

## ПРЯМАЯ ЕСТЕСТВЕННАЯ ОСВЕЩЕННОСТЬ ОТ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНОГО СВЕТОПРОЕМА В ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Украина*

*Освещенность определяется путем точечного сканирования проекций телесных углов элементарных пирамид со своей яркостью на нормаль к плоскости с расчетной точкой. Точечное сканирование и параметры телесных углов определяются с помощью точечного исчисления. Суммарная освещенность от всего светопроема складывается из освещенностей от всех элементарных пирамид.*

**Постановка проблемы.** Довольно часто в архитектурном проектировании используются разнообразные по форме типы четырехугольных светопроемов, различно расположенных в пространстве. Это относится и к жилым зданиям (мансардные окна) и, тем более, к общественным. Особенно эта тенденция просматривается в современной архитектуре. Они разнообразят архитектурно-художественные решения и создают интересную световую обстановку в зданиях. Поэтому разработка методов расчета параметров световой среды от таких светопроемов является актуальной проблемой с разных точек зрения и, в первую очередь, с точки зрения энергосбережения.

**Анализ последних исследований.** В современных украинских нормах [1, 2] расчет естественного освещения базируется на методе Данилюка, возможности которого ограничены для прямоугольных светопроемов. При наличии таких проемов их заменяют прямоугольными, равными по площади, и расчет осуществляют по известной методике. Однако такой подход связан с достаточно большой погрешностью, особенно если этот расчет осуществляется для условий не пасмурного небосвода, где яркость в пределах площади светопроема может меняться в широких пределах.

Наиболее близки в этом отношении работы Пугачева Е.В. [3], в которых из расчетной точки определяется видимый контур светопроема, а затем область этого контура интегрируется. Главный недостаток этой методики заключается в сложности определения границ интегрирования для не прямоугольных проемов, расположенных в плоскости общего положения, который не позволяет довести этот метод до практической реализации.

Если использовать систему точечного исчисления [4], то можно значительно упростить задачу. В работе [5] представлен метод расчета прямой средней сферической освещенности от четырехугольного светопроема, расположенного в плоскости общего положения, с использованием математического аппарата точечного исчисления.

**Целью данной работы** является разработка метода расчета прямой составляющей естественной освещенности в данной точке помещения расчетной

плоскости, от четырехугольного светопроема, расположенного в плоскости общего положения, с использованием точечного исчисления.

**Основная часть.** В общем виде освещенность какой-либо плоскости  $E$  от излучающей поверхности прямопропорциональна яркости этой поверхности  $L$  и величине проекции телесного угла  $\sigma$  на нормаль к освещаемой плоскости [6]

$$E = L \cdot \sigma \quad (1)$$

Поскольку распределение яркости по площади светопроема неравномерно, то для определения освещенности необходимо применить метод сканирования. В [7] получено параметрическое уравнение точек сканирования четырехугольника  $M_{ij}(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij})$  при заданных координатах вершин  $A(x_A, y_A, z_A)$ ;  $B(x_B, y_B, z_B)$ ;  $C(x_C, y_C, z_C)$ ;  $F(p_F, q_F)$ :

$$\left. \begin{aligned} x_{ij} &= (x_A - x_C) \frac{(m-i+p_F q)(n-j)}{mn} + (x_B - x_C) \frac{q p i(n-j)+j}{mn} + x_C \\ y_{ij} &= (y_A - y_C) \frac{(m-i+p_F q)(n-j)}{mn} + (y_B - y_C) \frac{q p i(n-j)+j}{mn} + y_C \\ z_{ij} &= (z_A - z_C) \frac{(m-i+p_F q)(n-j)}{mn} + (z_B - z_C) \frac{q p i(n-j)+j}{mn} + z_C \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $m$  и  $n$  – количество точек сканирования проема по горизонтали и вертикали (назначаются в соответствии с необходимой тонностью расчета).

Световой поток в какой-либо точке помещения от небосвода формируется в пределах телесного угла с вершиной в этой точке и ограничен плоскостями, проходящими через грани светопроема. В результате получается пирамида, основанием которой служит небосвод. Если использовать полученные точки сканирования, то весь телесный угол оконного проема можно представить, как сумму телесных углов элементарных пирамид с вершиной в данной точке  $N$ , а грани этих пирамид проходят через четыре соседние точки сканирования (рис.1). Координаты точек сканирования, через которые проходят грани пирамиды, определяются из выражения (2). Координаты расчетной точки  $N(x_N, y_N, z_N)$ , в которой определяется освещенность, задаются. Можно считать, что в пределах полученного таким образом элементарного телесного угла яркость небосвода постоянна, а ее значение соответствует значению яркости в направлении от расчетной точки к середине одной из диагоналей (например,  $D_{ev}$ ) полученного элементарного четырехугольника. Координаты этой точки вычисляются следующим образом

$$x_{ev}^D = \frac{x_{ij} + x_{(i+1)(j+1)}}{2}, \quad y_{ev}^D = \frac{y_{ij} + y_{(i+1)(j+1)}}{2}, \quad z_{ev}^D = \frac{z_{ij} + z_{(i+1)(j+1)}}{2} \quad (3)$$

