УДК 515.2:519.85
DOI: 10.32347/0131-579x.2020.98.110-119
О.В. Панкратов[1], д.т.н., с.н.с.
В.М. Комяк[2], д.т.н., професор
К.Т. Кязімов[3], к.т.н
О.М. Данілін[2], к.т.н, доцент

АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС УМОВ НЕПЕРЕТИНАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ПОТОКУ ЛЮДЕЙ

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України[1]
Національний університет цивільного захисту України[2]
Академія Міністерства по Надзвичайним ситуаціям Азербайджана[3]

Задачі оптимального розміщення є частиною теорії дослідження операцій та обчислювальної геометрії. Цей клас відноситься до задач геометричного проектування і має широке коло застосувань.

Незважаючи на наявність різноманітних моделей і методів розв'язання задач геометричного проектування, вони, як і раніше, є актуальними в тих галузях, формалізація яких недостатня для застосування наявних моделей та методів, які пов'язані з необхідністю врахування особливостей тієї чи іншої предметної області.

Однією з проблем на сьогодні є організація керованої евакуації людей з будівель за необхідний час, що розраховується виходячи з їх об'ємно-планувальних рішень. На сьогодні відсутні моделі індивідуально-поточного руху людей, що адекватні реальному потоку. Інтерес до моделі мотивується як необхідністю уваги до руху людей з обмеженими мобільними можливостями в потоці змішаного складу в досить широкій номенклатурі громадських будівель різних класів функціональної пожежної небезпеки, так і неможливістю на теперішній час побудови адекватних математичних моделей на базі аналітичного опису відносин між людьми (наприклад, неперетинання), які мають різні габарити, вік, функціональні можливості, тощо. Слід зазначити, що задача моделювання руху людей в кожний визначений дискретний момент часу представляє собою конфігурацію розміщення об'єктів за заданими обмеженнями, основні з яких – це умови їх неперетинання

Тому актуальною проблемою для розв'язання задач розміщення є подальший розвиток математичного апарату опису умов неперетинання об'єктів довільної просторової форми з урахуванням їх неперервних трансляцій та обертань.

В роботі модифіковано квазі-phi-функції та отримано аналітичний опис умов неперетинання для прямокутника та еліпса, для складеного об'єкта із прямокутника та еліпса з прямокутником, для складеного об'єкта із прямокутника та еліпса з еліпсом. Застосування квазі-phi-

функції дозволило формалізувати взаємини об'єктів (торкання, неперетинання, перетинання) для більш широкого класу просторових форм.

Математичний апарат взаємодії геометричних об'єктів є основою методів моделювання розміщення за заданими обмеженнями, моделювання руху потоку людей.

Ключові слова: розміщення; моделювання руху людей; математичний апарат умов не перетинання об'єктів.

Постановка проблеми. Задачі оптимального розміщення є частиною теорії дослідження операцій та обчислювальної геометрії. Цей клас відноситься до задач геометричного проектування [1] і має широке коло застосувань в матеріалознавстві, робототехніці, машинобудуванні, будівництві, в задачах логістики; а також виникають в при моделюванні індивідуально-поточного руху людей в задачах евакуації людей з будівель.

Незважаючи на наявність різноманітних моделей і методів розв'язання задач геометричного проектування, вони, як і раніше, є актуальними в тих галузях, формалізація яких недостатня для застосування наявних моделей та методів, які пов'язані з необхідністю врахування особливостей тієї чи іншої предметної області.

Однією з проблем на сьогодні є організація керованої евакуації людей з будівель за необхідний час, що розраховується виходячи з їх об'ємно-планувальних рішень. На сьогодні відсутні моделі індивідуально-поточного руху людей, що адекватні реальному потоку. Інтерес до моделі мотивується як необхідністю уваги до руху людей з обмеженими мобільними можливостями в потоці змішаного складу в досить широкій номенклатурі громадських будівель різних класів функціональної пожежної небезпеки, так і неможливістю на теперішній час побудови адекватних математичних моделей на базі аналітичного опису відносин між людьми (наприклад, неперетинання), які мають різні габарити, вік, функціональні можливості, тощо. Слід зазначити, що задача моделювання руху людей в кожний визначений дискретний момент часу представляє собою конфігурацію розміщення об'єктів за заданими обмеженнями, основні з яких – це умови їх неперетинання

