УДК 621.391

# РОЗРАХУНОК СЕРЕДНЬОГО ЧАСУ ЗАТРИМКИ ПАКЕТІВ В НАКОПИЧУВАЛЬНОМУ БУФЕРІ СИСТЕМИ ІЗ САМОПОДІБНИМ ТРАФІКОМ

А.Г. ЛОЖКОВСЬКИЙ
*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова*

***Abstract*** *– Calculation of the characteristics of quality of service in a single-channel system in the packet network is often reduced to the determination of the coefficient Hurst of self-similar traffic, after which using the known Norros formula calculated average number of packets in the system. However, this algorithm does not allow for the set value of the Hurst coefficient calculated two very important characteristics of quality of service, such as the average delay time of packets in the storage buffer and the service delay probability of packet. In this paper we propose a method for approximating the distribution function of the states of the system and on its basis, a formula for calculating the service delay probability in a single-channel system with a self-similar traffic.*

***Анотація*** *– Розрахунок характеристик якості обслуговування в одноканальній системі пакетної мережі зв'язку часто зводиться до встановлення коефіцієнта Херста самоподібності трафіка, після чого за відомою формулою Норроса розраховується середня кількість пакетів у системі. Однак такий алгоритм не дозволяє за встановленим значенням коефіцієнта Херста розрахувати іще дві дуже важливі характеристики якості обслуговування, такі, як середній час затримки пакетів в накопичувальному буфері та імовірність очікування обслуговування пакета. В роботі запропоновано метод апроксимації функції розподілу станів системи і на його основі отримано формулу розрахунку ймовірності очікування обслуговування пакета в одноканальній системі із самоподібним трафіком.*

***Аннотация*** *– Расчет характеристик качества обслуживания в одноканальной системе пакетной сети связи часто сводится к нахождению коэффициента Херста самоподобности трафика, после чего по известной формуле Норроса рассчитывается среднее количество пакетов в системе. Однако такой алгоритм не позволяет по установленному значению коэффициента Херста рассчитать еще две очень важные характеристики качества обслуживания, такие, как среднее время задержки пакетов в накопительном буфере и вероятность ожидания облуживания пакета. В работе предложен метод аппроксимации функции распределения состояний системы и на его основе получена формула расчета вероятности ожидания обслуживания пакета в одноканальной системе с самоподобным трафиком.*

## Вступ

Для пакетних мереж зв'язку математична модель самоподібного трафіка є найбільш популярною, але при цьому не існує достовірної та визнаної методики розрахунку параметрів і характеристик якості систем масового обслуговування в умовах обслуговування такого трафіка. Із ростом ступеня самоподібності пакетного трафіка характеристики якості обслуговування в системі суттєво погіршуються у порівнянні з обслуговуванням трафіка аналогічної інтенсивності, але без ефекту самоподібності.

Розрахунок характеристик якості обслуговування (*QoS*) в одноканальній системі з нескінченною чергою при самоподібному трафіку (модель $fBM/D/1/\infty$) часто зводиться до знаходження коефіцієнта Херста самоподібності трафіка, після чого за відомою формулою Норроса розраховується середня кількість пакетів в системі $N$ [1]. Інші характеристики, такі, як середня кількість пакетів в черзі $Q$, середній час перебування пакетів в системі $T$ і середній час затримки пакетів в системі $W$ потім розраховуються виходячи із відомих їх функціональних співвідношень із розрахованим середнім значенням $N$ [2]. Однак такий алгоритм не дозволяє по встановленому значенню коефіцієнта Херста $H$ розрахувати ще і такі характеристики, як імовірність очікування обслуговування пакета $P_w$ та середній час затримки пакетів в накопичувальному буфері $t_q$.

Мета даної роботипо лягає у встановленні апроксимуючої функції розподілу станів одноканальної системи з нескінченною чергою та самоподобнім трафіком і на її основі отримання формул розрахунку імовірності очікування обслуговування пакета та середнього часу затримки пакетів в накопичувальному буфері.

## Основна частина

В математичних моделях теорії телетрафіка враховано вид вхідного потоку, схема системи масового обслуговування (СМО) і дисципліна обслуговування. У даному випадку розглядається вхідний потік із самоподібними властивостями, що описується, наприклад, розподілом Парето або Вейбулла. Дисципліна обслуговування пакетів потоку: без втрат із можливістю очікування в нескінченній черзі; і за правилом *FIFO* (*first in, first out*). Схема СМО – одноканальна.

