к обл. науч.-техн. семинару (октябрь, 1976 г.); под общ. ред. А. С. Лычева. Куйбышев, 1976. С. 74–78.
49. *Макеева Л. А., Ярмаковский В. Н., Истомин А. С.* Прочность и деформативность конструкционного керамзитоперлитобетона. Бетон и железобетон. 1985. № 12. С. 18–19.
50. *Семёнов П. П.* Оценка прочности и деформативности бетонов различных видов. Бетон и железобетон. 1991. № 10. С. 6–7.
51. *Зак М. Л.* Расчёт прочности стержневых бетонных элементов с учётом масштабного эффекта. Бетон и железобетон. 1990. № 5. С. 29–30.
52. Методические рекомендации по определению механических характеристик бетона при неоднородном кратковременном сжатии. Москва: ЦНИИС, 1992. 56 с.

53. *Чайка В. П.* Закономерности преобразования диаграммы сжатия бетона для объёмного и неоднородного напряжённого состояния. Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1970. № 1. С. 35–41.
54. *Чайка В. П.* Особенности деформирования тяжёлого бетона при неоднородном кратковременном сжатии. Бетон и железобетон. 1987. № 1. С. 42–43.
55. *Столяров Я. В.* Введение в теорию железобетона. Москва-Ленинград: Госстройиздат, 1941. 447 с.
56. *Мурашѐв В. И.* Трещиноустойчивость, жѣсткость и прочность железобетона. Москва : Машстройиздат, 1950. 268 с.
57. Железобетонные конструкции: учеб. для вузов/ Н. Я. Панарин, А. П. Павлов, Н. М. Онуфриев и др.; под ред. Н. Я. Панарина. Москва : Стройиздат, 1971. 544 с.
58. *Беглов А. Д., Санжаровский Р. С.* Теория расчѣта железобетонных конструкций на прочность и устойчивость. Современные нормы и евростандарты. Москва; Санкт-Петербург : Изд-во «АСВ», 2006. 221 с.
59. *Леонтьев Н. Л.* Техника статистических вычислений. Москва: Лесная промышленность, 1966. 352 с.

## REFERENCES

1. DSTU B V.2.6-156:2010. Konstruktsii budynkiv i sporud. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii z vazhkoho betonu. Pravyla proektuvannia (Construction of buildings and structures. Concrete and reinforced concrete structures. Design rules). [Chynnyi z 2011-06-01]. Vyd. ofits. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy, 2011. 118 s. [in Ukrainian].
2. SNB 5.03.01-02. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii (Concrete and reinforced concrete structures). [Data vvedeniya 2003-07-01]. Izd. ofic. Minsk: Ministrojarhitektury, 2003. 139 s. [in Russian].
3. SP 63.13330.2012. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. Osnovnye polozenija. Aktualizirovannaja redakcija SNiP 52-01-2003. S izmeneniem № 1 (Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. Actualized edition SNiP 52-01-2003. With change No. 1). [Data vvedeniya 2013-01-01]. Izd. ofic. Moskva, 2015. 163 s. [in Russian].
4. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. [December, 2004]. Brussels: CEN. 2004. 225 p.
5. GOST 24452-80. Betony. Metody opredelenija prizmennoj prochnosti, modulja uprugosti i koeficienta Puassona (Concretes. Methods for determining the prism strength, modulus of elasticity and the coefficient of Poisson). [Data vvedeniya 1982-01-01]. Izd. ofic. Moskva: Izd-vo standartov, 1988. 18 s. [in Russian].
6. DSTU B V.2.7-217:2009. Betony. Metody vyznachennia pryznivoi mitsnosti, modulja pruzhnosti i koefitsiienta Puassona (Concretes. Methods for determining the prism strength, modulus of elasticity and the coefficient of Poisson). [Chynnyi z 2010-09-01]. Vyd. ofits. Kyiv : Minrehionbud Ukrainy, 2010. 16 s. [in Ukrainian].
7. *Bezihov N. I.* Teorija uprugosti i plastichnosti (Theory of elasticity and plasticity). Moskva: Gosizdat tehn.-teoretich. lit-ry, 1953. 420 s. [in Russian].
8. Veretennikov V. I., Barmotin A. A. O vlijanii razmerov i formy sechenija jelementov na diagrammu deformirovaniya betona pri vnecentrennom szhatii (On influence of the size and shape of the cross-section of elements on the diagram deforming of concrete at eccentric compression). Beton i zhelezobeton. 2000. № 5. S. 27–30. [in Russian].
9. *Holmjanskij M. M.* K mehanizmu deformirovaniya i razrusheniya betona pri szhatii i rastjazhenii (To the mechanism of deforming and fracture of concrete at compression and tension). Beton i zhelezobeton. 1989. № 9. S. 25–26. [in Russian].
10. *Gvozdev A. A., Shubik A. V., Matkov N. G.* O polnoj diagramme szhatiya betona, amirovannogo poperechnymi setkami (On the complete diagram compression of concrete reinforced by transverse grids). Beton i zhelezobeton. 1988. № 4. S. 37–39. [in Russian].
11. *Rogovoj S. I.* Nelinejnoe deformirovanie v teorii zhelezobetona i raschjot prochnosti normal'nyh sechenij (Nonlinear deforming in the theory of reinforced concrete and calculation of the strength of normal sections) : monografija. Poltava, 2002. 183 s. [in Russian].