Тому актуальною проблемою є подальший розвиток математичного апарату опису умов неперетинання об'єктів довільної просторової форми з урахуванням їх неперервних трансляцій та обертань.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Науковий напрямок моделювання – оптимальне розміщення геометричних об'єктів, фундаментом якого послужила теорія R-функцій [2], було засновано академіком НАН України В.Л. Рвачовим [3]. В рамках теорії геометричного проектування професора Ю.Г. Стояна вирішені наступні задачі. Запропоновано аналітичний опис умов торкання геометричних об'єктів засобами конструктивного математичного апарату функції щільного розміщення [3]. Запропоновано методологію послідовно-одиночного розміщення за допомогою поняття годографа функції щільного розміщення [4]..

Введено поняття Ф-функції [5] пари φ-об'єктів (phi-функції для пари phi-об'єктів), яке дало можливість побудувати математичну модель основної задачі геометричного проектування, формалізувати відносини взаємного неперетинання пари геометричних об'єктів та належності об'єкту, що розміщується, області.

Із зарубіжних публікацій необхідно виділити наступні дослідження. Засоби упаковки многокутників з урахуванням вільних обертань розглянуті в [6]. Для побудови умов неперетинання об'єктів у роботах [7-9] використовуються деякі апроксимуючі процедури. Так для аналітичного опису відносин еліпсів застосовується алгоритм апроксимації еліпса чотирма дугами кіл [7]. У роботах [8, 9] для моделювання відносин між еліпсами, як правило, будуються їх багатокутні апроксимації. У статті [10] наводиться досить повний огляд літератури, який присвячено задачам розміщення еліпсів. Для аналітичного опису умов неперетинання неорієнтованих еліпсів автори використовують ідею розділяючої прямої, яку запропоновано у роботі [11] для моделювання відносин кругів і опуклих многокутників.

У розвитку теорії геометричного проектування важливим кроком стало введення квазі-phi-функції [12, 13]. Застосування квазі-phi-функцій дозволило спростити математичну модель і формалізувати взаємини об'єктів (торкання, неперетинання, перетинання), для яких не вдалося побудувати phi-функції. В роботі [14, 15] запропоновано ефективний алгоритм побудови квазі-phi-функції для двох еліпсів, який дозволив розв'язати задачу індивідуально-поточного руху людей, представлених еліпсами, досить великої вимірності (*N*> 400). Аналізуючи засоби відео спостережень руху потоку людей, слід відзначити, що люди апроксимуються об'єктами більш складної просторової форми, ніж еліпси. Тому виникла необхідність в побудові умов неперетинання для більш широкого класу об'єктів:

Формулювання цілей та завдання статті. Метою статті є побудова квазі-phi-функцій для більш широкого класу об'єктів:

- прямокутника та еліпса;
- об'єкта, складеного із еліпса та прямокутника, з прямокутником;
- об'єкта, складеного із еліпса та прямокутника, з еліпсом.

Основна частина. Представимо проекцію тіла людини в задачі моделювання руху людини у вигляді об'єкта S_i. Кожному об'єкту S_i зіставлені параметри розміщення $u_i = (v_i, \theta_i)$, де $v_i = (x_i, y_i)$ - вектор трансляції об'єкта S_i відносно нерухомої системи координат, а θ_i - кут його повороту. Позначимо через $S_i(u_i)$ об'єкт $S_i = S_i(0)$, який повернений на кут θ_i і трансльований на вектор v_i. При цьому довільна точка $p = p(0)$ об'єкта відображається в точку $p(v) = v + M(j)p^T(0)$, де $M(j)$- матриця оператора повороту простору на кут θ_i.

Умови неперетинання двох об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$, де у якості цих об'єктів будемо розглядати перелічені вище класи об'єктів, побудуємо, використовуючи поняття їх квазі-phi-функції [12].

Визначення1. Квазі-phi-функцією $\Phi'^{S_iS_j}(u_i, u_j, u')$ для об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ називається всюди визначена неперервна по усім змінним функція, для якої функція $\max\limits_{u' \in U \subset R^m} \Phi'^{S_iS_j}(u_i, u_j, u')$ є phi-функцією об'єктів $S_i(u_i)$ та $S_j(u_j)$ [12]. Тут u' - вектор допоміжних змінних, які належать деякій підмножині U простору R^m. [12].

