УДК 378.147:519.21

https://doi.org/10.52058/2786-4952-2024-1 (35)-427-443

Ярхо Тетяна Олександрівна доктор педагогічних наук, професор кафедри вищої математики, завідувач кафедри вищої математики, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 061002, тел.: (063) 727-11-78, https://orcid.org/ 0000-0003-2669-5384

Ємельянова Тетяна Вікторівна кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, доцент кафедри вищої математики, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 061002, тел.: (066)188-28-95, https://orcid.org/0000-0001-7451-8193

Легейда Аліна Вікторівна кандидат філологічних наук, доцент кафедри англійської філології, дослідниця в Університеті Ньюкасла, Школа сучасних мов; Університет Ньюкасла, Школа сучасних мов; Школа сучасних мов, Будівля Стара Бібліотека, Університет Ньюкасла, Ньюкасл-на-Тайні, NE1 7RU, Велика Британія; доцент кафедри англійської філології та методики викладання іноземної мови, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, пл. Свободи, 4, м. Харків, 061077, тел.: (050)954-65-10, https://orcid.org/ 0000-0002-8749-7667.

Легейда Дмитро Вікторович кандидат фізико-математичних наук, дослідник в Університеті Ньюкасла, Хаб з біотехнологій в урбанізованому середовищі; Університет Ньюкасла, Школа архітектури, планування та ландшафту; Школа архітектури, планування та ландшафту, Будівля Девоншир, Університет Ньюкасла, Ньюкасл-на-Тайні, NE1 7RU, Велика Британія, тел.: (099)494-81-67, https://orcid.org/0000-0002-8983-0822

Медведєв Євген Павлович кандидат технічних наук, доцент кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин, доцент кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля, вул. Іоанна Павла ІІ, 17б, м. Київ, 01042, тел.: (050) 214-21-28, https://orcid.org/0000-0001-8566-9624

Вишневецький Олександр Леонідович кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, доцент кафедри вищої математики, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 061002, тел.: (096)074-73-60, https://orcid.org/0000-0003-1757-0416

Журнал «Перспективи та інновації науки»
(Серія «Педагогіка», Серія «Психологія», Серія «Медицина»)
№ 1(35) 2024

ЙМОВІРНІСНИЙ АСПЕКТ ПРОФЕСІЙНО-МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ ЗДОБУВАЧІВ БАКАЛАВРАТУ ТРАНСПОРТНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Анотація. У теперішній час ймовірнісні методи знаходять широке впровадження в різних галузях природознавства, техніки, транспорту, економіки. Тому ймовірнісний аспект відіграє важливу роль у математичній підготовці майбутніх фахівців сучасних ЗВО.

Відома значимість упровадження концепції професійної спрямованості у фундаментальну підготовку майбутніх фахівців в умовах компетентнісної парадигми освіті. У першому освітньому циклі (бакалавраті) здобуття професійно - математичної компетентності в межах базової математичної підготовки забезпечується широким упровадженням у навчальний процес професійно-орієнтованих задач. Пред'явлення професійного контексту класичної математики і демонстрацію можливостей математичного апарату для побудови моделей зазначених задач та їхнього розв'язання вважаємо тими, що сприяють формуванню позитивних мотивацій здобувачів бакалаврату стосовно майбутньої професійної діяльності, акцентують їхню увагу на міжпредметних зв'язках загальноосвітніх і спеціальних курсів та складають зміст професійно - математичної підготовки. Проте проблема відповідної наповненості математичних дисциплін багато в чому ще залишається невирішеною. Так, у відомій навчально-методичній літературі з курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика» для здобувачів технічних, зокрема, транспортних спеціальностей, як правило, розглядається традиційний набір задач. Зміст певної частини цього набору відповідає потребам і проблемам азартних ігор і лотереї, які історично обумовили виникнення «математики випадкового» та збереглися в сучасних підручниках і навчальних посібниках як ті, що наочно роз'яснюють сутність ймовірнісних підходів. Значна множина задач зазначеного набору відображає стандартні виробничі ситуації та недостатньо відповідає характеру професійної підготовки майбутніх фахівців за конкретними напрямами. Дану статтю присвячено вирішенню актуальної проблеми створення та впровадження банку задач професійної спрямованості з ймовірнісного аспекту базової математичної підготовки здобувачів бакалаврату технічних, зокрема, транспортних спеціальностей. Наведено приклади постановок та розв'язань ймовірнісних задач, що виникають в реальних ситуаціях майбутньої професійної діяльності фахівців транспортних спеціальностей.

Ключові слова: ймовірнісний аспект, професійно-математична підготовка, компетентнісна парадигма освіти, професійно-математична компетентність, професійна спрямованість, професійно-орієнтована задача.

Yarkho Tetiana Oleksandrivna Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Kharkiv National Automobile and Highway University, Yaroslava Mudroho St., 25, Kharkiv, 061002, tel,: (063)727-11-78, https://orcid.org/ 0000-0003-2669-5384

Emelyanova Tatyana Viktorivna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Kharkiv National Automobile and Highway University, Yaroslava Mudroho St., 25, Kharkiv, 061002, tel.: (066)188-28-95, https://orcid.org/0000-0001-7451-8193

Legeyda Alina Viktorivna Candidate of Philological Sciences, Associate Professor, Researcher at Newcastle University, School of Modern Languages; Newcastle University, School of Modern Languages; School of Modern Languages, Old Library Building, Newcastle University, Newcastle-upon-Tyne, NE1 7RU, Great Britian; Associate Professor of the Department of English Philology and Methodology of Teaching a Foreign Language, V. N. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody square, Kharkiv, 061077, tel.: (050)954-65-10, https://orcid.org/ 0000-0002-8749-7667.

