the logical foundations of mental activity of the student, while, according to modern psychologists and philosophers, the highest form of knowledge is an artistic (aesthetic) thinking.

Firstly, we define the meaning and the scope of the notion of «artistic perception», propose its content-structural diagram, and focus on the fact that the formation of readiness for the artistic perception of the world should be the main task of school education, as it involves the development of all the aspects of the personality: emotional and sensual, logical, aesthetic, creative and critical.

Secondly, basing on the analysis of methodological literature on preschool education, we show that during the development of preschool children's mental readiness, the work with the conceptual content of the word, on the one hand, and, the work on the development of art (figurative) thinking, on the other hand, are both important. It helps to preserve continuity in dealing with the development of abilities of the artistic perception between preschool and primary school. At the same time, we observe episodic nature of work aimed at the development of artistic consciousness in the middle and elder stage.

Thirdly, we show the relevance of the problems of development of system of tasks that contribute to the development of individual's artistic consciousness; tasks that involve functional analysis of artistic declamation; tasks on comprehension; the ones that require the analysis of the author's thoughts development; tasks that contain questions of how? and why?; the ones with orientation on slow reading; the ones with orientation to trace the birth of the artistic image by analyzing the text means aimed at the development of a reflexive consciousness of the person.

In conclusion we emphasize that commitment to the artistic perception allows a person to create not only a contemplative aesthetic image of the world, but also to go beyond the stereotypical, one-dimensional thinking, to promote the formation of philosophical and aesthetic view of the world.

***Key words**: logical thinking, aesthetic thinking, artistic consciousness, thinking abilities, artistic perception, recognition, categorization, transformation, functional analysis of the text facilities.*

УДК 372.851

Олександр Школьний
Національний педагогічний
університет імені М. П.Драгоманова,
ORCID ID 0000-0002-3131-1915
Юрій Захарійченко
Національний університет «Києво-Могилянська академія»,
ORCID ID 0000-0001-7436-3435

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО СТВОРЕННЯ ЯКІСНИХ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З МАТЕМАТИКИ

У роботі розглянуто всі основні форми тестових завдань, які наразі використовуються в Україні для проведення загальнодержавних стандартизованих оцінювань навчальних досягнень з математики учнів старшої школи. Проаналізовано сутність поняття «якісне тестове завдання» і на основі цього аналізу та авторського досвіду подано схему визначення якості тестового завдання з математики. Застосування наведеної схеми проілюстровано на прикладах конкретних тестових завданнях з математики різних форм.

Ключові слова: *загальнодержавне стандартизоване оцінювання, навчальні досягнення з математики, учні старшої школи, державна підсумкова атестація, зовнішнє незалежне оцінювання*.

Постановка проблеми. На сьогоднішній день загальнодержавні стандартизовані тестування з математики – державна підсумкова атестація (ДПА) та зовнішнє незалежне оцінювання (ЗНО) – стали звичними для всіх учасників навчального процесу в Україні. Разом із тим, проблема належного методичного забезпечення як самих стандартизованих тестувань з математики, так і підготовки до них залишаються актуальною. Наразі тривають дискусії та експерименти як щодо способу організації та проведення ДПА та ЗНО, так і щодо розробки системи підготовки до них.

В умовах постійної зміни формату проведення стандартизованих оцінювань та нестачі належного методичного забезпечення до них у багатьох вчителів виникає природне бажання створити власне методичне забезпечення, але, на жаль, значна частина цих вчителів отримувала фахову освіту в ті часи, коли тестові технології перевірки якості навчальних досягнень учнів не входили до навчальних планів підготовки вчителів математики. Авторський досвід викладання на курсах підвищення кваліфікації вчителів математики показує, що створення якісних тестових завдань з математики є непростим завданням навіть для вчителів зі значним педагогічним досвідом, а саме вдалі тренувальні тестові завдання є основним засобом здійснення підготовки до стандартизованих тестувань і від їх якості суттєво залежить і процес цієї підготовки, і її результат.

Аналіз актуальних досліджень. Проблема створення якісних тестових завдань для стандартизованих оцінювань з математики в Україні систематично розглядається у фахових науково-педагогічних виданнях. Активно працюють у цьому напрямі й постійно публікують результати своїх досліджень В. Г. Бевз, М. І. Бурда, Г. І. Білянін, О. Я. Біляніна, О. П. Вашуленко, О. І. Глобін, Л. П. Дворецька, О. В. Єргіна, О. С. Істер, А. Г. Мерзляк, Є. П. Нелін, В. Б. Полонський, В. К. Репета, О. М. Роганін, О. П. Томащук, М. С. Якір та інші.

Мета статті. Метою даної роботи є грунтовний аналіз сутності поняття «якісне тестове завдання» і розробка на основі цього аналізу та авторського досвіду методичних рекомендацій щодо створення якісних тестових завдань з математики різних форм.

