

УДК 621.717

О.В. Филипович, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: phiol@ukr.net

ОПТИМИЗАЦИЯ СЕЛЕКТИВНОГО КОМПЛЕКТОВАНИЯ И СБОРКИ ИГОЛЬЧАТЫХ РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ

Построена математическая модель процесса селективной сборки роликового игольчатого подшипника с многовариантным комплектованием. Поставлена и решена задача оптимизации параметров данного процесса на основе построенной модели.

Ключевые слова: *роликовый игольчатый подшипник, многовариантное комплектование, селективная сборка, математическая модель, оптимизация.*

Введение. Сборка изделия с точки зрения теории размерных цепей представляет собой процесс обеспечения в необходимых пределах величины замыкающего звена. В случае, когда невозможно или экономически невыгодно добиваться его точности по принципу полной взаимозаменяемости, применяют методы неполной взаимозаменяемости.

Метод групповой взаимозаменяемости чаще применяется для получения посадок с малыми допусками из числа деталей, сопрягаемые элементы которых изготовлены по относительно большому допуску. Для реализации такого метода назначают увеличенные допуски на размеры сопрягаемых элементов деталей, образующих размерную цепь. Затем изготавливают детали по этим допускам, производится 100%-ный контроль и их распределение на отдельные группы по действительным размерам с последующей сборкой по заданным алгоритмам, связанным с выбором и комплектованием деталей из определенных селективных групп.

В данной работе рассматривается процесс селективного комплектования и сборки игольчатых роликовых подшипников. Игольчатые подшипники – это роликоподшипники с цилиндрическими роликами малого диаметра, которые при этом имеют значительную длину по отношению к их диаметру. Такие ролики называют игольчатыми роликами. Несмотря на малое поперечное сечение, эти подшипники имеют высокие показатели грузоподъемности и за счет этого очень подходят для систем подшипников, имеющих ограниченное место в радиальном направлении. Конструкция игольчатого подшипника с точеными наружными и внутренними кольцами без сепаратора показана на рисунке 1.

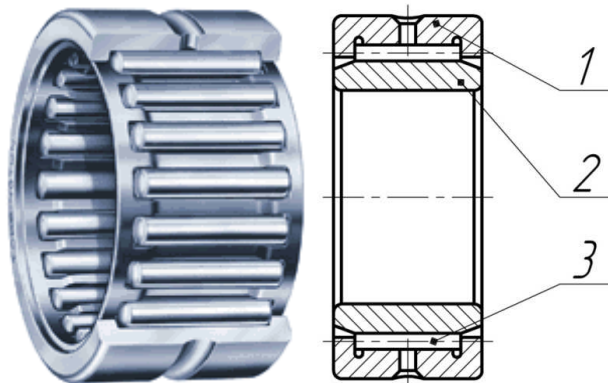


Рисунок 1 – Конструкция роликового игольчатого подшипника:
1) наружное кольцо; 2) внутреннее кольцо; 3) ролик

Задачам селективной сборки подшипников качения посвящено большое количество работ, однако они либо базируются на графоаналитических моделях без учета вероятностного характера связей между размерами комплектующих собираемого узла, либо рассматриваются приближенные методы и алгоритмы получения оптимального количества сборочных комплектов.

Целью работы является разработка математической модели многовариантного селективного комплектования и сборки игольчатого подшипника и последующая оптимизация данного процесса.

Объектом исследований является подшипник, имеющий маркировку 4074108 по ГОСТ 4657–82: однорядный радиальный игольчатый роликовый подшипник класса точности 0 особо легкой серии с номинальным внутренним диаметром внутреннего кольца 40 мм.

Одним из основных параметров радиальных роликовых подшипников является радиальный зазор G_r (обозначаемый в дальнейшем S), который образуется при сопряжении наружного и внутреннего колец, а также двух роликов. Для определения величины радиального зазора составим размерную цепь, схема которой показана на рисунке 2.