12. *Tal' K. Je.* O deformativnosti betona pri szhatii. Issledovanie prochnosti, plastichnosti i polzuchesti stroitel'nykh materialov (On the deformativity of concrete at compression) : sb. tr. CNIP S. Moskva : Gosstroizdat, 1955. S. 202–207. [in Russian].
13. *Murashkin G. V., Butenko S. A., Javorskij I. D.* K opredeleniju diagrammy « $\sigma$ - $\varepsilon$ » betona s nispadajushim uchastkom (To the determination of the « $\sigma$ - $\varepsilon$ » diagram of concrete with a falling branch). Zhelezobetonnye konstrukcii. Jeksperimental'no-teoreticheskie issledovanija. Kujbyshev, 1984. S. 20–25. [in Russian].
14. *Bachinskij V. Ya., Bambura A. N., Vatagin S. S.* Svjaz' mezhdu naprjazhenijami i deformatsijami betona pri kratkovremennom neodnorodnom szhatii (Relationship between stresses and deformations of concrete under short-term nonuniform compression). Beton i zhelezobeton. 1984. № 10. S. 18–19. [in Russian].
15. *Guzeev E. A., Shevchenko V. I., Sejanov L. A.* Issledovanie silovykh i erge-ticheskikh parametrov razrushenija betona po polnost'ju ravnovesnym diagrammam ego deformirovanija (Investigation of force and energy parameters of concrete fracture by fully equilibrium diagrams of its deforming). Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo i arhitektura. 1986. № 8. S. 1–5. [in Russian].
16. *Degterev V. V.* Deformativnost' betona szhatoj zony v zavisimosti ot ejo formy i haraktera armirovanija (Deformativity of concrete compressed zone depending on its shape and the nature of reinforcement). Beton i zhelezobeton. 1986. № 8. S. 42–43. [in Russian].
17. *Bambura A. M.* Eksperymentalni osnovy prykladnoi deformatsiinoi teorii zalizobetonu (Experimental bases of applied deformation theory of reinforced concrete): avtoref. dys. ... d-ra tekhn. nauk: 05.23.01. Kharkiv, 2006. 39 s. [in Ukrainian].
18. Zhelezobetonnye konstrukcii. Osnovy teorii, raschjota i konstruirovaniya (Reinforced concrete structures. Fundamentals of the theory, calculation and design) : ucheb. posobie dlja studentov stroitel'nykh special'nostej / N. P. Bleshchik, D. D. Zhukov, D. N. Lazovskij i dr.; pod red. T. M. Pecol'da i V. V. Tura. Brest : BGTU, 2003. 380 s. [in Russian].
19. *Rjush G.* Issledovanie raboty izgibaemykh jelementov s uchjotom uprugoplasticheskikh deformatsij betona (Investigation of the work of bendable elements, taking into account the elastoplastic deformations of concrete): materialy mezhdunarodnogo soveshhanija po raschjotu stroitel'nykh konstrukcij (Moskva, dekabr', 1958 g.). Moskva : Gosstroizdat, 1961. S. 183–199. [in Russian].