Методи дослідження. Для досягнення поставленої мети в роботі використано *теоретичні методи*: аналіз методичної літератури з досліджуваного питання та *емпіричні методи*: спостереження за навчальним процесом слухачів курсів підвищення кваліфікації вчителів математики та аналіз їхніх досягнень у сфері розробки тестових завдань з математики. У дослідженні також використано *комплекс методів наукового пізнання*: порівняльний аналіз для з’ясування різних поглядів на проблему та визначення напрямів дослідження; систематизація та узагальнення для формулювання висновків і рекомендацій щодо вдосконалення методичного забезпечення загальнодержавних стандартизованих оцінювань навчальних досягнень з математики; узагальнення авторського педагогічного досвіду і спостережень.

Виклад основного матеріалу. *Тестові завдання та їх форми.* Найбільш поширеними у світовій практиці проведення тестувань з математики є такі форми тестових завдань:

- завдання з вибором однієї правильної відповіді з кількох альтернатив;
- завдання з вибором кількох правильних відповідей із кількох альтернатив;
- завдання з короткою відповіддю;
- завдання на встановлення логічних зв'язків між двома множинами об'єктів;
- завдання на встановлення правильної послідовності дій;
- завдання на достатність даних;
- завдання з повним поясненнням (із розгорнутою відповіддю).

Детальний аналіз тестових завдань усіх наведених форм [1] проведено в Україні під час ДПА та ЗНО наразі використовуються завдання з вибором однієї правильної відповіді (ключа) з кількох варіантів (альтернатив), завдання з короткою відповіддю, яка записується числом або числовим виразом, завдання на встановлення логічних зв'язків між двома множинами об'єктів (на відповідності) та завдання з повним поясненням. Саме на завданнях цих форм ми і зосередимо увагу.

Завдання з альтернативами. Традиційно такі завдання спрямовані на перевірку знання лише одного математичного факту або на перевірку сформованості лише одного конкретного вміння чи навички. Внаслідок цього, в більшості випадків, такі завдання не повинні бути складними, тобто їх розв'язання має містити не більше 2-3 логічних кроків, причому найбільш типові помилки, які виникають на кожному з цих логічних кроків, мають міститися в дистракторах (неправильних варіантах відповіді) до завдання. Якщо завдання з альтернативами складено добре, то вчитель за результатами його виконання завжди може з'ясувати, знає чи не знає учень той чи інший математичний факт, сформованою чи ні в нього є те чи інше вміння або навичка. Якщо ж завдання перевантажене великою кількістю логічних кроків, то кількість типових помилок зростає, розробнику важко вибрати з них найбільш поширені, а вчителю важко з'ясувати, чого саме не знає учень у випадку неправильної відповіді. Покажемо це на прикладі конкретного тестового завдання.

Завдання 1. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5} x > 2$.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$(0,5^2;+\infty)$	$(2^{0,5};+\infty)$	$(0;2^{0,5})$	$(0;0,5^2)$	$(-\infty;0,5^2)$

У цьому завданні правильною відповіддю, очевидно, є альтернатива **Г**. Для розв'язання потрібно виконати три логічні кроки: 1) записати нерівність у вигляді $\log_{0,5} x > \log_{0,5}(0,5)^2$, використовуючи означення або властивості логарифмів; 2) використати властивість монотонності логарифмічної функції в залежності від значення основи логарифма; 3) врахувати область визначення логарифмічної функції. Дистрактори враховують наступні типові помилки: **А** виявляє тих учнів, які правильно виконують крок 1), але помиляються при виконанні кроку 2); **Б** виявляє тих, хто робить помилку під час виконання і кроку 1), і кроку 2); учні, які обрали дистрактор **В**, правильно виконують кроки 2) і 3), але роблять помилку при виконанні кроку 1); дистрактор **Д** виявляє тих, хто правильно виконує кроки 1) і 2), але робить помилку при виконанні кроку 3).

У завданні 1 всі дистрактори є робочими, тобто враховують типові помилки учнів. Вони дозволяють учителю робити висновки, на що саме варто звернути увагу учнів під час повторення та закріплення навчального матеріалу. Навіть невелике ускладнення цього завдання (наприклад, розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}(x-3) > 2$) веде до збільшення кількості логічних кроків і появи нових типових помилок, не всі з яких будуть включені в дистрактори. Це призведе до того, що вчителю стане важко зрозуміти, де саме помилився учень і чого саме він не знає чи не вміє.