Оцінка характеристик якості обслуговування в СМО завжди виконується на основі математичного опису реакції системи на вхідний потік пакетів. Під реакцією системи розуміють її стани, котрі із-за випадкової природи потоку пакетів математично описуються імовірнісною функцією розподілу кількості зайнятих серверів та місць очікування $P_i$, де $i$ – кількість пакетів в системі (в серверах і черзі). Ця функція співпадає із функцією розподілу кількості пакетів в системі (обслуговуваних і тих, що чекають в черзі), оскільки кожний пакет займає один сервер при обслуговуванні або одне місце в черзі при очікуванні.

У випадку найпростішої пуассонівської моделі потоку в СМО із втратами або очікуванням (чергою) стани системи описуються одним із відомих розподілів Ерланга (т. зв. *перший або другий розподіл Ерланга* відповідно) [2]. Знаходження функції розподілу станів системи при більш складних моделях потоків – це дуже важка задача, і тому для вищезгаданої моделі потоку аналогічних рішень нема.

В пакетних мережах зв’язку потоки пакетів (трафік) суттєво відрізняються від моделі пуассонівського потоку з експонентною функцією розподілу інтервалу часу між моментами надходження пакетів. Тут потоки пакетів формуються множиною джерел запитів на надавані мережею послуги та мережними додатками, що забезпечують послуги передавання відео, даних, мови та ін. Джерела запитів, що приймають участь в процесі створення потоку пакетів, суттєво відрізняються між собою значеннями питомої інтенсивності навантаження. Інтенсивність навантаження результуючого потоку пакетів в кожний момент часу залежить від того, якими додатками обслуговуються джерела запитів і яке співвідношення їх кількості для різних додатків. На структуру трафіка також впливають і технологічні особливості застосовуваних алгоритмів обслуговування. Наприклад, якщо послуга забезпечується декількома додатками або у використовуваних протоколах застосовується повторне передавання невірно прийнятих пакетів, моменти виникнення запитів на передавання пакетів сильно корельовані. Із-за цього в процесі обслуговування вихідні потоки значно змінюються і в результуючому трафіку з'являються довгострокові залежності в інтенсивності надходження пакетів. При цьому трафік уже не є простою сумою множини незалежних стаціонарних і ординарних потоків, як пуассонівські потоки телефонних мереж зв'язку. В мультисервісних мережах з комутацією пакетів трафік є різнорідним, а потоки різних додатків вимагають забезпечення певного рівня якості обслуговування. В цих умовах передавання потоків всіх додатків забезпечує єдина мультисервісна мережа із спільними протоколами і законами управління, незважаючи на те, що джерела кожного додатка мають різні швидкості передавання інформації або змінюють її в процесі сеансу зв'язку (максимальна і середня швидкості). Із-за цього об'єднаному потоку пакетів властива так звана „пачковість" (*burstiness*) трафіка із випадковою періодичністю та тривалістю піків і спадів навантаження. Для такого пачкового трафіка характерна сильна нерівномірність інтенсивності надходження пакетів. Пакети не плавно розсерджені по різним інтервалам часу, а групуються в «пачки» на одних інтервалах, повністю відсутні або їх дуже мало на інших інтервалах часу [3]. Тому, за такого трафіка у функції розподілу кількості пакетів в одноканальній системі суттєво зростає імовірність $P_0$ повної відсутності пакетів в ній, що і продемонстровано на рис. 1.