20. *Bich P. M.* Eksperimental'no-teoreticheskie issledovanija zakriticheskikh harakteristik betona (Experimental and theoretical investigations of the core characteristics of concrete). Beton i zhelezobeton. 1987. № 3. S. 26–27. [in Russian].
21. *Ivashenko Yu. A., Lobanov A. D.* Issledovanie processa razrushenija betona pri raznykh skorostjakh deformirovanija (Investigation of concrete fracture at different deforming rates). Beton i zhelezobeton. 1984. № 11. S. 14–15. [in Russian].
22. *Krasinskij N. P.* K opredeleniju polnoj diagrammy szhatija betona (To determine the full diagram compression of concrete). Sovershenstvovanie metodov raschjota i issledovanie novykh tipov zhelezobetonnykh konstrukcij. Leningrad, 1987. S. 92–97. [in Russian].
23. *Uzun I. A.* Raschjotnye modeli zhelezobetonnykh jelementov (Design models of reinforced concrete elements): monografija. Odessa: IMK «Gorod masterov», 2000. 248 s. [in Russian].
24. *Yashin A. V.* Nekotorye dannye o deformatsijah i strukturnykh izmenenijah betona pri osevom szhatii (Some data on deformations and structural changes of concrete at axial compression). Novoe o prochnosti zhelezobetona/pod red. K. V. Mihajlova. Moskva: Strojizdat, 1977. S. 17–30. [in Russian].
25. *Bondarenko V. M., Kolchunov V. I.* Raschjotnye modeli silovogo soprotivlenija zhelezobetona (Calculation models of the force resistance of reinforced concrete): monografija. Moskva: Izdvo «ASV», 2004. 471 s. [in Russian].
26. *Holyshev O. B., Bambura A. M.* Kurs lektsij z osnov rozrakhunku budivelnnykh konstruksii z oporu zalizobetonu (Course of lectures on the basics of calculation of building structures on the resistance of reinforced concrete). Kyiv: Lohos, 2004. 339 s. [in Ukrainian].
27. *Bajkov V. N.* Osobennosti razrushenija betona, obuslovlennye ego ortotropnym deformirovaniem (Peculiarities of concrete fracture caused by its orthotropic deforming). Beton i zhelezobeton. 1988. № 12. S. 13–15. [in Russian].
28. *Babych Ye. M., Krus Yu. O.* Do pytannia pobudovy diahramy deformatsii betonu ta vyznachennia koeffitsienta povnoty epiury napruzhen (To the question of building of diagram deforming of concrete and determining of the coefficient completeness of pure stresses).