Отже, загальним правилом для вдалого завдання з альтернативами є їх логічна простота, яка дає змогу розробнику підібрати робочі дистрактори, врахувавши всі найбільш типові учнівські помилки. Однак, із будь-якого правила є винятки. Наприклад, якщо стандартизований тест не містить завдань із повним поясненням або їх кількість обмежена, а відповідь до тестового завдання не можна подати десятковим дробом або цілим числом, то у формі завдання з альтернативами подають і більш складні за логічною будовою задачі.

Завдання з короткою відповіддю. Таку форму завдань найчастіше використовують для перевірки вміння розв'язувати багатокрокові, але типові приклади та задачі, а також для завдань із малою кількістю логічних кроків у випадку, коли підбір робочих дистракторів викликає труднощі. При цьому, чим більшу кількість логічних кроків містить завдання з короткою відповіддю, тим типовішим воно має бути. Ця рекомендація пояснюється тим, що вчитель не бачить розв'язання завдання, а отже, не може з'ясувати причину помилки за умови неправильної відповіді. Наведемо два приклади завдань цієї форми.

Завдання 2. Знайдіть $f'(-1)$, якщо $f(x)=\frac{x-1}{x^2+9}$.

Це завдання є багатокроковим, але досить типовим. Воно передбачає знання правила похідної частки і таблиці похідних, а також уміння перетворювати вирази зі змінними та знаходити значення функції в точці. Зрозуміло, що це завдання недоцільно було би формулювати у вигляді завдань із альтернативами, оскільки підбір робочих дистракторів до нього був би утруднений через велику кількість логічних кроків. Вимога запису відповіді до завдання у вигляді десяткового дробу або цілого числа (в завданні 3 ця вимога виконана, бо правильною відповіддю є **0,06**), взагалі кажучи, не є обов'язковою і застосовується лише під час машинної обробки бланків тестування.

Завдання на відповідності. Завдання цієї форми використовуються здебільшого для здійснення ширшого «покриття» під час перевірки знань та вмінь учнів, які стосуються деякого тематичного блоку. Іншими словами, кілька однотипних завдань із альтернативами, що стосуються однієї теми курсу математики, замінюються одним завданням на встановлення відповідностей. В українському тесті ЗНО з математики в завданнях цієї форми потрібно кожному з пунктів, позначених цифрами 1, 2, 3, 4, поставити у відповідність лише один із пунктів, позначених літерами А, Б, В, Г і Д, причому кожна з літер може використовуватися не більш, ніж один раз. Наведемо приклад такого завдання.

Завдання 3. Установіть відповідність між функціями (1-4) та їх областями визначення (А-Д).

Функції	*Області визначення*
1 $y=\frac{4}{x}$	**А** $(-\infty;+\infty)$
2 $y=\sqrt[4]{x}$	**Б** $[-1;1]$
3 $y=\log_4 x$	**В** $(0;+\infty)$
4 $y=\sin(4x)$	**Г** $[0;+\infty)$
	Д $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

Відповіддю до цього завдання, очевидно, є наступні логічні пари: **1–Д**, **2–Г**, **3–В**, **4–А**. Це завдання дозволяє перевірити знання областей визначення функцій різних класів, при цьому замість чотирьох однотипних простих завдань із альтернативами було використане лише одне тестове завдання на відповідності.

Завдання з повним поясненням. Завдання цієї форми є найбільш поширеними в навчальному процесі, оскільки вони дають можливість вчителю отримувати повну інформацію стосовно того, що знає і вміє учень, які навички і компетентності в нього вже сформовано, а які ще потребують подальшої роботи по їх формуванню. Однак, у стандартизованих тестах ДПА та ЗНО завдання з розгорнутою відповіддю мають певні особливості, головною з яких є необхідність оцінювання всіх способів розв'язання за приблизно рівноцінними схемами. Для забезпечення цього доволі часто автори тестових завдань із повним поясненням «підштовхують» учнів до авторського способу розв’язання, спрощуючи таким чином оцінювання такого завдання. Наведемо приклад.

Завдання 4. Задано рівняння $9^x - 4\cdot 6^x + a\cdot 4^x = 0.$ а) Розв’яжіть рівняння при *а* = 3. б) Знайдіть усі значення параметра *а*, при яких задане рівняння має *два різні* дійсні корені.