Legeyda Dmytro Viktorovich Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Researcher at Newcastle University, Hub for Biotechnology in the Built Environment; Newcastle University, School Architecture, Planning and Landscape; School Architecture, Planning and Landscape, Devonshire Building, Newcastle University, Newcastle-upon-Tyne, NE1 7RU, Great Britian, tel.: (099)494-81-67, https://orcid.org/ 0000-0002-8983-0822

Medvediev Ievgen Pavlovich Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Railway and Road Transport, Lift and Care Systems, Volodymyr Dahl East Ukrainian National University, 01042, Kyiv, John Paul II St., 17б, tel.: (050) 214-21-28, https://orcid.org/0000-0001-8566-9624

Vyshnevetskii Oleksandr Leonidovich Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Kharkiv National Automobile and Highway University, Yaroslava Mudroho St., 25, Kharkiv, 061002, tel.: (096)074-73-60, https://orcid.org/0000-0003-1757-0416

PROBABILISTIC ASPECT OF PROFESSIONAL AND MATHEMATICAL PREPARATION OF BACHELOR'S DEGREE STUDENTS OF TRANSPORT SPECIALTIES

Abstract. Nowadays, probabilistic methods are widely used in various fields of natural science, engineering, transport and economics. Therefore, the probabilistic aspect plays an important role in the mathematical preparation of future specialists of modern higher education institutions.

The importance of implementing the concept of professional orientation in the fundamental preparation of future specialists in the context of the competence-based education paradigm is known. In the first educational cycle (bachelor's degree), the acquisition of professional mathematical competence within the framework of basic mathematical preparation is ensured by the widespread introduction of professionally oriented tasks into the educational process. We believe that presentation of the professional context of classical mathematics and the demonstration of the capabilities of the mathematical apparatus for building models of these problems and their solution contribute to the formation of positive motivations of bachelor's students regarding their future professional activities, focus their attention on the interdisciplinary links between general education and special courses and make up the content of professional and mathematical preparation. However, the problem of the appropriate content of mathematical disciplines remains largely unresolved. Thus, in the well-known educational and methodological literature on the course "Probability Theory and Mathematical Statistics" for students of technical, in particular, transport specialties, as a rule, a traditional set of problems is considered. The content of a certain part of this set corresponds to the needs and problems of gambling and lottery, which historically led to the emergence of the "mathematics of random" and have been preserved in modern textbooks and manuals as those that clearly explain the essence of probabilistic approaches. A significant number of problems in this set reflect standard production situations and do not sufficiently correspond to the nature of professional preparation of future specialists in specific areas. This paper is devoted to solving the urgent problem of creating and implementing a bank of professional-oriented problems on the probabilistic aspect of basic mathematical preparation of bachelor's degree students of technical, in particular, transport specialties. Examples of formulations and solutions of probabilistic problems arising in real situations of future professional activity of specialists of transport specialties are given.

Keywords: probabilistic aspect, professional and mathematical preparation, competence-based education paradigm, professional and mathematical competence, professional orientation, professionally oriented problem.

Постановка проблеми. У даний час практично не існує жодної області знань, в якій, в тому або іншому ступені, не застосовувалися б ймовірнісні методи. Ці методи знаходять широке впровадження в різних галузях природознавства, техніки, транспорту. Вони також служать основою та необхідні для обґрунтування математичної і прикладної статистики, яка, в свою чергу, використовується при плануванні та організації виробництва. Отже, ймовірнісний аспект відіграє важливу роль у математичній підготовці майбутніх фахівців технічного, транспортного та економічного профілю у ЗВО.

Відома значимість впровадження концепції професійної спрямованості в сучасну фундаментальну підготовку майбутніх фахівців в умовах компетентнісної парадигми освіті. Проте проблема відповідної наповненості математичних дисциплін багато в чому ще залишається невирішеною. Це, зокрема, стосується курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика» для здобувачів технічних (транспортних) спеціальностей бакалаврату. Отже, постає актуальна проблема створення та впровадження банку задач професійної спрямованості з ймовірнісного аспекту базової математичної підготовки вказаних здобувачів. Вирішення зазначеної проблеми має сприяти формуванню основи їхньої професійно-математичної компетентності у межах загальноосвітніх математичних дисциплін.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У сучасній навчально-методичній літературі з курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика» [1-8], як правило, розглядається традиційний набір задач. Зміст окремої частини цього набору відповідає проблемам азартних ігор [3], які історично обумовили виникнення «математики випадкового». Значна частина задач містить умови, пов'язані з підкиданням монет і гральних кубиків, виграшами у лотерею [1,2,3,6]. Вказані задачі збереглися в сучасних підручниках і навчальних посібниках як ті, що наочно роз'яснюють сутність ймовірнісних підходів. Видання [4,5,7], рекомендовані здобувачам економічних спеціальностей, включають задачі економічного змісту, завдання з обчислення ймовірностей подій щодо різних навчальних ситуацій. Посібники [6,8], призначені для підготовки здобувачів технічних спеціальностей, включають задачі, зміст яких відображає стандартні виробничі ситуації, пов'язані з обслуговуванням робітниками верстатів-автоматів, контролем якості продукції тощо. Однак, пропонований традиційний набір ймовірнісних задач переважно відображає їхні загальні постановки та недостатньо відповідає характеру професійної підготовки майбутніх фахівців за конкретними напрямами. Окремі професійно-орієнтовані задачі з проблем транспорту включено в [8]. Це задачі з розрахунку ймовірності роботи автобази в нормальному режимі [8, с.56], з побудови закону розподілу випадкової величини – кількості світлофорів, що пройде автомобіль до першої зупинки [8, с.74] тощо. У нашому навчально-методичному посібнику [9], виданому в ХНАДУ, розглянуто певну множину задач транспортної тематики щодо обчислення ймовірностей випадкових подій. Отже, представляється актуальним обговорення розширеного набору цих задач у широкому колі навчально-наукової спільноти.

