

Екатерина Тогобецкая

ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ МЛАДШЕГО ШКОЛЬНИКА

У шкільній практиці багато вчителів добиваються від учнів заучування визначень понять і вимагають знання їх основних доказових властивостей. Проте результати такого навчання зазвичай незначні. Це відбувається тому, що більшість учнів, застосовуючи поняття, засвоєні в школі, спираються на малоістотні ознаки, істотні ж ознаки понять учні усвідомлюють і відтворюють тільки при відповіді на питання, що вимагають визначення поняття. Часто учні безпомилково відтворюють поняття, тобто виявляють знання його істотних ознак, але застосувати ці знання на практиці не можуть, спираються на ті випадкові ознаки, виділені завдяки безпосередньому досвіду. Процесом засвоєння понять можна управляти, формувати їх із заданими якостями.

Ключові слова: математичні поняття, абсолютні поняття, відносні поняття, визначення.

При усвоении научных знаний учащиеся начальной школы сталкиваются с разными видами понятий. Неумение ученика дифференцировать понятия приводит к неадекватному их усвоению.

Логика в понятиях различает объем и содержание. Под объемом понимается тот класс объектов, которые относятся к этому понятию, объединяются им. Так, в объем понятия треугольник входит все множество треугольников независимо от их конкретных характеристик (видов углов, размера сторон и др.).

Под содержанием понятий понимается та система существенных свойств, по которой происходит объединение данных объектов в единый класс. Чтобы раскрыть содержание понятие, следует путем сравнения установить, какие признаки необходимы и достаточны для выделения его отношения к другим предметам. До тех пор, пока не установлены содержание и признаки, не ясна сущность предмета, отражаемого этим понятием, невозможно точно и четко отграничить этот предмет от смежных с ним, происходит путаница мышления.

Например, понятие треугольник к таким свойствам относятся следующие: замкнутая фигура, состоит из трех отрезков прямой. Совокупность свойств, по которым объединяются объекты в единый класс, называются необходимыми и достаточными признаками. В одних понятиях эти признаки дополняют друг друга, образуя вместе то содержание, по которому и объединяются объекты в единый класс.

Примером таких понятий могут служить треугольник, угол, биссектриса и многие другие.

Совокупность данных объектов, на которые распространяется данное понятие, составляет логический класс объектов. Логический класс объектов – это совокупность объектов, имеющие общие признаки, вследствие чего они выражаются общим понятием. Логический класс объектов и объем соответствующего понятия совпадают. Понятия делятся на виды по содержанию и объему в зависимости от характера и количества объектов, на которые они распространяются. По объему математические понятия делятся на единичные и общие. Если в объем понятия входит только один предмет, оно называется единичным.

Примеры единичных понятий: «наименьшее двузначное число», «цифра 5», «квадрат, длина стороны которого 10 см», «круг радиусом 5 см». Общие понятие отображает признаки определенного множества предметов. Объем таких понятий всегда будет больше объема одного элемента. Примеры общих понятий: «множество двузначных чисел», «треугольники», «уравнения», «неравенства», «числа кратные 5», «учебники математики для начальной школы». По содержанию различают понятия конъюнктивные и дизъюнктивные, абсолютные и конкретные, безотносительные и относительные.

Понятия называются конъюнктивными, если их признаки взаимосвязаны и по отдельности ни один из них не позволяет опознать объекты этого класса, признаки связаны союзом «и». Например, объекты, относящиеся к понятию треугольник, обязательно должны состоять из трех отрезков прямой и быть замкнутыми.

В других понятиях отношение между необходимыми и достаточными признаками другие: они не дополняют друг друга, а заменяют. Это означает, что один признак является эквивалентом другого. Примером такого вида отношений между признаками могут служить признаки равенства отрезков, углов. Известно, что к классу равных отрезков относятся такие отрезки, которые: а) или совпадают при наложении; б) или порознь равны третьему; в) или состоят из равновеликих частей и т.д.

В данном случае перечисленные признаки не требуются все одновременно, как это имеет место при конъюнктивном типе понятий; здесь достаточно какого-то одного признака из всех перечисленных: каждый из них эквивалентен любому из остальных. В силу этого признаки связаны союзом «или». Такая связь признаков называется дизъюнкцией, а понятия соответственно называются дизъюнктивными. Важно также учитывать деление понятий на абсолютные и относительные.

Абсолютные понятия объединяют предметы в классы по определенным признакам, характеризующим суть этих предметов как таковых. Так, в понятии угол отражены свойства, характеризующие

сущность любого угла как такового. Аналогично положение со многими другими геометрическими понятиями: окружность, луч, ромб и т.д.