Розв’яжемо це завдання. При *а* = 3 маємо рівняння $9^x - 4\cdot 6^x + 3\cdot 4^x = 0.$ Поділимо ліву і праву частину рівняння на 4^x. Оскільки $4^x > 0$ при всіх $x \in R$, то отримаємо рівносильне рівняння $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x} + 3 = 0$. Позначивши $\left(\frac{3}{2}\right)^{x} = t$, отримуємо квадратне рівняння $t^2 - 4t + 3 = 0$. За теоремою Вієта $t_1 = 1$, $t_2 = 3$. Повернувшись до заміни, отримуємо, що $x_1 = 0$, а $x_2 = \log_{1,5} 3$. б) Після ділення обох частин рівняння на 4^x отримаємо рівносильне рівняння $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x} + a = 0$. Позначивши $\left(\frac{3}{2}\right)^{x} = t$, отримуємо квадратне рівняння $t^2 - 4t + a = 0$. Воно матиме два різні дійсні корені за умови $D = 16 - 4a > 0$, тобто при всіх $a < 4$. Однак, для того, щоб початкове рівняння також мало два різні дійсні корені, потрібно, щоб обидва корені квадратного рівняння були додатними. Оскільки за теоремою Ф.Вієта $t_1 + t_2 = 4 > 0$, то для забезпечення додатності обох коренів досить, щоб $t_1 \cdot t_2 = a > 0$. Отже, в підсумку маємо, що початкове рівняння матиме два різні додатні корені при всіх $a \in (0;4)$.

Схема оцінювання до завдання 4 є наступною: за правильне зведення рівняння з пункту а) до квадратного шляхом ділення і заміни учень отримує 1 бал; за правильну остаточну відповідь до пункту а) учень отримує ще 1 бал; за отримання умови $a < 4$ для завдання з пункту б) учень отримує ще 1 бал; за отримання остаточної правильної відповіді до пункту б) учень отримує ще 1 бал. Таким чином, за повне і правильне розв’язання завдання учень може отримати 4 бали.

У наведеному завданні реалізована схема явних підказок способу розв’язування. Після своєрідного тренування в знаходженні способу розв’язування рівняння для конкретного значення параметра учневі пропонується дослідницьке завдання стосовно множини значень цього параметра, яке базується на знанні властивостей квадратного тричлена. Учень може спробувати спочатку розв’язувати одразу рівняння з параметром, але досить швидко помітить, що завдання з пункту а) не є частковим випадком завдання з пункту б) і, скоріш за все, повернеться до схеми, яку йому диктує умова завдання, чого ми, власне, й прагнули.

Що таке якісне тестове завдання? Поняття «якість» є складним і багатокомпонентним, існує багато різних підходів щодо його тлумачення. Ми будемо виходити з так званого *виробничого підходу* до розуміння поняття «якість»: певний об'єкт (матеріальний чи нематеріальний) вважається якісним, якщо він задовольняє певні визначені суспільством *стандарти якості*. Для завдань з математики їх якість визначається *метою*, з якою ці завдання застосовуються. Іншими словами, завдання з математики вважається якісним, якщо його застосування в навчальному процесі насправді дозволяє перевірити саме ті знання, вміння, навички (компетентності), які планується перевірити цим завданням.

Для тестових завдань з математики, які є частиною стандартизованих тестувань на кшталт ДПА та ЗНО, вводиться поняття *специфікацій* – характеристик тестового завдання, яким воно повинно задовольняти, щоб стати компонентом стандартизованого тесту. Основними специфікаціями завдань з математики для українських стандартизованих тестів є:

- складність (легке, оптимальне, складне);
- когнітивний рівень (знання і розуміння, застосування знань і вмінь у типових та змінених ситуаціях, застосування знань і вмінь у нових ситуаціях);
- орієнтовний час на виконання завдання (у хвилинах);
- пункт за тематичним класифікатором (для тесту ЗНО цей класифікатор затверджується Українським центром оцінювання якості освіти – УЦОЯО);
- пункт за класифікатором знань і умінь (для тесту ЗНО затверджується УЦОЯО).

Однак, якщо навіть тестове завдання з математики відповідає всім наведеним специфікаціям, то його ще зарано вважати якісним, оскільки невідомо, чи справді застосування цього завдання дозволить досягти тієї мети, яку переслідували автори, включаючи це завдання в тест. Найкраще перевірка відповідності тестового завдання його меті здійснюється шляхом розрахунку *психометричних характеристик* цього завдання після апробації на значущій вибірці. До основних психометричних характеристик тестового завдання з математики відносять:

- статистичну складність (відсоток тих, хто справився з цим завданням від усіх учасників тестування);
- коефіцієнт кореляції з тестом (показує, наскільки успішність виконання конкретного тестового завдання пов'язана з успішністю виконання всього тесту);
- коефіцієнт дискримінації (показує, наскільки сильно відрізняється успішність виконання конкретного тестового завдання учнів, які добре справилися з тестом, від учнів, які погано справилися з тестом).

Для тестових завдань із альтернативами також розраховують відсоток учнів, які обирають кожну з альтернатив, що дозволяє визначити, які з дистракторів насправді є робочими, а які варто замінити. Однак, апробацію тестових завдань можна провести далеко не завжди, наприклад, більшість учителів, підбираючи завдання для ДПА в класі, здебільшого не мають такої можливості. У цьому випадку оцінювання якості тестового завдання проводиться методом експерних оцінок.