Метою статті є обгрунтування здобуття професійно - математичної компетентності за результатом впровадження в базову математичну підготовку бакалаврату професійно-орієнтованих задач, а також представлення авторських постановок і розв'язань ймовірнісних задач для здобувачів транспортних спеціальностей.

Виклад основного матеріалу. У нашій роботі [10], присвяченій фундаменталізації математичної підготовки здобувачів технічних спеціальностей у ЗВО в умовах компетентнісної парадигми освіти, акцентовано необхідність формування здатностей творчого, професійного застосування набутих математичних знань. Ці здатності є компонентами професійно-математичних компетенцій, що визначають професійну математичну компетентність випускників у складі їхніх фахових компетентностей. Трактування математичної, зокрема, професійно - математичної компетенції й компетентності нами представлено в [10] на основі авторських означень компетенції та компетентності.

Під математичною компетенцією розуміємо сукупність математичних знань, умінь, навичок, здатностей, способів діяльності, креативних якостей особистості (яка завершила певний етап освітнього процесу), що визначає її готовність до застосування набутого потенціалу в ефективному здійсненні життєвих, професійних, а також подальших навчальний функцій.

Під професійно-математичною компетенцією розуміємо такий вид мат емат ичної компет енції, сукупніст ь визначальних компонент якої переваж но характ еризує гот овніст ь особист ост і до ефект ивного заст осування набут ого *потенціалу в професійній діяльності.*

Професійно-математичною компетентністю називаємо готовність до застосування набутого потенціалу в ефективному здійснення професійної діяльності, обумовлену володінням відповідними компетенціями.

Звертаємо увагу на різний ступінь сформованості професійно-математичної компетентності в різних циклах вищої освіти. Вважаємо, що у повному обсязі цю компетентність мають набути магістри і доктори філософії. Проте передбачається лише часткове формування зазначеної компетентності у майбутніх бакалаврів.

Здобуття професійно - математичної компетентності в межах базової математичної підготовки бакалаврату забезпечується професійно-прикладною спрямованістю вивчення класичних математичних дисциплін, ефективним шляхом реалізації якої традиційно вважається широке впровадження в навчальний процес професійно-орієнтованих задач. Зазначене впровадження створює умови для навчання, відповідно до фахових інтересів та намірів тих, хто навчається. Адже пред'явлення професійного контексту класичної математики і демонстрація можливостей математичного апарату для побудови моделей прикладних задач та їхнього розв'язання сприяють формуванню позитивних мотивацій здобувачів бакалаврату стосовно майбутньої професійної діяльності й акцентують їхню увагу на міжпредметних зв'язках загальноосвітніх і спеціальних курсів.

Журнал «Перспективи та інновації науки»
(Серія «Педагогіка», Серія «Психологія», Серія «Медицина»)
№ 1(35) 2024

Наведемо приклади постановок та розв'язань задач професійної спрямованості курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика» для здобувачів бакалаврату транспортних спеціальностей. Постановки пропонованих задач є тими, що можуть виникнути в реальних ситуаціях майбутньої професійної діяльності фахівців.

Розглянемо задачі, постановки яких відповідають розділу курсу «Випадкові події». Розв'язання задач 1-2 здійснюється за класичним означенням ймовірності з використанням комбінаторного підходу.

Задача 1. *В деякому районі за сім днів тижня, незалежно одне від одного, відбувається сім дорожньо-транспортних пригод (ДТП). Яка ймовірність того, що кожного дня тижня буде відбуватися по одному ДТП?*

Розв'язання. Введемо у розгляд подію

$A=\{$кожного дня тижня відбувається по одному ДТП$\}$.

За класичним означенням ймовірності: $P(A)=\dfrac{m}{n}$.

Знайдемо загальну кількість елементарних подій n. Зобразимо на схемі кількість днів тижня, в які можуть відбуватися, незалежно одне від одного, кожне з семи ДТП:

	7	7	7	7	7	7	7
ДТП:	1	2	3	4	5	6	7

Застосовуючи комбінаторне правило множення, одержимо $n = 7^7$.