Величина проекции телесного угла  $\sigma_{ev}^D$ , ср, на нормаль к плоскости, в которой находится расчетная точка, определяется по формуле Виннера [6]:

$$\sigma_{ev}^D = \frac{1}{2} \sum_{\lambda=1}^p \alpha_{\lambda} \cos \beta_{\lambda} \quad (4)$$

где  $\alpha_{\lambda}$  – угол, под которым видна  $\lambda$ -ая сторона элементарной пирамиды, рад;

$\beta_{\lambda}$  – угол между наружной поверхностью плоскости, проходящей через сторону площадки и расчетную точку  $N$ , и расчетной плоскостью, в которой эта точка находится, рад;

$p$  – количество сторон элементарной площадки.

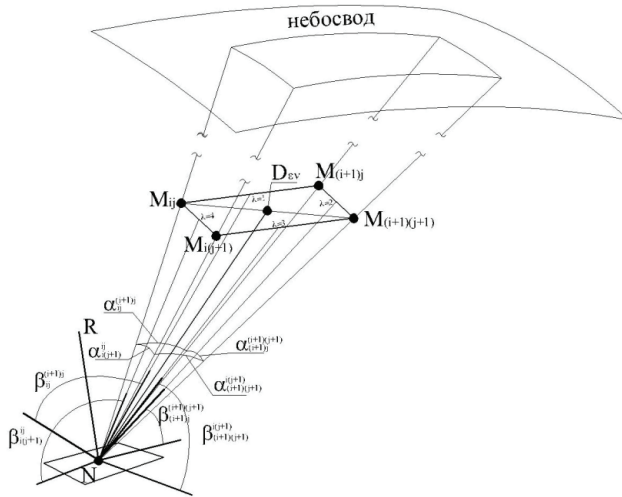


Рис.1. Элементарный телесный угол сканирования.

Угол  $\alpha_l$  и  $\cos \beta_l$  вычисляются с использованием метрических операторов точечного исчисления. Окончательные выражения углов  $\alpha_l$  в координатном виде будут следующими:

$$\alpha_{ij}^{(i+1)j} = \arccos \frac{(x_{ij}-x_N)(x_{(i+1)j}-x_N) + (y_{ij}-y_N)(y_{(i+1)j}-y_N) + (z_{ij}-z_N)(z_{(i+1)j}-z_N)}{\sqrt{[(x_{ij}-x_N)^2 + (y_{ij}-y_N)^2 + (z_{ij}-z_N)^2][(x_{(i+1)j}-x_N)^2 + (y_{(i+1)j}-y_N)^2 + (z_{(i+1)j}-z_N)^2]}}$$

$$\alpha_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} = \arccos \frac{[x_{(i+1)j}-x_N][x_{(i+1)(j+1)}-x_N] + [y_{(i+1)j}-y_N][y_{(i+1)(j+1)}-y_N] + [z_{(i+1)j}-z_N][z_{(i+1)(j+1)}-z_N]}{\sqrt{([x_{(i+1)j}-x_N]^2 + [y_{(i+1)j}-y_N]^2 + [z_{(i+1)j}-z_N]^2)([x_{(i+1)(j+1)}-x_N]^2 + [y_{(i+1)(j+1)}-y_N]^2 + [z_{(i+1)(j+1)}-z_N]^2)}}$$

$$\alpha_{(i+1)(j+1)}^{(j+1)} = \arccos \frac{[x_{(i+1)(j+1)}-x_N][x_{(j+1)}-x_N] + [y_{(i+1)(j+1)}-y_N][y_{(j+1)}-y_N] + [z_{(i+1)(j+1)}-z_N][z_{(j+1)}-z_N]}{\sqrt{([x_{(i+1)(j+1)}-x_N]^2 + [y_{(i+1)(j+1)}-y_N]^2 + [z_{(i+1)(j+1)}-z_N]^2)([x_{(j+1)}-x_N]^2 + [y_{(j+1)}-y_N]^2 + [z_{(j+1)}-z_N]^2)}}$$

$$\alpha_{(i+1)j}^{ij} = \arccos \frac{[x_{ij}-x_N][x_{(i+1)j}-x_N] + [y_{ij}-y_N][y_{(i+1)j}-y_N] + [z_{ij}-z_N][z_{(i+1)j}-z_N]}{\sqrt{([x_{ij}-x_N]^2 + [y_{ij}-y_N]^2 + [z_{ij}-z_N]^2)([x_{(i+1)j}-x_N]^2 + [y_{(i+1)j}-y_N]^2 + [z_{(i+1)j}-z_N]^2)}}$$