Номинальная величина радиального зазора определяется по формуле

$$S = x_1 - (x_2 + 2x_3).$$

В подшипниковой промышленности принимаются, как правило, номинальные размеры дорожек качения колец и тел качения таким образом, что номинальное значение радиального зазора подшипника, собранного из таких деталей, равно нулю. Для нашего случая

$$x_1 = 57 \text{ мм}; x_2 = 51 \text{ мм}; x_3 = 3 \text{ мм}.$$

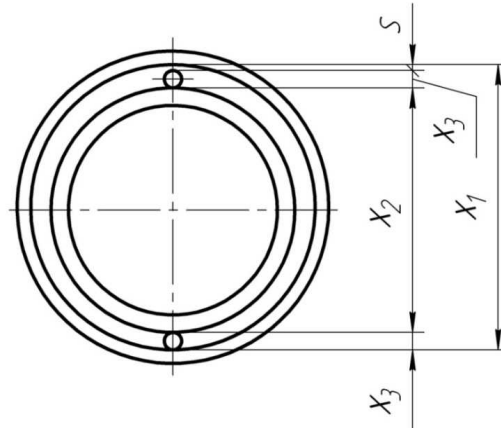


Рисунок 2 – Схема размерной цепи для определения радиального зазора

В соответствии с ГОСТ 24810–81 предельные величины зазоров радиального игольчатого подшипника с зазорами нормальной группы и невзаимозаменяемыми деталями равны:

$$S_{\min} = 25 \text{ мкм}, S_{\max} = 40 \text{ мкм}.$$

Средняя величина зазора рассчитывается по формуле:

$$S_m = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2} = 32,5 \text{ мкм}.$$

Допуск зазора равен $TS = 15$ мкм. Схема комплектования в соответствии с обозначениями, принятыми в [1], показана на рисунке 3.

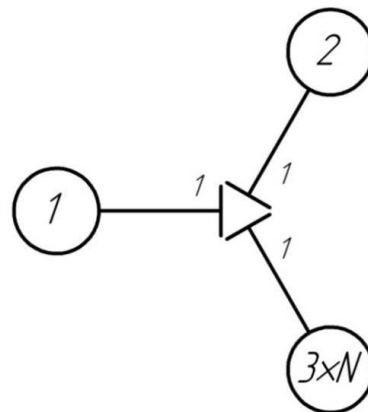


Рисунок 3 – Схема комплектования игольчатого подшипника
(кружок соответствует отдельной детали, цифра в кружке – номеру детали, линия, выходящая из кружка и заканчивающаяся черточкой – параметру детали)

Для комплектования подшипника примем следующее правило: размеры колец и тел качения подшипника, подобранные определенным образом из соответствующих групп при сборке, должны обеспечивать радиальный зазор S_∂ , лежащий в пределах

$$S_{\min} \leq S_\partial \leq S_{\max} \quad (1)$$

при этом детали из этих групп должны быть полностью взаимозаменяемыми, а вероятность получения бракованного сборочного комплекта равна нулю. Будем использовать для расчета размерной цепи метод максимума–минимума, способ равных допусков. При этом можно записать:

$$TS = \sum_{i=1}^{n-1} Tx_i = (n-1)Tx_{cp}.$$

Откуда средняя величина допуска составляющего звена равна

$$Tx_{cp} = \frac{TS}{n-1}.$$

Для нашего случая $n = 4$ (четырёхзвенная размерная цепь при рассмотрении двух роликов за одно звено), тогда

$$Tx_{cp} = Tx_1 = Tx_2 = 2Tx_3 = \frac{15}{3} = 5 \text{ мкм}, \quad Tx_3 = 2,5 \text{ мкм}.$$

Примем $Tx_1 = Tx_2 = 4$ мкм, $Tx_3 = 2$ мкм (в связи с тем, что разноразмерность роликов, находящихся в одной группе, не должна превышать 2 мкм). Условие $TS \leq \sum_{i=1}^3 Tx_i = 12$ выполняется.