Знайдемо кількість елементарних подій m, що сприяють A. Нехай кожного дня тижня здійснюється по одному ДТП. Розподіл семи ДТП по днях тижня рівносильний розкладанню семи різних куль по семи ящиках. Покладемо як-небудь в кожний ящик по одній кулі, а потім будемо міняти кулі місцями. Одержимо $m = 7!$

Маємо

$$P(A)=\frac{7!}{7^7}=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}{7\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7}\approx 0{,}006.$$

Відповідь: 0,006.

Розв'язання наступної задачі 2, що відображає фахову постановку та графічну інтерпретацію сутності задачі про вибірку, представлено у наших роботах [9,11].

Задача 2. *На фірмі працюють 10 спеціалістів з технології вантажних перевезень і 5 спеціалістів з комерційної роботи на автомобільному транспорті. Керівник фірми вирішив для виконання спеціального завдання сформувати робочу групу з 5-ти осіб. Яка ймовірність події*

A ={вибрана навмання група з 5-ти осіб включає 3-х спеціалістів з технології вантажних перевезень і 2-х спеціалістів з комерційної роботи на автотранспорті}?

Розв'язання. Загальна кількість працівників фірми складає 15 осіб. Робоча група з 5-ти осіб, що формується для виконання спеціального завдання, являє собою вибірку із загальної кількості. Зобразимо схематично склад загальної кількості спеціалістів і склад вибірки (рис. 1):

Загальна кількість:
15 спеціалістів

10 спеціалістів з технології вантажних перевезень

5 спеціалістів з комерційної роботи на автотранспорті

Вибірка:
5 спеціалістів

3 спеціалісти з технології вантажних перевезень

2 спеціалісти з комерційної роботи на автотранспорті

Рис. 1. Склад загальної кількості і склад вибірки

Зазначимо, що n – число всіх елементарних подій дорівнює числу всіх, різних за складом, груп по 5 осіб, які можна сформувати з 15 спеціалістів фірми, тобто

$$n = C_{15}^{5} = \frac{15!}{5!\ 10!} = 3003.$$

3-х спеціалістів з технології вантажних перевезень, які входять до складу робочої групи, можна вибрати з 10-ти таких спеціалістів фірми кількістю способів C_{10}^{3}.

2-х спеціалістів з комерційної роботи на автомобільному транспорті можна вибрати з 5-ти таких спеціалістів фірми кількістю способів C_5^2. За комбінаторним правилом множення кількість елементарних подій m, що сприяють події A, визначається

$$m = C_{10}^{3} \cdot C_5^2 = \frac{10!}{3!\ 7!} \cdot \frac{5!}{2!\ 3!} = 1200.$$

Отже, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1200}{3003} \approx 0{,}4.$

Відповідь: 0,4.

Наведена далі задача 3 демонструє змістовну постановку, корисну для майбутніх фахівців з організації та безпеки дорожнього руху. Її розв'язання передбачає застосування геометричного означення ймовірності.

Задача 3. *На перехресті встановлено автоматичний світлофор, в якому одну хвилину горить зелене світло і півхвилини – червоне. Потім знов одну хвилину – зелене і півхвилини червоне і т. д. У випадковий момент часу до перехрестя під'їжджає автомобіль. Яка ймовірність того, що він проїде перехрестя без зупинки?*

Розв'язання. Зобразимо на числовій осі проміжки часу $L_i \ (i = 1, 2, 3, ...)$ довжиною 1,5 хвилини. Протягом кожного з них 1 хвилину горить зелене світло світлофору $\left(L_{i1}\right)$, а потім 0,5 хвилини горить червоне світло $\left(L_{i2}\right)$ (рис. 2), або навпаки: спочатку 0,5 хвилини горить червоне світло, а потім 1 хвилину горить зелене світло (рис. 2).

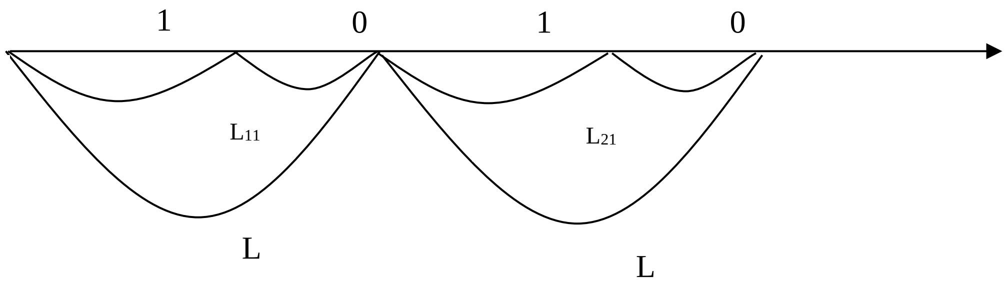

Рис. 2. Проміжки часу на числовій осі

Умова задачі: «у випадковий момент часу до перехрестя під'їжджає автомобіль» математично означає, що точка (автомобіль) навмання ставиться на один з проміжків $L_i \ (i = 1, 2, 3, ...)$. Введемо у розгляд подію

$A = \{$автомобіль проїде перехрестя без зупинки$\}$.

Еквівалентним формулюванням змісту події A є:

$A = \{$точка попаде на проміжок часу $L_{i1} \subset L_i$, протягом якого горить зелене світло$\}$.

За геометричним означенням ймовірності

$$P(A) = \frac{\operatorname{mes} L_{i1}}{\operatorname{mes} L_i} = \frac{1}{1{,}5} = \frac{2}{3}.$$

Відповідь: $\frac{2}{3}$.