Схема визначення якості тестового завдання. Оцінювання якості тестового завдання ми рекомендуємо проводити наступним чином.

1 етап. *Аналіз коректності умови*. Умова завдання має бути лаконічною, зрозумілою (не допускати двозначних тлумачень) і математично коректною, тобто не містити внутрішніх логічних суперечностей і мати однозначну відповідь (при цьому способи отримання цієї відповіді, звичайно, можуть бути різними). Варто уникати в умові довгих речень і складних конструкцій зі зворотами. Якщо такі речення присутні, то краще замінити їх на кілька речень. При формулюванні вимоги завдання варто віддавати перевагу розповідним реченням перед питальними. Слова, на які автор хоче звернути особливу увагу варто виділити курсивом або великими літерами.

У завданнях із альтернативами до умови відносяться також і варіанти відповідей. Серед варіантів відповідей обов’язково має бути правильна відповідь (на жаль, таке трапляється далеко не завжди), а до кожної з неправильних відповідей (дистракторів) має вести ланцюжок хибних міркувань. Якщо важко зрозуміти, шляхом яких помилок учень може прийти до якогось дистрактора, то такий дистрактор слід вилучити і замінити на «робочий», тобто такий, який можна отримати в результаті помилкового міркування.

2 етап. *Аналіз відповідності формі*. Якщо до тестового завдання з альтернативами важко підібрати «робочі» дистрактори, то цілком можливо, що його краще сформулювати у вигляді завдання з короткою відповіддю. Навпаки, якщо до якогось із завдань із короткою відповіддю природним чином підбираються дистрактори, то його можна перевести у форму завдання з альтернативами. Для завдань із альтернативами слід перевіряти, чи не є вони надмірно багатокроковими і чи не виникає при їх розв’язанні занадто багато типових помилок. Якщо це дійсно так, то варто або спростити завдання, або перевести його у форму завдання з розгорнутою відповіддю. Те саме стосується завдань із короткою відповіддю: якщо вони є багатокроковими і досить нестандартними, то варто їх або спростити, або перевести у форму завдань із повним поясненням. Якщо завдання з розгорнутою відповіддю можна розв’язати кількома способами, то слід уважно слідкувати за еквівалентністю схем оцінювання цього завдання для кожного зі способів. У випадку, коли кількість логічних кроків для різних способів розв’язування завдання суттєво відрізняється, варто використати метод «підказок», тобто пропонувати учневі в умові досягати проміжних

результатів, які в підсумку приведуть до правильної відповіді, вказувати, які саме твердження потрібно обгрунтувати тощо. Якщо завдання з розгорнутою відповіддю є досить типовим, а міркування, потрібні для реалізації етапів розв'язання – занадто прості та очевидні, то, можливо, варто перевести таке завдання у форму з короткою відповіддю.

Для завдань на встановлення відповідностей слід перевіряти, чи не виділяється ніяким чином серед варіантів відповідей А, Б, В, Г, Д та, яка в підсумку *не* буде використана. Варто слідкувати, щоб завдання очевидним чином не розпадалося на два простіших завдання і щоб отримання принаймні перших двох (а ще краще трьох) правильних логічних пар не перетворювало отримання остаточної правильної відповіді у формальність.

<u>3 етап.</u> *Перевірка на можливість вгадування відповіді*. Термін «вгадування відповіді до тестового завдання з математики», вперше введений нами в роботі [2], ми не вважаємо дуже вдалим і остаточним, оскільки в окремих випадках так звані «методи вгадування», виокремлені нами вперше в тій самій роботі, доступні лише учням із оригінальним і нестандартним мисленням. Стандартний спосіб розв'язання тестового завдання не є самоціллю, іноді автори спеціально закладають у завдання можливість бути «вгаданим» з метою виявлення учнів із нестандартними здібностями. Найчастіше це відбувається під час навчального процесу та на етапі підготовки до тестування. Якщо така мета свідомо ставиться вчителем, то тестове завдання не можна вважати неякісним, оскільки воно має зовсім інше призначення – знайти і не втратити дітей із яскравим індивідуальним стилем мислення.

Нагадаємо [2], що під «угадуванням відповіді до тестового завдання з математики» ми розуміємо спосіб, який дозволяє *гарантовано* отримати правильну відповідь без демонстрації тих знань, умінь і навичок (компетентностей), які закладає в це завдання його автор. При цьому мова не йде про альтернативний спосіб розв'язання, оскільки більшість із «методів угадування» грунтуються на грубих недоречностях у самих тестових завданнях.

Нижче ми розглянемо приклади окремих тестових завдань, які можна «вгадати» одним із виділених нами методів (прямого перебору, оцінки, виявлення зайвих даних, «малюй і дивись» тощо – детальніше див. [1, с. 210-240] і [2]). При цьому всі наведені завдання є *реальними*, тобто взятими нами з діючих шкільних підручників з математики, посібників по підготовці до ЗНО, збірників завдань для ДПА тощо.