Относительные понятия объединяют объекты в классы по свойствам, характеризующим их отношение к другим объектам. Так, в понятии перпендикулярные прямые фиксируется то, что характеризует отношение двух прямых друг к другу: пересечение, образование при этом прямого угла. Аналогично в понятии число отражено отношение измеряемой величины и принятого эталона. Относительные понятия вызывают у учащихся более серьезные трудности, чем понятия абсолютные. Суть трудностей состоит именно в том, что школьники не учитывают относительность понятий и оперируют с ними как с понятиями абсолютными. Так, когда учитель просит учеников изобразить перпендикуляр, то некоторые из них изображают вертикаль. Особое внимание следует уделить понятию число.

Число – это отношение того, что подвергается количественной оценке (длина, вес, объем и др.) к эталону, который используется для этой оценки. Очевидно, что число зависит как от измеряемой величины, так и от эталона. Чем больше измеряемая величина, тем больше будет число при одном и том же эталоне. Наоборот, чем больше будет эталон (мера), тем меньше будет число при оценке одной и той же величины. Следовательно, учащиеся с самого начала должны понять, что сравнение чисел по величине можно производить только тогда, когда за ними стоит один и тот же эталон. В самом деле, если, например, пять получено при измерении длины сантиметрами, а три – при измерении метрами, то три обозначают большую величину, чем пять. Если учащиеся не усвоят относительной природы числа, то они будут испытывать серьезные трудности и при изучении системы счисления. Трудности в усвоении относительных понятий сохраняются у учащихся и в средних, и даже в старших классах школы. Между содержанием и объемом понятия существует зависимость: чем меньший объем понятия, тем больше его содержание.

Например, понятие «квадрат» имеет меньший объем, чем объем понятия «прямоугольник» так как любой квадрат – это прямоугольник, но не всякий прямоугольник есть квадрат. Поэтому понятие «квадрат» имеет большее содержание, чем понятие «прямоугольник»: квадрат имеет все свойства прямоугольника и некоторые другие (у квадрата все стороны равны, диагонали взаимно перпендикулярны).

В процессе мышления каждое понятие не существует в отдельности, а вступает в определенные связи и отношения с другими понятиями. В математике важной формой связи есть родовидовая зависимость.

Например, рассмотрим понятия «квадрат» и «прямоугольник». Объем понятия «квадрат» есть частью объема понятия «прямоугольник». Поэтому первое называют видовым, а второе – родовым. В родовидовых отношениях следует различать понятие ближайшего рода и следующие

родовые ступени.

Например, для вида «квадрат» ближайшим родом будет род «прямоугольник», для прямоугольника ближайшим родом будет род «параллелограмм», для «параллелограмма» – «четырёхугольник», для «четырёхугольника» – «многоугольник», а для «многоугольника» – «плоская фигура».

В начальных классах впервые каждое понятие вводится наглядно, путем наблюдения конкретных предметов или практического оперирования (например, при счете их). Учитель опирается на знание и опыт детей, которые они приобрели еще в дошкольном возрасте. Ознакомления с математическими понятиями фиксируется с помощью термина или термина и символа. Такая методика работы над математическими понятиями в начальной школе не означает, что в этом курсе не используются различные виды определений.

Определить понятие – это перечислить все существенные признаки объектов, которые входят в данное понятие. Словесное определение понятия называется термином. Например, «число», «треугольник», «круг», «уравнение» – термины.

Определение решает две задачи: выделяет и отмежевывает какое-то определенное понятие от всех других и указывает те главные признаки, без которых не может существовать понятие и от которых зависят все остальные признаки.

Определение может быть более или менее глубоким. Это зависит от уровня знаний о понятии, которое означает. Чем лучше мы его знаем, тем большая вероятность, что мы сможем дать для него лучшее определение. В практике обучения младших школьников применяются явные и неявные определения. Явные определения имеют форму равенства или совпадения двух понятий.

Например: «Пропедевтика есть вступление в любую науку». Здесь приравнивают один к одному два понятия – «пропедевтика» и «вступление в любую науку». В определении «Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны» имеем совпадение понятий. В обучении младших школьников особый интерес среди неявных определений составляют контекстуальные и остенсивные определения.

Любой отрывок из текста, будь какой контекст, в котором случается понятие, которое нас интересует, есть, в некотором понимании, неявным его определением. Контекст ставит понятие в связь с другими понятиями и тем самым раскрывает ее содержание.