Будем считать, что поля групповых допусков для детали i -го типа равны между собой. В этом случае

$$L_i = \frac{T_i}{Tx_i},$$

где L_i – количество селективных групп, T_i – расширенный допуск на изготовление детали i -го типа $i = \overline{1,3}$. Для нашего случая примем $T_1 = T_2 = 20$ мкм, $T_3 = 18$ мкм, тогда

$$L_1 = L_2 = \frac{20}{4} = 5 \text{ групп}, \quad L_3 = \frac{18}{2} = 9 \text{ групп}.$$

Расширенные допуски на изготовление каждой детали взяты из эмпирических соображений. В частности, например, для ролика по ГОСТ 6870–81 расширенный допуск на изготовление детали по диаметру равен 10 мкм. Принятого значения допуска можно достигнуть, изготавливая несколько партий детали данного типа со смещением центра настройки технологического оборудования. Такой подход широко используется для выравнивания допусков на изготовление сопрягаемых деталей и описан в [2].

Количество групп для каждой детали – нечетное, группы будем нумеровать от 0 в «плюс» и «минус». Предельные групповые отклонения для каждой детали сведены в таблицу 1 и обозначены следующим образом:

$$EI_{i,k_i}, ES_{i,k_i},$$

где i – номер детали, k_i – номер группы i -й детали.

Таблица 1 – Предельные групповые отклонения деталей

Наружное кольцо x_1			Внутреннее кольцо x_2			Ролик x_3		
группа	ES_{1,k_i}	EI_{1,k_i}	группа	ES_{2,k_i}	EI_{2,k_i}	группа	ES_{3,k_i}	EI_{3,k_i}
						+4	+9	+7
						+3	+7	+5
+2	+10	+6	+2	+10	+6	+2	+5	+3
+1	+6	+2	+1	+6	+2	+1	+3	+1
0	+2	-2	0	+2	-2	0	+1	-1
-1	-2	-6	-1	-2	-6	-1	-1	-3
-2	-6	-10	-2	-6	-10	-2	-3	-5
						-3	-5	-7
						-4	-7	-9

Каждый сборочный комплект (СК) будет составлен из трех деталей i -го типа ($i = 1 \dots 3$). Уравнение комплектования, записанное в номерах селективных групп, будет иметь вид [3]

$$\sum_{i=1}^{n-1} \xi_i l_i = 0, \quad (2)$$

где ξ_i – передаточное отношение (для рассматриваемой размерной цепи равно +1 для увеличивающих звеньев и –1 для уменьшающих), l_i – номер селективной группы i -го звена. Для данного случая уравнение (2) запишется как

$$l_1 - (l_2 + l_3) = 0.$$

Учитывая это соотношение, а также ограничение (1), определим возможные комбинации селективных групп для комплектования СК, годных по рассматриваемому параметру качества и сведем их в таблицу 2.

Таблица 2 – Комбинации селективных групп деталей

Номер СК	Группа		
	Наружное кольцо	Внутреннее кольцо	Ролики
1	2	1	1
2	2	0	2
3	2	-1	3
4	2	-2	4
5	1	2	-1
6	1	1	0
7	1	0	1
8	1	-1	2
9	1	-2	3
10	0	2	-2
11	0	1	-1
12	0	0	0
13	0	-1	1
14	0	-2	2
15	-1	2	-3
16	-1	1	-2
17	-1	0	-1
18	-1	-1	0
19	-1	-2	1
20	-2	2	-4
21	-2	1	-3
22	-2	0	-2
23	-2	-1	-1
24	-2	-2	0

Всего в таблице перечислено 24 возможных варианта формирования годных СК из деталей с рассчитанными выше групповыми допусками и количеством селективных групп. Для любого комплекта действительный радиальный зазор, полученный при сборке подшипника, будет удовлетворять соотношению (1), средний зазор равен 32,5 мкм.