<u>4 етап.</u> *Перевірка на відповідність меті*. На цьому етапі ми задаємо собі природне запитання: «А що саме ми *хочемо* перевірити цим завданням?» Після відповіді на це запитання варто на основі проведеного після двох етапів аналізу дати відповідь на друге запитання: «А що *насправді* перевіряє це завдання?» Якщо відповіді на ці два запитання

повністю збігаються, то робимо висновок, що на основі методу експертних оцінок завдання можна вважати якісним. Якщо ж відповіді збігаються частково або зовсім не збігаються, то це означає, що тестове завдання потребує подальшого вдосконалення.

Приклади. Продемоструємо реалізацію наведеної схеми визначення якості тестових завдань на конкретних тестових завданнях різних форм.

Завдання 5. Для функції $f(x)=3x^2$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $A(-1;2)$.

А	Б	В	Г
$F(x)=x^3$	$F(x)=x^3-3$	$F(x)=x^3-1$	$F(x)=x^3+3$

При аналізі коректності умови помічаємо, що функція $F(x)$ присутня лише в альтернативах і незрозуміло, чи саме вона має бути первісною для $f(x)$. Тому краще написати: «Для функції $f(x)=3x^2$ знайдіть первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку $A(-1;2)$». Обрання саме такої форми завдання 5 сумнівів не викликає, але відповідь до нього знову легко «вгадується», оскільки через точку $A(-1;2)$ проходить лише графік функції з альтернативи **Г** і шукати первісну для функції $f(x)=3x^2$ взагалі не потрібно. То що ми хотіли перевірити цим завданням? Скоріше за все, вміння знаходити первісну, графік якої проходить через дану точку. Чи досягаємо ми цієї мети? Вочевидь, що ні. Для того, щоб мета завдання досягалася, слід запропонувати інші альтернативи, наприлад, такі:

А	Б	В	Г
$F(x)=x^3$	$F(x)=6x$	$F(x)=6x+8$	$F(x)=x^3+3$

При таких альтернативах уже через точку $A(-1;2)$ проходять графіки двох функцій, а тому відповідь уже не можна «вгадати». Дистрактор **А** розрахований на учнів, які знають таблицю первісних, але не враховують точку A. Дистрактор **Б** розрахований на учнів, які плутають поняття похідної та первісної і не враховують точку A. Нарешті, дистрактор **В** розрахований на учнів, які враховують точку A, але плутають поняття похідної та первісної.

Завдання 6. Визначте кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}+\vec{c}$ *у градусах*, якщо відомо, що $\vec{a}(2;2)$, $\vec{b}(2;4)$, $\vec{c}(-2;-6)$.

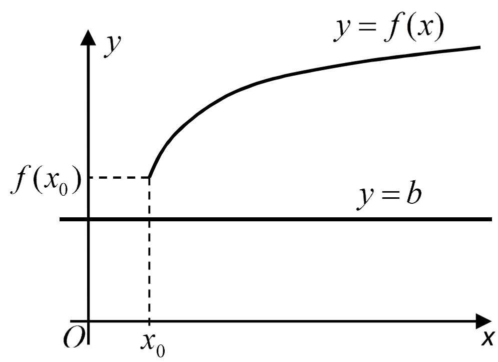
Умова завдання 6 є коректною, природною є також і форма цього завдання як завдання з короткою відповіддю, але відповідь знову легко «вгадується», використовуючи прийом «Малюй і дивись». Дійсно, оскільки $\vec{a}=\overrightarrow{(2;2)}$, а $\vec{b}+\vec{c}=\overrightarrow{(0;-8)}$, то відклавши обидва вектори від початку координат і зобразивши відповідний малюнок у зошиті в клітинку, бачимо, що шуканий кут дорівнює 135°. Що ми хотіли перевірити цим завданням? Скоріше за все, вміння застосовувати скалярний добуток для визначення кута між векторами. Очевидно, що ця мета даним завданням не досягається. Для «порятунку» цього завдання варто підібрати інші координати векторів, для яких кут не визначається за клітинками зошита, а також шукати не сам кут, а його косинус.

Завдання 7. Укажіть *найменше* значення параметра *a*, при якому рівняння $\sqrt{x-2+2\sqrt{x-3}}+(14-2a)\cdot\sqrt[4]{x-3}+32=6a$ має *хоча б один* дійсний корінь.

Умова цього завдання є коректною, а от щодо доцільності використання форми з короткою відповіддю є певні сумніви, оскільки завдання є досить складним і вимагає обгрунтування принципових моментів розв'язання. Щоб остаточно підтвердити чи розвіяти ці сумніви розв'яжемо завдання 7 двома різними способами.