- Resursoekonomni materialy, konstruksii, budivli ta sporudy: zb. nauk. prats. Rivne : RDTU, 2001. Vyp. 6. S. 94–104. [in Ukrainian].
29. *Krus Yu. O., Krus O. Yu.* Modeliuvannia zv'iazku mizh napruzheniamy i defor-matsiamy tsentralno stysneno-ho betonu pry ryznykh rezhymakh yoho navantazhuvannia (Modelling of connection between stresses and deformations of centrally compressed concrete at different modes of its loading). Resursoekonomni materialy, konstruksii, budivli ta sporudy : zb. nauk. prats. Rivne : NUVHP, 2012. Vyp. 23. S. 285–292. [in Ukrainian].
  30. *Krus Yu. A.* Diagrammy defomirovaniia betona pri razlichnykh rezhimakh kratkovremennogo oseвого szhatija (Diagrams deforming of concrete at different modes of short-term axial compression): Abstracts of the IV International Science Conference «Prospects and achievements in applied and basic sciences» (Budapest, February 9–12, 2021). Hungary 2021. 706 p. Pp. 46–51. [in Russian]. DOI : <https://doi.org/10.46299/ISG.2021.I.IV>.
  31. *Adishhev V. V., Mitasov V. M.* Postroenie diagrammy «naprjazhenija–defomacii» dlja betona v sostojanii predrazrusheniia pri izgibe (Building of the stress-strain diagram for concrete in a pre-fracture state at bending). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo.* 1990. № 1. S. 28–32. [in Russian].
  32. *Bondarenko V. M.* Nekotorye voprosy nelinejnoj teorii zhelezobetonu (Some questions of the nonlinear theory of reinforced concrete). Har'kov : HGU, 1968. 324 s. [in Russian].
  33. *Bondarenko V. M.* Nachala teorii Energeticheskogo upravlenija silovym soprotivleniem stroitel'nykh konstrukcij (The beginnings of the theory of energy management of the force resistance of building structures). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo.* 1996. № 11. S. 3–12. [in Russian].
  34. *Kojier V. T.* Obshhie teoremy teorii upругo-plasticheskikh sred (General theorems of the theory of elastic-plastic media) : iz sb. «Uspehi mehaniki tvjordogo tela»; T. 1; pod red. I. Sneddona i R. Hilla / Per. s angl. V. I. Rozenbljuma; pod red. G. S. Shapiro. Moskva : Izd-vo inostr. lit-ry, 1961. 79 s. [in Russian].
  35. *Mitasov V. M., Adishhev V. V.* O primenenii jenergeticheskikh sootnoshenij v teorii soprotivlenija zhelezobetonu (On the use of energetic ratios in the theory of reinforced concrete resistance). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo i arhitektura.* 1990. № 4. S. 33–37. [in Russian].
  36. *Nesvetajev G. V., Korobkin A. P.* Energeticheskij podhod k opredeleniju predel'noj szhimaemosti betona (Energy approach to determining the ultimate compressibility of concrete). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo.* 1995. № 2. S. 8–11. [in Russian].
  37. *Berg O. Ya.* Fizicheskie osnovy teorii prochnosti betona i zhelezobetonu (Physical bases of the strength and of concrete reinforced concrete). Moskva : Gosstrojizdat, 1961. 96 s. [in Russian].
  38. *Aksenov S. V., Jentschura U. D.* LerchPhi User's Guide. Program for LerchPhi. Version 1.00 (May 1, 2002). 8 c. URL : <http://aksenov.freeshell.org/lerchphi/Documents/lphidoc.pdf>
  39. *Walters W., Huber M.* On the New Evaluation of an Old Integral. U.S. Army Research Laboratory. Aberdeen Proving Ground. MD 21005-5069. ARL-TR-4689. December 2008. 12 p. URL : <http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ADA494913>.
  40. *Zwillinger D.* CRC. Standard Mathematical Tables and Formulae : 32st Edition. New York : CRC Press, 2011. 833 p. URL : <http://www.twirpx.com/file/562512/>.
  41. *Krus Yu. O.* Vyznachennia kharakterystyk strukturykh porushen betonu z pozytsii zminy kinematychnykh parametrov yoho ob'iemnoho deformuvannia (Determining the characteristics of structural disturbances of concrete from the standpoint of changing the kinematic parameters of its volumetric deforming). Resursoekonomni materialy, konstruksii, budivli ta sporudy : zb. nauk. prats. Rivne : RDTU, 2000. Vyp. 4. S. 187–194. [in Ukrainian].
  42. *Berg O. Ya., Shherbakov E. N., Pisanko G. N.* Vysokoprochnyj beton (High strength concrete). Moskva : Strojizdat, 1971. 208 s. [in Russian].
  43. *Degterev V. V., Gagarin Yu. A.* Eksperimental'noe issledovanie naprjazhonnogo sostojanija vnecentrenno szhatykh amirovannykh jelementov iz betona povyshennoj prochnosti (Experimental investigation of the stress state of eccentrically compressed reinforced concrete elements of increased strength). Issledovanie prochnosti betonnykh i zhelezobetonnykh jelementov : trudy CNIIS. Moskva, 1973. Vyp. 86. S. 37–55. [in Russian].
  44. *Mihajlov V. V., Emelianov M. P., Dudoladov L. S., Mitasov V. M.* Nekotorye predlozhenija po opisaniju diagrammy defomacij betona pri zagruzenii (Some suggestions for describing of the diagram deformation of concrete at loading). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo i arhitektura.* 1984. № 2. S. 23–27. [in Russian].