Как видно из таблицы 2, для формирования сборочных комплектов необходимо использовать многовариантные правила комплектования. Под правилом комплектования понимается способ формирования сборочных комплектов из деталей различных селективных групп. Многовариантное комплектование состоит в следующем: детали из одной группы могут входить в сборочные комплекты различных типов. Для формулировки данных правил в [1] рассматривается множество

$$\Lambda = \left\{ \lambda_{ik_i}^{(k)}, k_i = \overline{1, L_i}, i = \overline{1, n-1}, k = \overline{1, N} \right\},$$

где $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ определяет часть деталей i -го типа k_i -й селективной группы, включаемую в сборочный комплект k -го типа. Эти величины, называемые весами, принимают значения в интервале $[0,1]$ и удовлетворяют условию нормировки:

$$\sum_{k=1}^N \lambda_{ik_i}^{(k)} \leq 1, k_i = \overline{1, L_i}, i = \overline{1, n-1}. \quad (3)$$

Если веса принимают значения только 0 или 1, то это соответствует одновариантному комплектованию. В более общем случае весами задается количественное распределение деталей каждой группы по различным сборочным комплектам.

Определим теперь количество СК, получаемых на выходе процессов комплектования и сборки. Параметры, по которым происходит сопряжение, являются независимыми случайными величинами (СВ), имеющими плотности распределения $f_i(x)$ ($i = \overline{1, n-1}$), а также конечные начальные и центральные моменты распределения хотя бы первых двух порядков. В k_i -ю селективную группу детали i -го типа попадают с вероятностью

$$I_{ik_i} = \int_{EI_{ik_i}}^{ES_{ik_i}} f_i(x) dx, k_i = \overline{1, L_i}, i = \overline{1, n-1}. \quad (4)$$

Из числа деталей I_{ik_i} , находящихся в k_i -й группе в соответствии с правилами комплектования в СК k -го типа направляется $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ часть, т.е. $\lambda_{ik_i}^{(k)} I_{ik_i}$ деталей. Всего для формирования СК k -го типа поступает $\sum_{k_i=1}^{L_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_{ik_i}$ деталей i -го типа. Вероятность получения СК k -го типа можно определить соотношением

$$I_{СК}^k = \min_{i=1, n-1} \left\{ \sum_{k_i=1}^{L_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_{ik_i} \right\}, k = \overline{1, N}. \quad (5)$$

Суммарная вероятность получения СК по всем комплектам составляет

$$I_{СК} = \sum_{k=1}^N I_{СК}^k. \quad (6)$$

Вероятность появления некомплектных деталей, образующих незавершенное производство и предварительный брак, равна

$$P_{БР} = 1 - I_{СК}.$$

Имея полученные соотношения, можно поставить ряд задач, связанных с анализом, синтезом и оптимизацией процессов комплектования и селективной сборки.

При заданных полях групповых допусков и весах комплектования число полностью укомплектованных СК рассчитывается по формуле (6). Одна из задач рационального выбора весов $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ состоит в их оптимальном распределении для получения как можно большего числа готовых СК.

Поставим задачу оптимизации в виде: определить $\lambda_{ik_i}^{(k)} \in \Lambda$, доставляющие максимум функции

$$I_{СК} = f(\lambda_{ik_i}^{(k)})$$

при ограничениях (3) и дополнительном условии

$$0 \leq \lambda_{ik_i}^{(k)} \leq 1.$$

Данную задачу будем решать для приведенных выше исходных данных. Дополнительно предположим, что распределения сопрягаемых параметров деталей i -го типа – гауссовские, имеющие плотности

$$f_i(x) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_i)^2}{2\sigma_i^2}},$$

где m_i – математические ожидания; σ_i^2 – дисперсии СВ x_i , ($i = \overline{1, 3}$).

Примем следующее: $m_1 = -0,5$ мкм, $\sigma_1 = 3,279$ мкм; $m_2 = 0,1$ мкм, $\sigma_2 = 3,448$ мкм; $m_3 = 0,05$ мкм, $\sigma_3 = 3,051$ мкм. Графические зависимости плотностей распределения от переменной x при приведенных данных и совмещенных координатах середин полей допусков показаны на рисунке 4.