Важлива характеристика квазі-phi-функції: якщо для деякого u' виконується $\Phi'^{S_iS_j}(u_i, u_j, u') \ge 0$, то $\operatorname{int} S_i(u_i) \bigcap \operatorname{int} S_j(u_j) = \varnothing$ [12].

Квазі-phi-фуннція для двох прямокутників.

Нехай $f(x, y) = cx + dy + r = 0\ (c^2 + d^2 = 1)$ - рівняння деякої прямої L_{ij}, яка є границею двох півплощин D^+ та D^-. Нехай $T_i(u_i)$ та $T_j(u_j)$- два прямокутника, які задані вершинами $p_{ij}^i\ (ij = 1,2,3,4)$ та $p_{ij}^j\ (i = 1,2,3,4)$ відповідно з параметрами розміщення u_i, u_j.

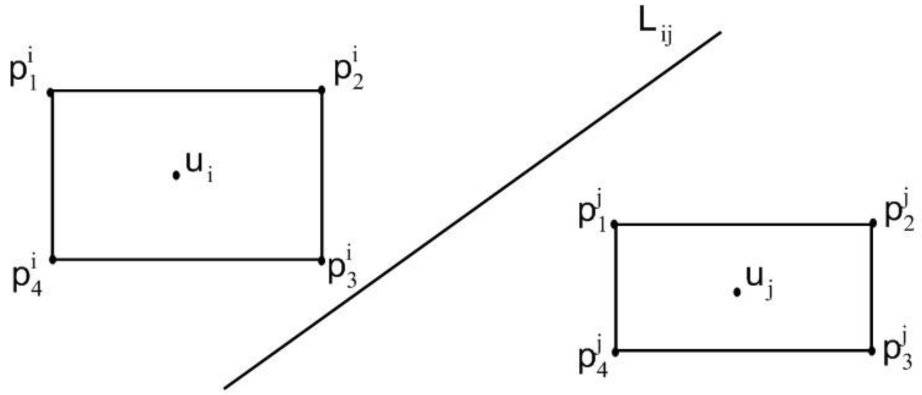

Рис.1. До побудови квазі-phi-функції об’єктів

Нехай $\Phi^{T_iD^+}(u_i, u') = \min\limits_{ij=1,2,3,4} f(p_{ij}^i)$ - phi-функція для об'єктів $T_i(u_i)$ та D^+, а $\Phi^{T_jD^-}(u_2, u') = \min\limits_{ij=1,2,3,4} f(-p_{ij}^j)$- phi-функція для об'єктів $T_j(u_j)$ та D^-, тоді функція

$$\Phi'^{T_iT_j}(u_i, u_j, u') = 2\min\{\Phi^{T_iD^+}(u_i, u'), \Phi^{T_jD^-}(u_j, u')\} \tag{1}$$

є квазі-phi-функцією для прямокутників $T_j(u_j)$ та $T_j(u_j)$ [16], $u' = (c, d, r),\ f(\bullet)$ - відхилення точки $(\bullet)$ від прямої L_{ij}.

Квазі-phi-фуннція для двох еліпсів.

Нехай $E_i(u_i)$ та $E_j(u_j)$ - еліпси з піввісями a_i, b_i та a_j, b_j відповідно. Позначимо через $E_i(u_i)$ об’єкт $E_i = E_i(0)$, який повернений на кут θ_i і трансльований на вектор v_i. При цьому довільна точка $p = p(0)$ об'єкта відображається в точку $p(v) = v + M(j)p^T(0)$, де $M(j)$- матриця оператора повороту простору на кут θ_i. Параметр t_i визначає точку $v_i = (x_i, y_i) = (\lambda a_i \cos t_i + \lambda b_i \sin t_i$ на границі $E_i, 0 \le t_i \le 2\pi, i = 1{,}2.$

Приймемо $u' = (t_1, t_2),$, тоді квазі-phi-функцією для еліпсів $E_i(u_i)$ та $E_j(u_j)$ буде мати вигляд:

$$\Phi'^{E_i E_j}(u_i, u_j, u') = 2\min\{\Phi'^{E_i D^+}(u_i, u_1'), \Phi'^{E_j D^-}(u_j, u_2')\}, \qquad (2)$$

де $\Phi'^{E_i D^+}(u_i, u_1')$ є квазі-phi-функцією для еліпса $E_i(u_i)$ та півплощини D^+ [16].

Квазі-phi-фуннція для еліпса та прямокутника.