45. *Izraelit M. M., Galuzo G. S.* Issledovanie fizicheskogo processa razrusheniya vysokoprochnogo ljogkogo betona (Investigation of the process of physical destruction of high-strength light weight concrete). *Beton i zhelezobeton*. 1967. № 3. S. 38–40. [in Russian].
46. *Barashikov A. Ya., Shevchenko B. N., Valovoj A. I.* Malociklovaja ustalost' betona pri szhatii (Low-cycle fatigue of concrete at compression). *Beton i zhelezobeton*. 1985. № 4. S. 27–28. [in Russian].
47. *Golub A. V.* Osobennosti prochnostnyh i deformativnyh svojstv betona so shlakom TJeS i ih uchjot pri raschjote zhelezobetonnyh konstrukcij (Features of strength and deformative properties of concrete with slag from thermal power plants and their consideration at the calculation of reinforced concrete structures): dis. ... kand. tehn. nauk : 05.23.01. Rovno, 1990. 190 s. [in Russian].
48. *Kretov V. I.* Ob ispol'zovanii logarifmicheskoj zavisimosti mezhdu naprjazhenijami i deformatsijami szhatija dlja vysokoprochnykh betonov (On the use of the logarithmic relationship between stresses and compressive deformations for high-strength concretes). *Voprosy nadjozhnosti i zhelezobetonnyh konstrukcij: tez. dokl. k obl. nauch.-tehn. seminaru (oktjabr', 1976 g.)*; pod obshh. red. A. S. Lycheva. Kujbyshev, 1976. S. 74–78. [in Russian].
49. *Makeeva L. A., Jarmakovskij V. N., Istomin A. S.* Prochnost' i deformativnost' konstrukcionnogo keramzitoperlitobetona (Strength and deformativity of structural claydite perlite concrete). *Beton i zhelezobeton*. 1985. № 12. S. 18–19. [in Russian].
50. *Senjonov P. P.* Ocenka prochnosti i deformativnosti betonov razlichnyh vidov (Assessment of strength and deformativity of concretes of different types). *Beton i zhelezobeton*. 1991. № 10. S. 6–7. [in Russian].
51. *Zak M. L.* Raschjot prochnosti sterzhnevyyh betonnyh jelementov s uchjotom masshtabnogo jeffekta (Calculation of the strength of rod-shaped concrete elements, taking into account the scale effect). *Beton i zhelezobeton*. 1990. № 5. S. 29–30. [in Russian].
52. Metodicheskie rekomendacii po opredeleniju mehanicheskikh harakteristik betona pri neodnorodnom kratkovremennom szhatii (Methodical recommendations for determining the mechanical characteristics of concrete at nonuniform short-term compression). Moskva : CNIIS, 1992. 56 s. [in Russian].
53. *Chajka V. P.* Zakonomernosti preobrazovanija diagrammy szhatija betona dlja ob'jomnogo i neodnorodnogo naprjazhjonnoho sostojanija (Regularities of concrete compression diagram transformation for volumetric and non-uniform stress state). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo i arhitektura*. 1970. № 1. S. 35–41. [in Russian].
54. *Chajka V. P.* Osobennosti deformirovanija tjazhjologo betona pri neodnorodnom kratkovremennom szhatii (Features of deforming of heavy concrete at short-term compression). *Beton i zhelezobeton*. 1987. № 1. S. 42–43. [in Russian].
55. *Stoljarov Ja. V.* Vvedenie v teoriju zhelezobetona (Introduction to the theory of reinforced concrete). Moskva-Leningrad: Gosstrojizdat, 1941. 447 s. [in Russian].
56. *Murashjov V. I.* Treshhinoustojchivost', zhjostkost' i prochnost' zhelezobetona (Crack resistance, stiffness and strength of reinforced concrete). Moskva: Mashstrojizdat, 1950. 268 s. [in Russian].
57. *Zhelezobetonnye konstrukcii (Reinforced concrete structures): ucheb. dlja vuzov*/N. Ya. Panarin, A. P. Pavlov, N. M. Onufriev i dr.; pod. red. N. Ya. Panarina. Moskva : Strojizdat, 1971. 544 s. [in Russian].
58. *Beglov A. D., Sanzarovskij R. S.* Teorija raschjota zhelezobetonnyh konstrukcij na prochnost' i ustojchivost'. Sovremennyye nomyy i evropstandarty (Theory of calculation of reinforced concrete structures for strength and stability. Modern norms and European standards). Moskva; Sankt-Peterburg : Izd-vo «ASV», 2006. 221 s. [in Russian].
59. *Leont'ev N. L.* Tehnika statisticheskikh vychislenij (Technique of statistical calculations). Moskva: Lesnaja promyshlennost', 1966. 352 s. [in Russian].