Журнал «Перспективи та інновації науки»
(Серія «Педагогіка», Серія «Психологія», Серія «Медицина»)
№ 1(35) 2024

Поняття умовної ймовірності події дозволяє у контексті задачі 4 обчислити ймовірність своєчасної доставки вантажу до споживача, а у контексті задачі 5 – розрахувати ймовірність перевірки певної кількості видів вантажу.

Задача 4. *Ймовірність того, що автомобілем, який працює в автотранспортному комплексі, не порушуються умови своєчасної доставки вантажу до споживачів протягом першого робочого дня тижня, дорівнює 0,8. Ймовірність того, що ці умови не порушуються протягом перших двох робочих днів тижня, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що автомобіль, який не порушив умови своєчасної доставки вантажу протягом першого дня, не порушив ці умови й протягом другого дня.*

Розв'язання. Введемо у розгляд події

A = {автомобіль не порушив умови своєчасної доставки вантажу протягом першого робочого дня тижня};

B = { автомобіль не порушив умови своєчасної доставки вантажу протягом другого робочого дня тижня }.

Тоді

$A \cdot B$ ={автомобіль не порушив умови своєчасної доставки вантажу протягом перших двох робочих днів тижня}.

За умовою задачі $P(A) = 0{,}8$; $P(A \cdot B) = 0{,}6$. Треба знайти $P(B \mid A)$.

За означенням умовної ймовірності події

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cdot B)}{P(A)} = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{3}{4}.$$

Відповідь: $\frac{3}{4}$.

Задача 5. *З 20 видів вантажу, що доставлено до споживача, чотири види мають ушкодження. Вантажі відбираються навмання для перевірки, яка припиняється у випадку виявлення ушкодженого виду вантажу. Яка ймовірність того, що буде перевірено рівно три види вантажу?*

Розв'язання. Введемо у розгляд події

A={буде перевірено три види вантажу};

$\underset{i=1,2,3}{B_i} =$ {під час i-ої перевірки вантаж виявився неушкодженим}.

Подія A відбудеться тоді і тільки тоді, коли перший і другий перевірені види вантажу будуть неушкодженими, а третій за рахунком вид вантажу виявиться ушкодженим. Це означає, що

Журнал «Перспективи та інновації науки»
(Серія «Педагогіка», Серія «Психологія», Серія «Медицина»)
№ 1(35) 2024

$$A = B_1 \cdot B_2 \cdot \overline{B}_3.$$

За теоремою множення ймовірностей

$$P(A) = P(B_1 \cdot B_2 \cdot \overline{B}_3) = P(B_1) \cdot P(B_2 \mid B_1) \cdot P(\overline{B}_3 \mid B_1 \cdot B_2) = \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{4}{18} = \frac{8}{57}.$$

Відповідь: $\frac{8}{57}$.

Відома практична значимість теореми Бейеса, яка дозволяє переоцінювати апріорні ймовірності гіпотез з урахуванням відбування певної події A. Інакше кажучи, ця теорема дозволяє знайти ймовірності гіпотез після випробування (так звані апостеріорні ймовірності) за умови, що результатом випробування стала подія A. Розглянемо задачу 6 щодо розрахунку, із застосуванням теореми Бейеса,
ймовірності пересування пасажиром за певним шляхом вулично-дорожньої мережі.

Задача 6. *Вулично-дорожня мережа (ВДМ), за якою здійснюється рух міського пасажирського транспорту, містить три конкурентних шляхи пересування між парою транспортних районів міста. Протягом доби, у середньому, пасажиропотік за першим шляхом пересування в 1,5 рази більший, ніж за другим шляхом, а за другим – в 1,8 рази менше, ніж за третім. Пересування без пересадки за першим, другим і третім шляхом здійснюють, відповідно, 96%, 99% і 92% пасажирів. Навмання обраний пасажир здійснив пересування із пересадкою. Яка ймовірність того, що він пересувався за другим шляхом?*

Розв'язання. Введемо у розгляд три гіпотези:

$$H_i = \left\{ \begin{matrix} \text{пасажир обрав } i - \text{ий шлях пересування} \\ \text{між парою транспортних районів} \end{matrix} \right\}, \ i = 1,2,3.$$

Визначимо апріорні ймовірності гіпотез. Позначимо x – потік пасажирів, які обрали другий шлях пересування. Тоді, за умовою, $1{,}5x$ і $1{,}8x$ – це потоки пасажирів, які обрали, відповідно, перший і третій шляхи. За класичним означенням ймовірності

$$P(H_1) = \frac{1{,}5x}{1{,}5x + x + 1{,}8x} = \frac{15}{43}; \qquad P(H_2) = \frac{x}{4{,}3x} = \frac{10}{43};$$

Журнал «Перспективи та інновації науки»
(Серія «Педагогіка», Серія «Психологія», Серія «Медицина»)
№ 1(35) 2024

$$P(H_3)=\frac{1,8x}{4,3x}=\frac{18}{43}.$$

Нехай подія

$$\text{A}=\left\{\begin{matrix}\text{навмання обраний пасажир здійснив}\\ \text{пересування з пересадкою}\end{matrix}\right\}.$$

Визначимо умовні ймовірності події *A* за умовою відбування кожної з гіпотез:

$$P(A\,|\,H_1)=1-0,96=0,04; \qquad P(A\,|\,H_2)=1-0,99=0,01;$$
$$P(A\,|\,H_3)=1-0,92=0,08.$$

За формулою Бейеса

$$P(H_2\,|\,A)=\frac{P(H_2)\cdot P(A\,|\,H_2)}{\sum\limits_{i=1}^{3}P(H_i)\cdot P(A\,|\,H_i)}=\frac{\frac{10}{43}\cdot 0,01}{\frac{1}{43}(15\cdot 0,04+10\cdot 0,01+18\cdot 0,08)}=$$

$$=\frac{0,1}{2,14}=\frac{5}{107}.$$

Відповідь: $\frac{5}{107}$.