Нехай $E_i(u_i)$ - еліпс з піввісями a_i та b_i.та $T_j(u_j)$ - прямокутник, який задано вершинами $p_{ij}^j\ (ij = 1{,}2{,}3{,}4)$ відповідно з параметрами розміщення u_i, u_j. Згідно (1) та (2) квазі-phi-функцієя для еліпса $E_i(u_i)$ та прямокутника $T_j(u_j)$ буде мати вигляд:

$$\Phi'^{E_i T_j}(u_i, u_j, u') = 2\min\{\Phi'^{E_i D^+}(u_i, u_1'), \Phi^{T_j D^-}(u_j, u_2')\}, \qquad (3)$$

де $u_1' = t_1$, $u_2' = (c, d, r)$.

Квазі-phi-фуннція для складених об’єктів.

Як відомо [17], для двох складених об'єктів $H_i(v_i) = \bigcup_{k=1}^{n_i} H_{ik}(v_i)$ і $H_j(v_j) = \bigcup_{k=1}^{n_j} H_{jm}(v_j)$ квазі-phi-функція $\Phi'^{H_i H_j}(v_i, v_j, u_{ij}')$ може бути виписана в вигляді

$$\begin{aligned}&\Phi'^{H_i H_j}(v_i, v_j, u_{ij}') = \min\{\Phi'^{H_{ik} H_{jm}}(v_i, v_j, u_{ijrm}'),\\ &k = 1,\ldots,n_i, m = 1,\ldots,n_j\}\end{aligned}, \qquad (4)$$

де u_{ij}' - вектор допоміжних змінних $u_{ijrm}', k = 1,\ldots,n_i, m = 1,\ldots,n_j$.

Розглянемо складені об’єкти $H_i(v_i) = H_{i1}(v_{i1}) \bigcup H_{i2}(v_{i2}) = T_i(v_{i1}) \bigcup E_i(v_{i2})$ та $H_j(v_j) = H_{j1}(v_{j1}) \bigcup H_{j2}(v_{j2}) = T_j(v_{j1}) \bigcup E_j(v_{j2})$ Необхідно отримати опис умов неперетинання двох об'єктів $H_i(v_i)$ та $H_j(v_j)$, який побудуємо на основі модифікації квазі-phi-функції [17] для випадку складених об'єктів.

Запишемо умову неперетинання двох об'єктів $H_i(v_i)$ та $H_j(v_j)$ у вигляді функції $\Phi'^{H_iH_j}(v_{i,}v_j,u'_{ij})\geq 0$. На основі (4) функція $\Phi'^{H_iH_j}(v_{i,}v_j,u'_{ij})$ може бути представлені у вигляді:

$$\begin{aligned}&\Phi'^{H_iH_j}(v_{i,}v_j,u'_{ij})=\min\{\{\Phi'^{E_iE_j}(v_{i2,},v_{j2},u'_{ij22}),\\&\Phi'^{E_iT_j}(v_{i2,},v_{j1},u'_{ij21}),\Phi'^{T_iE_j}(v_{i1,},v_{j2},u'_{ij12}),\\&\Phi'^{T_iT_j}(v_{i1,},v_{1j},u'_{ij11})\}.\end{aligned}$$

Розглянемо складений об’єкти $H_i(v_i)=H_{i1}(v_{i1})\bigcup H_{i2}(v_{i2})=T_i(v_{i1})\bigcup E_i(v_{i2})$ та $H_j(v_j)=H_{j1}(v_{j1})=T_j(v_{j1})$.

На основі (4) функція $\Phi'^{H_iH_j}(v_{i,}v_j,u'_{ij})$ у цьому випадку може бути представлені у вигляді:

$$\begin{aligned}&\Phi'^{H_iH_j}(v_{i,}v_j,u'_{ij})=\min\{\Phi'^{E_iT_j}(v_{i2,},v_{j1},u'_{ij21}),\\&\Phi'^{T_iT_j}(v_{i1,},v_{1j},u'_{ij11})\}.\end{aligned}$$

Нехай об’єкт $H_i(v_i)=H_{i1}(v_{i1})\bigcup H_{i2}(v_{i2})=T_i(v_{i1})\bigcup E_i(v_{i2})$ та $H_j(v_j)=H_{j2}(v_{j2})=E_j(v_{j2})$,

тоді

$$\begin{aligned}&\Phi'^{H_iH_j}(v_{i,}v_j,u'_{ij})=\min\{\{\Phi'^{E_iE_j}(v_{i2,},v_{j2},u'_{ij22}),\\&\Phi'^{T_iE_j}(v_{i1,},v_{j2},u'_{ij12})\}.\end{aligned}$$

Висновки та перспективи подальших досліджень. Розширення просторих форм об’єктів в аналітичному описі умов взаємодії об’єктів дозволяє розширити коло практичних задач, що розв’язується. Зокрема, при моделюванні руху людей з’явилася можливість моделювати переміщення людини з вантажем, людини з допоміжними засобами переміщення, тощо.