Стаття надійшла 07.04.2021

Krus Yu. O.

#### TRANSFORMATION OF CONCRETE DEFORMING DIAGRAMS IN CONDITIONS OF UNIFORM AND NON-UNIFORM STRESS STATES

The aim of the research is formulated, which is the theoretical substantiation, development and testing of the concrete state diagram, suitable for use to calculations of the strength of bended

reinforced concrete elements based on the deformational model, as well as for more complete assessment of non-uniform stress-strain state of the cross-sections of elements at all stages of their loading up to the destruction directly on the values of the relative strains of concrete and the corresponding stresses.

In this paper, an analytical method of converting the parameters of reference concrete deforming diagrams, which are determined experimentally during standard tests of concrete prismatic specimens by short-term axial compression and tension up to the destruction in «soft» mode of loading into parameters of simulated transformed diagrams, which correspond to the «rigid» mode of loading of concrete, is developed. The way of simultaneous application of analytical expressions for the specified deforming diagrams, which describe the operation of concrete in conditions of uniform compression, for transition to the state diagram, which displays the functional relationship between the stresses and strains of the concrete compressed zone in bended concrete and reinforced concrete elements, cross-sections of which operate in conditions of non-uniform stress state, is proposed.

The results of testing the obtained mathematical model of the concrete state diagram during the calculation by different methods of strength of the normal cross-sections of bendable reinforced concrete elements are presented.

It has been determined that a promising direction for further experimental and theoretical research is the study of the application of the developed methods of graphical building and mathematical describing of concrete deforming diagrams under conditions of uniform and non-uniform compression to the calculation of concrete and reinforced concrete elements that are operated under the action of long-term and short-term low-cycle loadings.

**Key words:** concrete, mode of loading, diagram of deforming, stress-strain state, deformational calculation model.

*Крусь Ю.А.*

#### **ТРАНСФОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА В УСЛОВИЯХ ОДНОРОДНОГО И НЕОДНОРОДНОГО НАПРЯЖЁННЫХ СОСТОЯНИЙ**

В данной работе разработан аналитический метод преобразования параметров эталонных диаграмм деформирования бетона, определяемых опытным путём при стандартных испытаниях призматических бетонных образцов кратковременными осевыми сжатием и растяжением до разрушения в «мягком» режиме нагружения, в параметры имитационно моделируемых трансформированных диаграмм, отвечающих жёсткорезимному нагружению бетона. Предложен способ одновременного применения аналитических выражений для указанных диаграмм деформирования, описывающих работу бетона в условиях однородного сжатия, для перехода к диаграмме состояния, отображающей функциональную связь между напряжениями и деформациями бетона сжатой зоны в изогнутых бетонных и железобетонных элементах, сечения которых работают в условиях неоднородного напряжённого состояния.