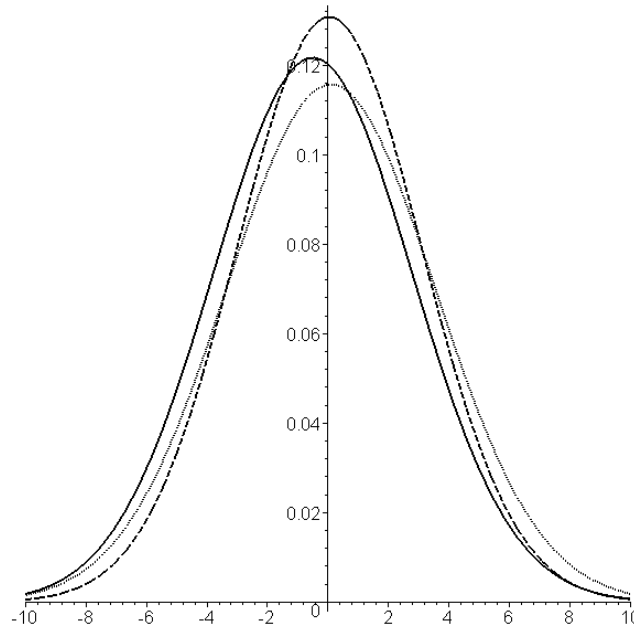


Рисунок 4 – Графіки залежності $f_i(x)$:
 (—) зовнішнє кільце; (····) внутрішнє кільце; (- - -) ролик

Величини I_{ik_i} , визначаються по формулі (4), сведены в таблицю 3.

Таблиця 3 – Значення ймовірностей попадання розмірів деталей i -го типу в k_i -ю селективну групу

Зовнішнє кільце x_1		Внутрішнє кільце x_2		Ролик x_3	
група	I_{1,k_i}	група	I_{2,k_i}	група	I_{3,k_i}
				+4	0,010
				+3	0,041
+2	0,023	+2	0,041	+2	0,114
+1	0,199	+1	0,247	+1	0,211
0	0,453	0	0,438	0	0,257
-1	0,277	-1	0,233	-1	0,207
-2	0,045	-2	0,037	-2	0,110
				-3	0,039
				-4	0,009

Далі визначаємо частку деталей, знаходячись в k_i -й групі, яка направляється в СК k -го типу, множачи $\lambda_{ik_i}^{(k)}$ на I_{ik_i} , а також суммарне кількість деталей i -го типу для формування k -го СК ($\sum_{k_i=1}^{L_i} \lambda_{ik_i}^{(k)} I_{ik_i}$). Так як в кожен комплект входять деталі тільки одних строго визначених селективних груп, то вираження (5) примет вид

$$I_{СК}^k = \min \left\{ \lambda_{1k_i}^{(k)} I_{1k_i}, \lambda_{2k_i}^{(k)} I_{2k_i}, \lambda_{3k_i}^{(k)} I_{3k_i} \right\}, k = \overline{1, N}. \quad (7)$$

Одно из условий оптимальности комплектования, обеспечивающее максимальную собираемость, можно записать в виде [1]

$$\lambda_{1k_i}^{(k)} I_{1k_i} = \lambda_{2k_i}^{(k)} I_{2k_i} = \lambda_{3k_i}^{(k)} I_{3k_i}, k = \overline{1, N}.$$

Тогда задача поиска минимума величин, заданных парами значений в (7) значительно упрощается и ее можно свести к поиску оптимальных весов комплектования определенной детали (в данном случае – ролика), выразив веса остальных деталей следующим образом:

$$\lambda_{1k_i}^{(k)} = \lambda_{3k_i}^{(k)} I_{3k_i} / I_{1k_i} ; \lambda_{2k_i}^{(k)} = \lambda_{3k_i}^{(k)} I_{3k_i} / I_{2k_i}, k = \overline{1, N}. \tag{8}$$