Схема послідовних незалежних випробувань Я. Бернуллі складає основу розв'язання задачі 7, аналог якої запропоновано для самостійного розв'язання в [8].

Задача 7. *На автобазі десять вантажних автомашин. Для нормальної роботи автобази на лінії має бути не менш восьми автомашин. Ймовірність невиходу кожної з автомашин на лінію дорівнює 0,1. Знайти ймовірність нормальної роботи автобази в найближчий день.*

Розв'язання. Розглянемо подію:

$B=\{$нормальна робота автобази в найближчий день$\}$.

За умовою задачі, еквівалентним формулюванням змісту події B буде

$B=\{$на лінію вийдуть не менше 8 автомашин$\}$.

Нехай випробування: спостереження за виходом автомашини на лінію, $n=10$.

Введемо у розгляд подію

$A=\{$автомашина вийшла на лінію$\}$ – «успіх».

$$p = P(A) = 0{,}9; \quad q = 1 - p = 0{,}1.$$

$$P(B) = P_{10}(8 \le k \le 10) = P_{10}(8) + P_{10}(9) + P_{10}(10) =$$

$$= C_{10}^{8} \cdot 0{,}9^{8} \cdot 0{,}1^{2} + C_{10}^{9} \cdot 0{,}9^{9} \cdot 0{,}1 + C_{10}^{10} \cdot 0{,}9^{10} \cdot 0{,}1^{0} =$$

$$= 0{,}9^{8}\left(0{,}45 + 0{,}9 + 0{,}81\right) \approx 0{,}43046 \cdot 2{,}16 \approx 0{,}9298.$$

Відповідь: 0,9298.

Розглянемо професійно-орієнтовані задачі, постановки яких відповідають розділу курсу «Випадкові величини». Сформульовані змістовні завдання передбачають використання властивостей і числових характеристик законів розподілу дискретних і неперервних випадкових величин.

Задача 8. *На дорогах України лише 70% автомобільних шин витримують гарантійний термін. Скласти закон розподілу числа шин, що витримують гарантійний термін, з 5 придбаних. Оцінити середнє число таких шин та розсіювання можливих значень.*

Розв'язання. **Випробування**: експлуатація шин протягом гарантійного терміну. Нехай подія

$$\text{A} = \left\{ \begin{matrix} \text{автомобільна шина витримала} \\ \text{гарантійний термін} \end{matrix} \right\},$$

$$p = P(\text{A}) = 0{,}7, \quad q = 1 - p = 0{,}3.$$

За умовою, кількість випробувань $n = 5$. Випробування є незалежними.

Нехай X – дискретна випадкова величина (д. в. в.): число шин, що витримали гарантійний термін.

X має біноміальний розподіл (число появи події A в 5 незалежних випробуваннях).

Можливі значення д. в. в. X: 0, 1, 2, 3, 4, 5.

$P\{X = 0\} = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 = 0{,}3^5 = 0{,}00243$

$P\{X = 1\} = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 = 5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3^4 = 5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}0081 = 0{,}02835.$

$P\{X = 2\} = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 = \frac{5!}{2!3!} \cdot 0{,}7^2 \cdot 0{,}3^3 = 10 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}027 = 0{,}1323.$

$P\{X = 3\} = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 = \frac{5!}{2!3!} \cdot 0{,}7^3 \cdot 0{,}3^2 = 10 \cdot 0{,}343 \cdot 0{,}09 = 0{,}3087.$

$P\{X = 4\} = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q = \frac{5!}{4!1!} \cdot 0{,}7^4 \cdot 0{,}3 = 5 \cdot 0{,}2401 \cdot 0{,}3 = 0{,}36015.$

$P\{X = 5\} = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 = 1 \cdot 0{,}2401 \cdot 0{,}7 = 0{,}16807.$

Маємо ряд розподілу.

X	0	1	2	3	4	5
p	0,00243	0,02835	0,1323	0,3087	0,36015	0,16807

Журнал «Перспективи та інновації науки»
(Серія «Педагогіка», Серія «Психологія», Серія «Медицина»)
№ 1(35) 2024

$$\sum_{i=1}^{5} p_i = 1$$

$$\mathrm{M}(\mathrm{X}) = np = 5 \cdot 0{,}7 = 3{,}5. \quad D(\mathrm{X}) = npq = 3{,}5 \cdot 0{,}3 = 1{,}05.$$

$\mathrm{M}(\mathrm{X})$ є середнім числом шин, що витримають гарантийний термін.
$D(\mathrm{X})$ характеризує розсіювання можливих значень.