Приведены результаты апробации полученной математической модели диаграммы состояния бетона при расчёте по различным методикам прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов. Определено, что перспективным направлением дальнейших экспериментальных и теоретических исследований является изучение возможности применения разработанной методики графического построения и математического описания диаграмм деформирования бетона в условиях однородного и неоднородного сжатия к расчёту бетонных и железобетонных элементов, эксплуатируемых при действии длительных и кратковременных малоцикловых нагрузок.

**Ключевые слова:** бетон, режим нагружения, диаграмма деформирования, напряжённо-деформированное состояние, деформационная расчётная модель.

УДК 691.327:539.383:539.4

*Крусь Ю.О.* Трансформування діаграм деформування бетону в умовах однорідного та неоднорідного напружених станів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 211-235.

*Розроблено аналітичний метод перетворення параметрів еталонних діаграм деформування бетону, що визначаються дослідним шляхом за стандартних випробувань призматичних бетонних зразків короткочасними осевими стиском і розтягом до руйнування в «м'якому» режимі навантажування, в параметри імітаційно модельованих трансформованих діаграм, що відповідають жорсткорезимному навантажуванню бетону. Запропоновано спосіб одночасного застосування аналітичних виразів для зазначених діаграм деформування, що*



описують роботу бетону в умовах однорідного стиску, для переходу до діаграми стану, що відображає функціональний зв'язок між напруженнями і деформаціями бетону стиснутої зони в згинах бетонних і залізобетонних елементах, перерізи яких працюють в умовах неоднорідного напруженого стану.

Табл. 3. Ил. 5. Библиогр. 59 назв.

UDC 691.327:539.383:539.4

*Krus Yu. O. Transformation of concrete deforming diagrams in conditions of uniform and non-uniform stress states // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 211-235.*

*An analytical method of converting the parameters of reference concrete deforming diagrams, which are determined experimentally during standard tests of concrete prismatic specimens by short-term axial compression and tension up to the destruction in «soft» mode of loading, into parameters of simulated transformed diagrams, which correspond to the «rigid» mode of loading of concrete, is developed. The way of simultaneous application of analytical expressions for the specified deforming diagrams, which describe the operation of concrete in conditions of uniform compression, for transition to the state diagram, which displays the functional relationship between the stresses and strains of the concrete compressed zone in bended concrete and reinforced concrete elements, cross-sections of which operate in conditions of non-uniform stress state, is proposed.*

Табл. 3. Fig. 5. Ref. 59.

УДК691.327:539.383:539.4

*Крусь Ю.А. Трансформирование диаграмм деформирования бетона в условиях однородного и неоднородного напряжённых состояний // Сопрогнвление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 107. – С. 211-235.*

*Разработан аналитический метод преобразования параметров эталонных диаграмм деформирования бетона, определяемых опытным путём при стандартных испытаниях призматических бетонных образцов кратковременными осевыми сжатием и растяжением до разрушения в «мягком» режиме нагружения, в параметры имитационно моделируемых трансформированных диаграмм, отвечающих жёсткорезимному нагружению бетона. Предложен способ одновременного применения аналитических выражений для указанных диаграмм деформирования, описывающих работу бетона в условиях однородного сжатия, для перехода к диаграмме состояния, отображающей функциональную связь между напряжениями и деформациями бетона сжатой зоны в изогнутых бетонных и железобетонных элементах, сечения которых работают в условиях неоднородного напряжённого состояния.*

Табл. 3. Ил. 5. Библиогр. 59 назв.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, доцент, доцент кафедри автомобільних доріг, основ і фундаментів Національного університету водного господарства та природокористування КРУСЬ Юрій Олексійович.

**Адреса робоча:** 33028 Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11, Національний університет водного господарства та природокористування, кафедра автомобільних доріг, основ і фундаментів, КРУСЬ Юрій Олексійовичу.

**Контактний тел.:** +38(096) 964-34-43

**E-mail:** [alkrous@ukr.net](mailto:alkrous@ukr.net)

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-5271-7765>