Спосіб 1. Запишемо рівняння у вигляді $\sqrt{\left(1+\sqrt{x-3}\right)^2}+(14-2a)\cdot\sqrt[4]{x-3}+32-6a=0$, $\left|1+\sqrt{x-3}\right|+(14-2a)\cdot\sqrt[4]{x-3}+32-6a=0$, $\sqrt{x-3}+(14-2a)\cdot\sqrt[4]{x-3}+33-6a=0$, $x\geq 3$. Нехай $\sqrt[4]{x-3}=t$, $t\geq 0$. Тоді $t^2+(14-2a)\cdot t+33-6a=0$. $D=(14-2a)^2-4(33-6a)=(2a-8)^2$, $t_1=2a-11$, $t_2=-3<0$. Отже, $2a-11\geq 0$, $a\geq 5{,}5$. Відповідь: **5,5**.

Спосіб 2. Задача-помічник. Нехай $f(x)$– неперервна і зростаюча на проміжку $[x_0;+\infty)$ функція. При якому *найменшому* значенні b рівняння $f(x)=b$ має хоча б один корінь? З рисунка очевидно, що $b=f(x_0)$. Перейдемо до розв'язання рівняння. Запишемо його у вигляді $\sqrt{x-2+2\sqrt{x-3}}+(14-2a)\cdot\sqrt[4]{x-3}=6a-32$. За



умови $14-2a>0$ функція $f(x)=\sqrt{x-2+2\sqrt{x-3}}+(14-2a)\cdot\sqrt[4]{x-3}$ є неперервною і зростає на проміжку $[3;+\infty)$ як сума неперервних і зростаючих функцій. Отже, найменше значення параметра a визначаємо з умови $f(3)=6a-32$, $1=6a-32$, $a=5{,}5$. Перевірка показує, що умова $14-2a>0$ виконується. Відповідь: **5,5**.

Наведені два способи розв'язання є принципово різними, хоч і приблизно еквівалентними за кількістю логічних кроків. Тому дати однозначну відповідь на запитання «Що ми хочемо перевірити цим завданням?» досить важко, а отже, висновок про необхідність переведення завдання 7 у форму з повним поясненням є природним.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Проблема створення якісних тестових завдань і їх відбору для підготовки та проведення ДПА та ЗНО в Україні наразі є надзвичайно актуальною та до кінця не розв'язаною. Інтерес до цієї проблеми є природним, оскільки за результатами згаданих стандартизованих тестувань можна робити певні висновки і щодо якості всієї математичної освіти в Україні, а також щодо якості роботи вчительскої спільноти. Крім того, за результатами ЗНО проводиться конкурсний відбір до українських вишів, а отже, якість основного засобу проведення тестування – тестових завдань – має бути на належному рівні. Протягом останніх 10 років ми активно працюємо над створенням методичного забезпечення підготовки учнів до стандартизованих оцінювань із математики (див., наприклад, посібники [3]-[5]), ми накопичили в цій сфері певний досвід, яким поділилися з читачами в даній роботі. Пропоновані нами методи створення і аналізу якості тестових завдань з математики за належного впровадження мають сприяти забезпеченню адекватного оцінювання навчальних досягнень учнів, які беруть участь у стандартизованих тестуваннях.

Ми будемо щиро вдячні дописувачам за конструктивну дискусію і раціональні пропозиції щодо покращення якості підготовки і проведення стандартизованих тестувань в Україні. Усі свої зауваження, доповнення, пропозиції, що грунтуються на власному педагогічному досвіді читачі можуть надсилати на адресу журналу або безпосередньо авторам статті на електронну пошту: shkolnyi@ukr.net і yzakhar@gmail.com.

ЛІТЕРАТУРА

1. Школьний О. В. Основи теорії та методики оцінювання навчальних досягнень з математики учнів старшої школи в Україні : монографія. / О. В. Школьний. – К. : вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2015. – 424 с.
2. Захарійченко Ю. О. Вгадування відповідей до тестових завдань з математики: мистецтво чи шахрайство? / Ю. О. Захарійченко, О. В. Школьний // Математика в школі. – 2009. – № 11. – С. 3–11.
3. Захарійченко Ю. О. Твій репетитор. Математика : навчальний посібник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / Ю. О. Захарійченко, О. В. Школьний. – К. : Генеза, 2013.– 264с.
4. Повний курс математики в тестах. Енциклопедія тестових завдань. – 5-те вид. / Ю. О. Захарійченко, О. В. Школьний, Л. І. Захарійченко, О. В. Школьна. – Х. : Ранок, 2015.– 496с.
5. Захарійченко Ю. О. Математика: тренувальні тести : навчальний посібник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання. / Ю. О. Захарійченко, О. В. Школьний. – К. : Генеза, 2013.– 96с.