Відповідь: $\mathrm{M}(\mathrm{X}) = 3{,}5$; $D(\mathrm{X}) = 1{,}05$.

Постановка наступної задачі 9, на нашу думку, може виявитися корисною майбутнім експертам ДТП.

Задача 9. *При розслідуванні причин аварії було виявлено, що вона могла відбутися внаслідок встановлення на автомобіль деталі, розмір якої виходить за межі допустимого інтервалу (15 мм, 25 мм). Відомо, що розмір деталей, які потрапляють на конвеєр автозаводу, являє собою неперервну випадкову величину* $X \sim N(a, \sigma)$ *з математичним сподіванням* $M(X) = 20$ мм, *середнім квадратичним відхиленням* $\sigma = 5$ мм. *Оцінити ймовірність того, що причиною аварії стало встановлення на автомобіль деталі нестандартного розміру.*

Розв'язання. Треба знайти ймовірність встановлення на автомобіль деталі нестандартного розміру: $X \overline{\in} (15, 25)$.

$P\{X \overline{\in} (15, 25)\} = 1 - P\{15 < X < 25\}$ (за формулою суми ймовірностей протилежний подій).

Знайдемо $P\{15 < X < 25\}$, скориставшись формулою

$$\boxed{P\{\alpha < X < \beta\} = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)}.$$

За умовою, $M(X) = a = 20$, $\sigma(X) = \sigma = 5$. Отже,

$$P\{15 < X < 25\} = \Phi\left(\frac{25 - 20}{5}\right) - \Phi\left(\frac{15 - 20}{5}\right) =$$

$$= \Phi(1) + \Phi(1) = 2\Phi(1) = 2 \cdot 0{,}3413 = 0{,}6826.$$

$$P\{X \overline{\in} (15, 25)\} = 1 - 0{,}6826 = 0{,}3174.$$

Відповідь: ймовірність того, що причиною аварії стало встановлення на автомобіль деталі нестандартного розміру, складає $0{,}3174$.

Журнал «Перспективи та інновації науки»
(Серія «Педагогіка», Серія «Психологія», Серія «Медицина»)
№ 1(35) 2024

Висновки. У статті акцентовано значимість упровадження концепції професійної спрямованості у фундаментальну підготовку майбутніх фахівців в умовах компетентнісної парадигми освіті. Наголошено, що здатності творчого, професійного застосування набутих математичних знань визначають професійну математичну компетентність випускників ЗВО у складі їхніх фахових компетентностей. Наведено відомі авторські трактування математичної, зокрема, професійно - математичної компетенції й компетентності. Звернуто увагу на різний ступінь сформованості професійно-математичної компетентності в різних циклах вищої освіти.

Здобуття професійно - математичної компетентності в межах базової математичної підготовки бакалаврату запропоновано за результатом забезпечення професійно-прикладної спрямованості вивчення класичних математичних дисциплін, ефективним шляхом реалізації якої є широке впровадження в навчальний процес професійно-орієнтованих задач. Наведено приклади постановок та розв'язань задач професійної спрямованості курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика» для здобувачів бакалаврату транспортних спеціальностей.

Перспективою подальших наукових досліджень вважаємо створення банку зазначених задач із класифікацією за навчальними аспектами курсу та змістовними моделями реальних ситуацій майбутньої професійної діяльності фахівців.

Література:

1. Жильцов О. Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навч. посіб. / О. Б. Жильцов; за ред. Г. О. Михаліна. – К.: Київський університет ім.. Б. Гринченка, 2015. –336 с.

2. Зайцев Є. П. Теорія ймовірностей і математична статистика. Базовий курс з індивідуальними завданнями і розв'язком типових варіантів: навч.посіб. / Є. П. Зайцев. – Київ: «Алерта», 2017. – 440 с.

3. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб.] / В. В. Голомозий, М. В. Карташов, К. В. Ральченко – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. – 366 с.

4. Огірко О. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: навч. посібник / О. І. Огірко, Н.В. Галайко. – Львів: ЛьвДУВС, 2017. – 292 с.

5. Савченко О. Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: [базовий курс з прикладами і задачами] / Н. В. Валько, Г. М. Кавун, Л. В. Кузьмич – Херсон: РВЦ «Колос», ХДАУ, 2017. – 406 с.

6. Теорія імовірностей та математична статистика: частина 1. Випадкові події: лекції і практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спец. 143 «Атомна енергетика», спеціалізації «Атомні електричні станції» / КПІ ім. Ігоря Сікорського: уклад.: І. В. Веригіна; О. В. Островська. – К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 57 с. Режим доступу: https://ela.kpi.ua/jspui/bitstream/123456789/23501/1/NP%28T_Ym%29_1.pdf .

7. Теорія імовірностей та математична статистика : навч. посіб. / О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук, Б. П. Орел, П. І. Штабалюк. – К. : НТУУ «КПІ», 2014. – 212 с.

8. Теорія імовірностей : навч. посіб. для студ. спец. 121 «Інженерія програмного забезпечення» [Електронний ресурс] / КПІ ім. Ігоря Сікорського: уклад.: О. В. Барабаш; А. П. Мусієнко; О. В. Свинчук. – К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 193 с. Режим доступу: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/42046/1/Navch_Posib_Teor_Ymovirn_BarabashO_MusienkoA_SvynchukO.pdf .