А косинус угла между плоскостями определится следующим образом

$$\cos \beta_{ij}^{(i+1)j} = \frac{x_R x_{ij}^{(i+1)j} + y_R y_{ij}^{(i+1)j} + z_R z_{ij}^{(i+1)j}}{\sqrt{[x_{ij}^{(i+1)j}]^2 + [y_{ij}^{(i+1)j}]^2 + [z_{ij}^{(i+1)j}]^2}}$$

$$\cos \beta_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} = \frac{x_R x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} + y_R y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} + z_R z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)}}{\sqrt{[x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)}]^2 + [y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)}]^2 + [z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)}]^2}}$$

$$\cos \beta_{(i+1)(j+1)}^{(j+1)} = \frac{x_R x_{(i+1)(j+1)}^{(j+1)} + y_R y_{(i+1)(j+1)}^{(j+1)} + z_R z_{(i+1)(j+1)}^{(j+1)}}{\sqrt{[x_{(i+1)(j+1)}^{(j+1)}]^2 + [y_{(i+1)(j+1)}^{(j+1)}]^2 + [z_{(i+1)(j+1)}^{(j+1)}]^2}}$$

$$\cos \beta_{(i+1)j}^{ij} = \frac{x_R x_{(i+1)j}^{ij} + y_R y_{(i+1)j}^{ij} + z_R z_{(i+1)j}^{ij}}{\sqrt{[x_{(i+1)j}^{ij}]^2 + [y_{(i+1)j}^{ij}]^2 + [z_{(i+1)j}^{ij}]^2}}$$

Здесь углы между плоскостями определяются как углы между их нормальными, начало которых расположено в точке  $N$ . А координаты вторых точек, например, нормаль к плоскости  $M_{ij}NM_{(i+1)j}$ ,  $S_{ij}^{(i+1)j} \left( x_{ij}^{(i+1)j}, y_{ij}^{(i+1)j}, z_{ij}^{(i+1)j} \right)$ , определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{ij}^{(i+1)j} &= y_{ij}z_{(i+1)j} - y_{(i+1)j}z_{ij} & x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= y_{(i+1)j}z_{(i+1)(j+1)} - y_{(i+1)(j+1)}z_{(i+1)j} \\ y_{ij}^{(i+1)j} &= z_{ij}x_{(i+1)j} - z_{(i+1)j}x_{ij} & y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= z_{(i+1)j}x_{(i+1)(j+1)} - z_{(i+1)(j+1)}x_{(i+1)j} \\ z_{ij}^{(i+1)j} &= x_{ij}y_{(i+1)j} - x_{(i+1)j}y_{ij} & z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= x_{(i+1)j}y_{(i+1)(j+1)} - x_{(i+1)(j+1)}y_{(i+1)j} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} x_{(i+1)(j+1)}^{(i+1)(j+1)} &= y_{(i+1)(j+1)}z_{(i+1)(j+1)} - y_{(i+1)(j+1)}z_{(i+1)(j+1)} & x_{ij}^{ij} &= y_{(i+1)j}z_{ij} - y_{ij}z_{(i+1)j} \\ y_{(i+1)(j+1)}^{(i+1)(j+1)} &= z_{(i+1)(j+1)}x_{(i+1)(j+1)} - z_{(i+1)(j+1)}x_{(i+1)(j+1)} & y_{(i+1)j}^{ij} &= z_{(i+1)j}x_{ij} - z_{ij}x_{(i+1)j} \\ z_{(i+1)(j+1)}^{(i+1)(j+1)} &= x_{(i+1)(j+1)}y_{(i+1)(j+1)} - x_{(i+1)(j+1)}y_{(i+1)(j+1)} & z_{(i+1)j}^{ij} &= x_{(i+1)j}y_{ij} - x_{ij}y_{(i+1)j} \end{aligned}$$

$x_R, y_R, z_R$  – координаты точки, определяющей единичную нормаль  $NR$  к освещаемой площадке. Они задаются так, что бы отрезок  $NR$  был перпендикулярен к площадке (рис.1), а его модуль  $|NR|=1$ .