Например, употребляя в работе с детьми такие выражения, как «найти значения выражения», «сравнить значение выражений $5 + a$ и $(a - 3) \cdot 2$, если $a = 7$ », «прочитать выражения, которые являются суммами», «прочитать выражения, и потом прочитать уравнения», мы раскрываем понятие «математическое выражение» как запись, которая

складається з чисел или переменных и знаков действий. Почти все определения, с которыми мы встречаемся в повседневной жизни – это контекстуальные определения. Услышав, неизвестное слово, мы стараемся сами установить его значение на основании всего сказанного. Подобное имеет место и в обучении младших школьников. Много математических понятий в начальной школе определяются через контекст. Это, например, такие понятия, как «большой – маленький», «какой-нибудь», «любой», «один», «много», «число», «арифметическое действие», «уравнение», «задача» и т.д.

Контекстуальные определения остаются большей частью неполными и незавершенными. Они применяются в связи с неподготовленностью младшего школьника к усвоению полного и тем более научного определения.

Остенсивные определения – это определения путем демонстрации. Они напоминают обычные контекстуальные определения, но контекстом здесь есть не отрывок какого-либо текста, а ситуация, в которой оказывается объект, обозначенный понятием. Например, учитель показывает квадрат (рисунок или бумажную модель) и говорит «Смотрите – это квадрат». Это типичное остенсивное определение.

В начальных классах остенсивные определения применяются при рассмотрении таких понятий как «красный (белый, черный и т.д.) цвет», «левый – правый», «слева направо», «цифра», «предшествующее и следующее число», «знаки арифметических действий», «знаки сравнения», «треугольник», «четыреугольник», «куб» и т.д.

На основе усвоения остенсивным путем значений слов есть возможность вводить в словарь ребенка уже вербальное значение новых слов и словосочетаний. Остенсивные определения – и только они – связывают слово с вещами. Без них язык – лишь словесное кружево, которое не имеет объективного, предметного содержания. Заметим, что в начальных классах допустимые определения наподобие «Словом «пятиугольник» мы будем называть многоугольник с пятью сторонами». Это так называемое «номинальное определение». В математике используются разные явные определения. Наиболее распространенное из них – определение через ближайший род и видовой признак. Родовидовое определение еще называют классическим.

Примеры определений через род и видовой признак: «Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельные», «Ромбом называется параллелограмм, стороны которого равны», «Прямоугольником называется параллелограмм, у которого углы прямые», «Квадратом называется прямоугольник, в котором стороны равны», «Квадратом называется ромб, у которого прямые углы».

Рассмотрим определения квадрата. В первом определении

ближайшим родом будет «прямоугольник», а видовым признаком – «все стороны равны». В втором определении ближайший род «ромб», а видовой признак – «прямые углы». Если же взять не ближайший род («параллелограмм»), то видовых признаков квадрата будет два «Квадратом называется параллелограмм, у которого все стороны равны и все углы прямые».

В родовидовом отношении находятся понятия «сложение (вычитание, умножение, деление)» и «арифметическое действие», понятие «острый (прямой, тупой) угол» и «угол». Примеров явных родовидовых отношений среди множества математических понятий, которые рассматриваются в начальных классах, не так уже и много. Но с учетом важности определения через род и видовой признак в дальнейшем обучении желательно добиваться понимания учениками сущности определения этого вида уже в начальных классах.

Отдельные определения могут рассматривать понятие и по способу его образования или возникновения. Определение такого типа называют генетическими. Примеры генетических определений: «Угол – это лучи, которые выходят с одной точки», «Диагональ прямоугольника – отрезок, который соединяет противоположные вершины прямоугольника». В начальных классах генетические определения применяют для таких понятий, как «отрезок», «ломанная», «прямой угол», «круг». К генетическим понятиям можно отнести и определение через перечень.

Например, «Натуральный ряд чисел – это числа 1, 2, 3, 4 и т.д.». Некоторые понятия в начальных классах вводят только через термин. Например, единицы времени год, месяц, час, минута. Есть в начальных классах понятия, которые подаются символическим языком в виде равенства, например, $a \cdot 1 = a$, $a \cdot 0 = 0$

Из выше сказанного можно сделать вывод, что в начальных классах много математических понятий сначала усваиваются поверхностно, расплывчато. При первом ознакомлении школьники узнают только о некоторых свойствах понятий, очень узко представляют их объем. И это закономерно. Не все понятия легко усвоить. Но бесспорно, что понимание и своевременное использование учителем тех или других видов определений математических понятий - одна из условий формирования у учеников твердых знаний об этих понятиях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Богданович М. В. Определение математических понятий / Богданович М. В. // Начальная школа. – 2001. – № 4.
2. Глузман Н. А. Формирование обобщенных приемов умственной деятельности у младших школьников / Глузман Н. А. – Ялта : КГГИ, 2001. – 34 с.
3. Дрозд В. Л. От маленьких проблем – к большим открытиям / Дрозд В. Л., Урбан М. А. // Начальная школа. – 2000. – № 5.