9. Ярхо Т.О. Теорія ймовірностей для професійно-математичної підготовки бакалаврів технічного профілю : навчально-методичний посібник. Ч. 1: Випадкові події / Т. О. Ярхо. – Х.: ХНАДУ, 2017. – 84 с.

10. Ярхо Т. О. Фундаменталізація математичної підготовки майбутніх фахівців технічного профілю у вищих навчальних закладах: монографія / Харків: ФОП Гончаренко В. Ю., 2016. - 284 с.

11. Ярхо Т. О. Концепція реалізації дидактичного принципу наочності в креативній математичній підготовці здобувачів вищої освіти: огляд / Т. О. Ярхо, Т. В. Ємельянова, А. В. Легейда, Д. В. Легейда, Є. П. Медведєв // «Перспективи та інновації науки (Серія «Педагогіка», Серія «Психологія», Серія «Медицина»)», 2023. - Випуск 15(33). – С. 599-613.

References:

1. Zhiltsov, O. B. (2015) *Teoriia imovirnostei ta matematychna statystyka u prykladakh i zadachakh [Probability Theory and Mathematical Statistics in Examples and Problems]* Kyiv: Kyivskii Universitet imeni B. Grynchenka [in Ukrainian].

2. Zaitsev, Ye. P. (2017) *Teoriia imovirnostei i matematychna statystyka. Bazovyi kurs z individualnymy zavdanniamy i rozv`iazkom typovykh variantiv [Probability Theory and Mathematical Statistics. Basic Course with Individual Tasks and Solutions to Typical Options]* Kyiv: Alerta [in Ukrainian].

3. Golomozii, V. V., Kartashov, M. V., Ralchenko, K. V. (2015) *Zbirnyk zadach z teorii imovirnostei ta matematychnoi statystyky [A Collection of Problems on Probability Theory and Mathematical Statistics]* Kyiv: Vydavnycho-poligrafichnyi tsentr "Kyivskii Universytet" [in Ukrainian].

4. Ogirko, O. I., Galaiko, N. V. (2017) *Teoriia imovirnostei i matematychna statystyka [Probability Theory and Mathematical Statistics]* Lviv: LSUIA [in Ukrainian].

5. Savchenko, O. G., Valko, N. V., Kavun, G. M., Kuzmich, L. V. (2017) *Teoriia imovirnostei i matematychna statystyka: bazovyi kurs z prykladamy i zadachamy [Probability Theory and Mathematical Statistics: Basic Course with Examples and Tasks]* Kherson: Kolos [in Ukrainian].

6. Verygina, I. V., Ostrovska, O. V. (2018) *Teoriia imovirnostei i matematychna* statystyka: chastyna 1. Vypadkovi podii: lektsii i praktykum [Probability Theory and Mathematical *Statistics: part 1. Accidental Events: Lectures and a Workshop]* Kyiv : KPI imeni Igoria Sikorskoho. Retrieved from: https://ela.kpi.ua/jspui/bitstream/123456789/23501/1/NP% 28T_Ym%29_1.pdf [in Ukrainian].

7. Kushlyk-Lyvulska, O. I., Polishchuk, N. V., Orel , B. P., Shtabaliuk, P. I. (2014) *Teoriia imovirnostei i matematychna statystyka [Probability Theory and Mathematical Statistics]* Kyiv : NTUU "KPI" imeni Igoria Sikorskoho [in Ukrainian].

8. Barabash, O. V., Musienko, A. P., Svinchuk, O. V. (2021) *Teoriia imovirnostei [Probability Theory]* Kyiv : KPI imeni Igoria Sikorskoho. Retrieved from: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/42046/1/Navch_Posib_Teor_Ymovirn_BarabashO_MusienkoA_SvynchukO.pdf [in Ukrainian].

9. Yarkho, T. O. (2017) *Teoriia imovirnostei dlia profesiino-matematychnoi pidgotovky bakalavriv tekhnichnogo profiliu. Chastyna 1. Vypadkovi podii [The Theory of Probabilities for Professional and Mathematical Training of Technical Bachelors. Part 1. Random Events]* Kh.: KhNAHU [in Ukrainian].

10. Yarkho, T. O. (2016) *Fundamentalizatsiia matematychnoi pidgotovky maibutnikh fakhivtsiv tekhnichnogo profiliu u vyshchikh navchalnykh zakladakh [Fundamentalisation of Mathematical Training of Future Technical Specialists in Higher Educational Institutions]* Kharkiv: FOP Goncharenko V. Yu., 284 [in Ukrainian].

11. Yarkho, T. O., Emelyanova T. V., Legeyda, A. V., Legeyda, D. V., Medvediev Ie. P. (2023) Kontseptsiia realizatsii didaktichnoho pryntsypu naochnosti v kreatyvnii matematychnii pidgotovtsi zdobuvachiv vyshchoi osvity: ohliad [The Concepts of Realization of the Didactic Principle of Visibility in the Creative Mathematical Preparation of Higher Education Students: a Review] *Perspektyvy ta innovatsii nauky (Seriia "Pedagogika", "Seriia "Psikhologiia", Seriia "Meditsina") - Prospects and innovations of science (Series" Pedagogy ", Series" Psychology ", Series" Medicine ")* 15(33), 599-613 [in Ukrainian].