REFERENCES

1. Shkolnyi, O. V. (2015) Osnovy teoriyi ta metodyky ociniuvannia navchal’nyh dosiahnen z matematyky uchniv starshoyi shkoly v Ukrayini [Fundamentals of the theory and methodology of evaluation of educational achievements in mathematics of high school students in Ukraine] K. ; vyd-vo NPU imeni M.P.Dragomanova, 424 s.
2. Zakhariychenko, Yu. O., Shkolnyi, O. V. (2009) Vgaduvannia vidpovidey do testovyh zavdan’ z matematyky: mystectvo chy shakhraystvo? [Guessing the answers to test tasks on mathematics: art or fraud?] Matematyka v shkoli, No 11, S.3-11.
3. Zakhariychenko, Yu. O., Shkolnyi, O. V. (2013) Tviy repetytor. Matematyka. Navchal’nyi posibnyk dlia pidhotovky do zovnishnioho nezalezhnoho ociniuvannia [Your tutor. Math] K. : Geneza, 264 s.

4. Povnyi kurs matematyky v testah. Encyklopediya testovyh zavdan (2015) [A full course of mathematics in the tests. Encyclopedia of tests] Zakhariychenko, Yu. O., Shkolnyi, O. V., Zakhariychenko, L. I., Shkolna, O. V. 5-te vyd. Kh. : Ranok, 496 s.

5. Zakhariychenko, Yu. O., Shkolnyi, O. V. (2013) Matematyka: trenuval'ni testy. Navchal'nyi posibnyk dlia pidhotovky do zovnishnioho nezalezhnoho ociniuvannia [Maths: practice tests] K. : Geneza, 96 s.

РЕЗЮМЕ

Школьный А., Захарийченко Ю. Методические рекомендации по созданию качественных тестовых заданий по математике.

В работе рассмотрены все основные формы тестовых заданий, которые сейчас используются в Украине для проведения общегосударственных стандартизированных оцениваний знаний по математике учащихся старших классов. Проанализированы сущность понятия «качественное тестовое задание» и на основе этого анализа и авторского опыта представлена схема определения качества тестового задания по математике. Применение приведенной схемы проиллюстрировано на примерах конкретных тестовых заданиях по математике разных форм.

Ключевые слова: *общегосударственное стандартизированное оценивание, учебные достижения по математике, ученики старших классов, государственная итоговая аттестация, внешнее независимое оценивание.*

SUMMARY

Shkolnyi O., Zakhariychenko Yu. Methodical recommendations for the creation of high-quality test items in mathematics.

Today the national standardized tests in mathematics become familiar to all members of educational process in Ukraine, but the problem of adequate methodological support of standardized tests in math and prepare for them remains relevant. In terms of constant change format of standardized assessments and lack of proper methodological support to them, many teachers have a desire to create their own methodological support, but, unfortunately, many of these teachers received special education when test technology checks the quality of pupils achievements wasn't included in curriculum for mathematics teachers.

Our experience in teaching courses for teachers of mathematics shows that the creation of quality tests in mathematics is not an easy task even for teachers with significant teaching experience. This article is devoted to detailed analysis of the essence of the concept of "quality test task" and development on the basis of this analysis and on author's experience guidelines for the establishment of quality tests in mathematics different forms.

We define the concept of "quality" according to production approach: a quality facility considered if it meets certain quality standards set by society. For math items their quality are defined by purpose for which these tasks are applied. In other words, math item is considered qualitative if its application in the classroom is really allows you to check the knowledge, skills (competencies), that are planned to test by this item. For math tests that are part of the standardized tests we improve the notion "specification" as the characteristic of test item which it must meet to become a component of standardized test. However, even if math test item meets all specifications, it's too early to consider it qualitative, since it's unknown whether the use of this task will achieve the objective pursued by the authors, including this task in the test. It is best to check compliance test item to its purpose is done by calculating psychometric characteristics of the item after testing on significant sample. But testing of test items can be carried out not always, in this case quality evaluation of test item performed by expert estimates.

Our circuit quality evaluation of math test item includes the following stages: 1) analysis of correctness conditions; 2) analysis of compliance to form of expression; 3) check for the possibility of guessing the answer; 4) checking for compliance to goal. In this article *we illustrate the implementation of the scheme mentioned above by examples of specific test items of different forms. In recent years we have been actively working to create methodological support for preparing of pupils to standardized assessments in mathematics and accumulated in this area some experience. Proposed methods for creating and analyzing of test item quality after proper implementation should contribute to ensuring adequate assessment of educational achievements of pupils who participate in standardized testing.*

Key words: *nation-wide standardized assessment, academic achievement in mathematics, senior school pupils, the state final examination, external independent assessment.*