В этом случае запишем целевую функцию (6), учитывая данные, указанные в таблице 3, в виде

$$\begin{aligned} I_{СК} = & 0,211\lambda_{3,1}^1 + 0,114\lambda_{3,2}^2 + 0,041\lambda_{3,3}^3 + 0,010\lambda_{3,4}^4 + 0,207\lambda_{3,-1}^5 + 0,257\lambda_{3,0}^6 + \\ & + 0,211\lambda_{3,1}^7 + 0,114\lambda_{3,2}^8 + 0,041\lambda_{3,3}^9 + 0,110\lambda_{3,-2}^{10} + 0,207\lambda_{3,-11}^{11} + 0,257\lambda_{3,0}^{12} + \\ & + 0,211\lambda_{3,1}^{13} + 0,114\lambda_{3,2}^{14} + 0,039\lambda_{3,-3}^{15} + 0,110\lambda_{3,-2}^{16} + 0,207\lambda_{3,-1}^{17} + 0,257\lambda_{3,0}^{18} + \\ & + 0,211\lambda_{3,1}^{19} + 0,009\lambda_{3,-4}^{20} + 0,039\lambda_{3,-3}^{21} + 0,110\lambda_{3,-2}^{22} + 0,207\lambda_{3,-1}^{23} + 0,257\lambda_{3,0}^{24}. \end{aligned} \tag{9}$$

Максимум (9) будем искать при ограничениях вида (3). Первую группу ограничений составляют веса $\lambda_{3k_i}^{(k)}$. Вторая группа – веса $\lambda_{ik_i}^{(k)}, i = \overline{1, 2}$, выраженные через $\lambda_{3k_i}^{(k)}$ в соответствии с равенствами (8).

Дополнительные ограничения вводятся на неотрицательность весов $\lambda_{3k_i}^{(k)}$. Ограничения являются достаточно громоздкими и в данной работе не приводятся. Задача оптимизации (9) при полученных ограничениях принадлежит к классу хорошо изученных задач линейного программирования. Ее решение получено в математическом пакете аналитических вычислений Maple с использованием специализированного пакета Optimization с командой [LPSolve], позволяющей найти решение задач линейного программирования симплекс-методом.

Результатом решения является нахождение весовых коэффициентов $\lambda_{3k_i}^{(k)}$. Остальные коэффициенты выражаются через найденные в соответствии с формулами (8). Оптимальные значения всех коэффициентов сведены в таблицу 4.

Таблица 4 – Оптимальные значения весовых коэффициентов

номер СК	Деталь		
	Наружное кольцо	Внутреннее кольцо	Ролик
1	$\lambda_{1,+2}^1 = 1,000$	$\lambda_{2,+1}^1 = 0,093$	$\lambda_{3,+1}^1 = 0,109$
2	$\lambda_{1,+2}^2 = 0$	$\lambda_{2,0}^2 = 0$	$\lambda_{3,+2}^2 = 0$
3	$\lambda_{1,+2}^3 = 0$	$\lambda_{2,-1}^3 = 0$	$\lambda_{3,+3}^3 = 0$
4	$\lambda_{1,+2}^4 = 0$	$\lambda_{2,-2}^4 = 0$	$\lambda_{3,+4}^4 = 0$
5	$\lambda_{1,+1}^5 = 0$	$\lambda_{2,+2}^5 = 0$	$\lambda_{3,-1}^5 = 0$
6	$\lambda_{1,+1}^6 = 0$	$\lambda_{2,+1}^6 = 0$	$\lambda_{3,0}^6 = 0$
7	$\lambda_{1,+1}^7 = 0,301$	$\lambda_{2,0}^7 = 0,137$	$\lambda_{3,+1}^7 = 0,284$
8	$\lambda_{1,+1}^8 = 0,575$	$\lambda_{2,-1}^8 = 0,492$	$\lambda_{3,+2}^8 = 1,000$
9	$\lambda_{1,+1}^9 = 0,124$	$\lambda_{2,-2}^9 = 0,673$	$\lambda_{3,+3}^9 = 0,603$
10	$\lambda_{1,0}^{10} = 0$	$\lambda_{2,+2}^{10} = 0$	$\lambda_{3,-2}^{10} = 0$
11	$\lambda_{1,0}^{11} = 0,183$	$\lambda_{2,+1}^{11} = 0,336$	$\lambda_{3,-1}^{11} = 0,402$
12	$\lambda_{1,0}^{12} = 0,561$	$\lambda_{2,0}^{12} = 0,581$	$\lambda_{3,0}^{12} = 0,990$
13	$\lambda_{1,0}^{13} = 0,256$	$\lambda_{2,-1}^{13} = 0,498$	$\lambda_{3,+1}^{13} = 0,549$
14	$\lambda_{1,0}^{14} = 0$	$\lambda_{2,-2}^{14} = 0$	$\lambda_{3,+2}^{14} = 0$
15	$\lambda_{1,-1}^{15} = 0,026$	$\lambda_{2,+2}^{15} = 0,173$	$\lambda_{3,-3}^{15} = 0,187$
16	$\lambda_{1,-1}^{16} = 0,396$	$\lambda_{2,+1}^{16} = 0,444$	$\lambda_{3,-2}^{16} = 1,000$
17	$\lambda_{1,-1}^{17} = 0,445$	$\lambda_{2,0}^{17} = 0,282$	$\lambda_{3,-1}^{17} = 0,598$
18	$\lambda_{1,-1}^{18} = 0,009$	$\lambda_{2,-1}^{18} = 0,011$	$\lambda_{3,0}^{18} = 0,010$