Итак, все составляющие определены, теперь можно найти величину проекции элементарного телесного угла  $\sigma_{sv}^D$ , ср, на нормаль к расчетной плоскости

$$\sigma_{sv}^D = \frac{1}{2} \sum_{\lambda=1}^{\nu} \alpha_{\lambda} \cos \beta_{\lambda} = \frac{1}{2} \left( \alpha_{ij}^{(i+1)j} \cos \beta_{ij}^{(i+1)j} + \alpha_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} \cos \beta_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} + \right. \quad (8)$$

$$\left. \alpha_{(i+1)(j+1)}^{(i+1)(j+1)} \cos \beta_{(i+1)(j+1)}^{(i+1)(j+1)} + \alpha_{ij}^{ij} \cos \beta_{ij}^{ij} \right)$$

Освещенность расчетной точки  $E_N$ , лк, от всего светопроема определится по формуле

$$E_N = L_z \tau_0 \left( \sum_1^i \sum_1^{\nu} \sigma_{sv}^D \right) \quad (9)$$

где  $L_z$  – яркость небосвода в зените неба, кд/м<sup>2</sup>, при соответствующей высоте солнцестояния;

$\tau_0$  – коэффициент светопропускания оконного заполнения;

$\sigma_{sv}^D$  – коэффициент, учитывающий неравномерное распределение яркости небосвода. Методика его определения при заданном распределении яркости неба представлена в [7];

$\varepsilon$  и  $\nu$  – количество элементарных пирамид по горизонтали и вертикали.

**Выводы.** Таким образом, разработан метод расчета прямой освещенности от светопроема, расположенного в плоскости общего положения при заданном распределении яркости небосвода. Этот метод позволяет рассчитывать освещенность от как угодно расположенных четырехугольных светопроемов любой конфигурации с заданной точностью расчета при любом распределении яркости небосвода.

**Перспективы дальнейшего исследования.** Данная работа является базой для разработки программы расчета на компьютере. Следующими этапами намечены учет отраженной составляющей и влияние противостоящих зданий.

## Литература

1. Природне і штучне освітлення. Інженерне обладнання будівель і споруд / ДБН В.2.5-28-2006. – К.: Мінбуд України, «Укрархбудінформ», 2006. – 76 с.
2. Природне і штучне освітлення. ДБН В.2.5-28-2006. Зміна № 2. – К.: Мінбуд України, «Укрархбудінформ», 2012. – 36 с.
3. *Пугачев С.В.* Рекомендації щодо розрахунку інтегральних характеристик світлового поля від прямокутних і полігональних світлопрорізів. – Рівне: РДТУ, 2000. – 35 с.
4. *Балюба И.Г., Полищук В.И., Горягин Б.Ф., Малютина Т.П.* Точечное исчисление – математический аппарат параллельных вычислений для решения задач математического и компьютерного моделирования геометрических форм. – В кн.: Материалы международной научной конференции «Моделирование - 2008», Т.2. – К.:ИПМЭ им. Пухова НАН Украины. – с. 389-394.
5. *Егорченков В.А.* Средняя сферическая освещенность от выпуклого четырехугольного светопроема, расположенного в плоскости общего положения. – Научно-технічний збірник "Енергозбереження в будівництві та архітектурі". Випуск 2. Відповідальний редактор А.М. Тугай. – К.: КНУБА, 2011.- С. 95-99.
6. *Мешков В.В.* Основы светотехники: Учеб. Пособие для вузов. Ч. 1. – 2-е изд., перераб. – М.: Энергия, 1979. – 368 с.
7. *Егорченков В.А.* Средняя яркость четырехугольного окна в условиях полясного неба / Міжвідомчий науково-технічний збірник "Прикладна геометрія та інженерна графіка". Випуск 87. Відповідальний редактор В.С. Михайленко. – К.: КНУБА, 2011. – С. 128-132.

### **ПРЯМА ПРИРОДНА ОСВІТЛЕНІСТЬ ВІД ЧОТИРИКУТНОГО СВІТЛОПРОРІЗУ В ПЛОЩИНІ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ**

*В. О. Єгорченков*

Освітленість визначається шляхом точкового сканування проєкцій тілесних кутів елементарних пірамід зі своєю яскравістю на нормаль до площині з розрахунковою точкою. Точкове сканування і параметри тілесних кутів визначаються за допомогою точкового числення. Сумарна освітленість від усього світлопрорізу складається із освітленостей в межах всіх елементарних пірамід.

### **DIRECT NATURAL ILLUMINATION FROM QUADRANGLE LIGHT OPENING IN A PLANE OF GENERAL POSITION**

*V. Yegorchenkov*

Illumination is defined by point scanning of projections pyramids with their brightness on normal to the plane with calculated point. Point scanning and parameters of solid angles are defined with the help of the point calculation. Total illumination from the whole light openings is added together from the illuminations of all elemental pyramids.