Література

1. *Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М.* и др. Элементы теории геометрического проектирования: под ред. В.Л. Рвачева. Київ : Наук. думка, 1995. 241 с.
2. *Kravchenko V,.Rvachev V.* R-functions Theory and Its Application for the Solution of Boundary Value Problems in Arbitrary Domains .*Proceedings of the 3td Electromagnetic and Light Scattering. Theory and Applications*, Bremen, Germany, 1998. P.163-167.
3. *Рвачев В.Л., Стоян Ю.Г.* К задаче распознавания непересечения фигур специального вида. *Кибернетика*, 1965. № 6. С. 85-94.

4. *Гиль Н.И., Комяк В.М.* Об одном подходе к построению годографа вектор-функции плотного размещения плоских геометрических объектов, устойчивого к вычислительной погрешности. Харьков: Ин-т пробл. машиностроения АН Украины, 1991. 23 с. (Препринт / АН Украины. Ин-т пробл. машиностроения; 350) .
5. *Stoyan Yu.G.* Ф-function and its basic properties. *Доклады НАН Украины.* Сер. А, 2001. №8. С. 112-117.
6. *Milenkovic V.* Rotational polygon containment and minimum enclosure using only robust 2d construction. *Computational Geometry*, 1999. 13(1). P. 3-19.
7. *Rosin P.L.* A survey and comparison of traditional piecewise circular approximations to the ellipse. *Computer Aided Geometric Design,* 1999. 16. P. 269-286.
8. *Ting J.M., Khwaja M., Meachum L.R., Rowell J.D.* An ellise-based discrete element model for granular material. *Numerical and Analytical Methods in Geromechanics,* 1993. 17(9). P.603-623.
9. *Feng Y., Han K., Owen D.* An Advancing Front Packing of Polygons, Ellises and Spheres. *Discrete Element Methods,* 2002. P. 93-98. doi:10.1061/40647(259)17.
10. *Kallrath J., Rebennack S.* Cutting ellipses from area-minimizing rectangles *Journal of Global Optimization,* 2014. 59 (2-3). P. 405-437.
11. *Kallrath J. , Rebennack S.* Cutting Ellipses from Area-Minimizing Rectangles. *Journal of Global Optimization,* 2013. Vol. 59 (2–3). P. 405-437. doi:10.1007/s10898-013-0125-3.
12. *Панкратов А.В.* Информационная система решения оптимизационной задачи размещения производьных неориентированных *2D* объектов. *Системи обробки інформації*. Харків: ХУПС, 2013.1(108). С.82-86.
13. *Стоян Ю.Г., Панкратов А.В., Романова Т.Е., Чернов Н.И.* Квази-phi-функции для математического моделирования отношений геометрических объектов. *Доповіді. НАН України,* 2014. Т 9. С. 49- 54.
14. *Kotyak Va., Kotyak Vl., Danilin A.* A study of ellipse packing in the high-dimensionality problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies,* 2017. 1/4(85). С. 17-23.
15. *Данилин А. Н., Комяк В.В.,.Комяк В.М, .Панкратов А.В.* Упаковка эллипсов в прямоугольник минимальных размеров. *УСиМ.* К., 2016. №5. С. 5- 9.
16. *Гиль Н.И., Суббота И.А.* Квази-phi-функция для сегментов єллипсов. *Системи обробки інформації*, 2014, 8(124). С. 79-82.
17. *Стоян Ю.Г, Романова Т.Е,, Чернов Н.И., Панкратов А.В.* Полный класс Ф-функций для базових объектов. *Доповіді НАН України*, 2010. № 12. С. 25-30.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ УСЛОВИЙ НЕПЕРЕСЕЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКА ЛЮДЕЙ

О.В.Панкратов, В.М.Комяк, К.Т.Кязимов, А.Н.Данилин

Задачи оптимального размещения являются частью теории исследования операций и вычислительной геометрии. Этот класс относится к задачам геометрического проектирования и имеет широкий круг применений.