Продолжение таблицы 4

19	$\lambda_{1,-1}^{19} = 0,043$	$\lambda_{2,-2}^{19} = 0,327$	$\lambda_{3,+1}^{19} = 0,057$
20	$\lambda_{1,-2}^{20} = 0,199$	$\lambda_{2,+2}^{20} = 0,215$	$\lambda_{3,-4}^{20} = 1,000$
21	$\lambda_{1,-2}^{21} = 0,698$	$\lambda_{2,+1}^{21} = 0,127$	$\lambda_{3,-3}^{21} = 0,813$
22	$\lambda_{1,-2}^{22} = 0$	$\lambda_{2,0}^{22} = 0$	$\lambda_{3,-2}^{22} = 0$
23	$\lambda_{1,-2}^{23} = 0$	$\lambda_{2,-1}^{23} = 0$	$\lambda_{3,-1}^{23} = 0$
24	$\lambda_{1,-2}^{24} = 0$	$\lambda_{2,-2}^{24} = 0$	$\lambda_{3,0}^{24} = 0$

Вероятность получения сборочных комплектов при этом составила 0,971.

Таким образом, задача оптимального комплектования игольчатых роликовых подшипников при равных значениях групповых допусков для отдельной детали решена путем рационального выбора весов комплектования.

Перспективой дальнейших исследований в данной области является построение имитационной модели селективного комплектования и сборки подшипников качения.

Бібліографічний список використаної літератури

1. Катковник В.Я. Основы теории селективной сборки / В.Я. Катковник, А.И. Савченко. — Л.: Политехника, 1991. — 303 с.
2. Буловский П.И. Автоматизация селективной сборки приборов / П.И. Буловский, Г.В. Крылов, В.А. Лопухин. — Л.: Машиностроение, 1978. — 232 с.
3. Бонч-Осмоловский М.А. Селективная сборка / М.А. Бонч-Осмоловский. — М.: Машиностроение, 1974. — 143 с.

Поступила в редакцию 22.02.2013 г.

Філіпович О.В. Оптимізація селективного комплектування та складання голчастих роликових підшипників

Побудовано математичну модель процесу селективного складання роликового голчастого підшипника з багатоваріантним комплектуванням. Поставлено та вирішено завдання оптимізації параметрів даного процесу на основі побудованої моделі.

Ключові слова: роликовий голчастий підшипник, багатоваріантне комплектування, селективне складання, математична модель, оптимізація.

Filipovich O.V. Optimization of selective gathering and assembly of needle roller bearings

Mathematical model of the process of selective assembly of roller needle bearing with a multivariant gathering is constructed. The problem of optimizing the parameters of this process on the basis of the model is solved.

Keywords: roller needle bearing, multivariant gathering, selective assembly, mathematical model, optimization.