Несмотря на наличие различных моделей и методов решения задач геометрического проектирования, они, как и раньше, актуальны в тех областях, формализация которых недостаточна для применения существующих моделей и методов, связанных с необходимостью учета особенностей той или иной предметной области.

Одной из проблем сегодня является организация управляемой эвакуации людей из зданий за необходимое время, рассчитываемое исходя из их объемно-планировочных решений. На сегодня отсутствуют модели индивидуально-поточного движения людей, адекватные реальному потоку. Интерес к модели мотивируется как необходимостью внимания к движению людей с ограниченными мобильными возможностями в потоке смешанного состава в достаточно широкой номенклатуре общественных зданий различных классов функциональной пожарной опасности, так и невозможностью в настоящее время построения адекватных математических моделей на базе аналитического описания отношений между людьми (например, непересечения), которые имеют разные габариты, возраст, функциональные возможности и т.д. Следует отметить, что задача моделирования движения людей в каждый определенный дискретный момент времени представляет собой конфигурацию размещения объектов по заданным ограничениями, основными из которых являются условия их непересечения

Поэтому актуальной проблемой для решения задач размещения является дальнейшее развитие математического аппарата описания условий непересечения объектов произвольной пространственной формы с учетом их непрерывных трансляций и вращений.

В работе модифицированы квази-phi-функции для аналитического описания условий непересечения для прямоугольника и эллипса, для объекта, составленного из прямоугольника и эллипса, с прямоугольником, для объекта, составленного из прямоугольника и эллипса, с эллипсом. Применение квази-phi-функции позволило формализовать отношения объектов (касание, непересечения, пересечения) для более широкого класса пространственных форм.

Математический аппарат взаимодействия геометрических объектов является основой методов моделирования размещения по заданным ограничениями, моделирования движения потока людей.

Ключевые слова: размещение; моделирование движения людей; математический аппарат условий непересечения

ANALYTICAL DESCRIPTION OF THE CONDITIONS OF NON-INTERSECTION OF GEOMETRIC OBJECTS IN THE PROBLEMS OF MODELING THE MOVEMENT OF PEOPLE FLOW

O.V. Pankratov[1], V.M. Komyak[2], K.T. Kyazimov[3], A.N. Danilin[2]
Institute of Mechanical Engineering A.M. Pidgorny, NAS of Ukraine[1]
National university of civil protection of Ukraine[2]
Academy of the Ministry of Emergencies of the Republic of Azerbaijan[3]

Optimal placement problems are part of the theory of operations research and computational geometry. This class relates to geometric design problems and has a wide range of applications.

Despite the presence of various models and methods for solving problems of geometric design, they, as before, are relevant in those areas whose formalization is insufficient for the application of existing models and methods related to the need to take into account the characteristics of a particular subject area.

One of the problems today is the organization of controlled evacuation of people from buildings of the necessary time, which calculated on the basis of their space-planning decisions. At present, there are no models of individual-stream movement of people that are adequate to the real flow. The interest in the model is motivated both by the need to pay attention to the movement of people with limited mobile capabilities in a mixed stream in a fairly wide range of public buildings of various classes of functional fire hazard, and by the impossibility of constructing adequate mathematical models, which based on an analytical description of relationships between people (for example, non-intersections), which have different dimensions, age, functionality, etc. It should be noted that the task of modeling the movement of people in each particular discrete time moment is a configuration of the placement of objects according to given constraints, the main of which are the conditions for their non-intersection.

Therefore, an urgent problem for solving placement problems is the further development of the mathematical apparatus for describing the conditions for the non-intersection of objects of arbitrary spatial shapes, taking into account their continuous translations and rotations.

In the work, quasi-phi functions are modified for the analytical description of non-intersection conditions for a rectangle and an ellipse, for an object *composed of a rectangle and an ellipse, with a rectangle, for an object composed of a rectangle and an ellipse, with an ellipse. The use of a quasi-phi function allowed us to formalize the relations of objects (touch, non-intersection, intersection) for a wider class of spatial forms.*

The mathematical apparatus for the interaction of geometric objects is the basis of methods for modeling placement according to given constraints, modeling the movement of a stream of people.

Keywords: placement; modeling of movement of humans; mathematical apparatus of non-intersection conditions.