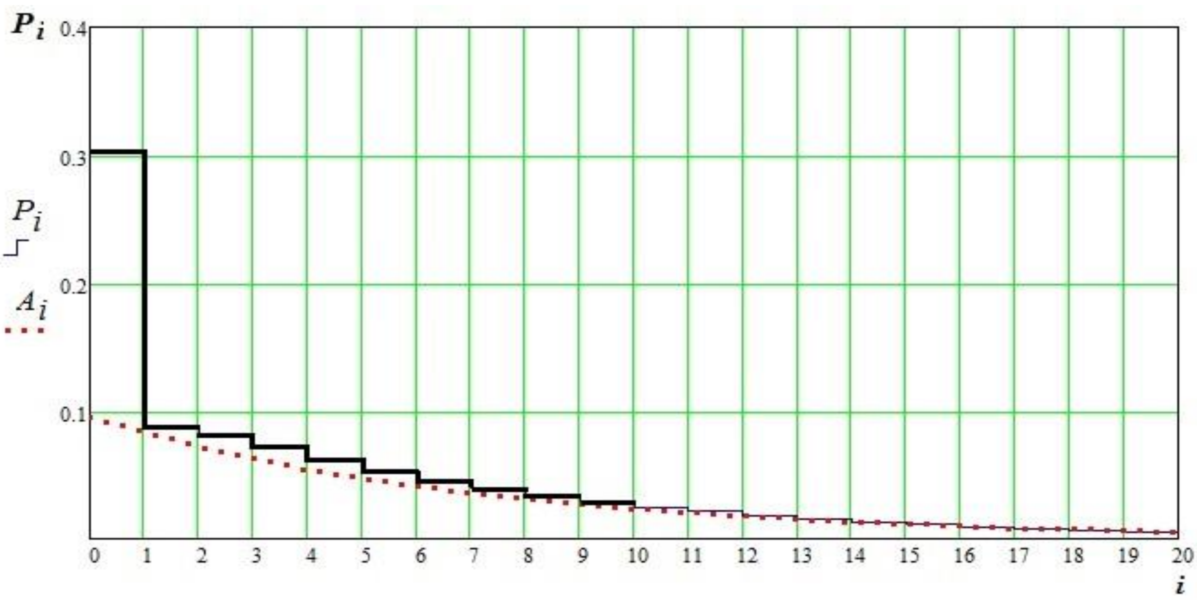


*Рис.* 1. Функція розподілу станів системи $P_i$ та її апроксимація $A_i$

Ефективність обслуговування такого трафіка дуже низька, оскільки в процесі його обробки у періоди спаду навантаження з імовірністю $P_0$ ресурси системи сильно недовикористовуються, а при піках навантаження необхідно збільшувати довжину накопичувального буфера для недопущення втрат пакетів. Проектування ж пропускної здатності системи, як правило, ведеться виходячи із середнього значення інтенсивності трафіка, що не забезпечує одночасно її ефективного використання та заданого рівня *QoS*.

Із рис. 1 видно, що частина функції розподілу кількості заявок в системі $P_i$ без імовірності $P_0$ достатньо якісно узгоджується із апроксимуючою функцією $A_i$, в якості якої запропоновано наступний вираз:

$$A_i = \rho \frac{\rho}{N} \mathbf{exp}\left(-\frac{\rho}{N} i\right), \tag{1}$$

де $\rho$ – завантаженість системи ($0{,}3 < \rho < 1$); $N$ – середня кількість пакетів в системі.

Як видно із (1), апроксимуюча функція $A_i$ являє собою результат помноження завантаженості системи ϱ на відому експонентну функцію з параметром розподілу $\rho / N$ і тому $\int_0^{\infty} A_i \neq 1$, тобто всі імовірності $A_i$ не відображають повну групу подій.

В непуассонівському потоці типу *fBM* імовірність очікування в одноканальній системі згідно з [2, с. 89] визначається як $P_w = \sum_{i=1}^{\infty} P_i^{'} = 1 - P_0^{'}$, де $P_i^{'}$ – імовірність наявності в системі $i$ пакетів тільки *в моменти надходження нових пакетів*. А в функції розподілу $P_i$, представленій на рис. 1, кожне значення $P_i$ *не залежить від моменту надходження пакета в систему* (не залежить від того, *надходить чи не надходить пакет в систему*), і тому імовірність $P_0$ для розрахунку імовірності очікування $P_w$ не підходить.

З точки зору функції розподілу станів системи $P_i^{''}$, яка складається із імовірностей $P_i^{''}$ наявності в системі $i$ пакетів тільки *під час ненадходження нових пакетів,* подія «очікування обслуговування» відбувається тільки тоді, коли в системі є два та більше пакетів, тобто імовірність очікування

$$P_w = 1 - P_0^{''} - P_1^{''}. \tag{2}$$

Функція $A_i$ не є в повній мірі функцією розподілу кількості пакетів в системі, а є лише її частиною, яка починаючи з $A_1$, близька до частини функції $P_i$ без імовірності $P_0$. Функція $A_i$ без $A_0$ наближено описує новий простір подій наявності в системі від одного до нескінченної кількості пакетів. В цьому новому просторі подій можна розрахувати імовірності $P_1^{'''}$, $P_2^{'''}$ і так далі, розглядуючи їх відповідно до класичного визначення імовірності – «імовірність події дорівнює відношенню кількості сприятливих цій події випадків до загальної кількості випадків». Таким чином, наприклад, імовірність $P_1^{'''}$ буде визначена так:

$$P_1^{'''} = \frac{A_1}{\sum_{i=0}^{\infty} A_i}. \qquad (3)$$

Однак, сума всіх імовірностей $A_i$ в знаменнику виразу (3) отримана із простору подій, в якому вилучено подію «повної відсутності пакетів в системі» з імовірністю $P_0$ із розподілу $P_i$, де кожне значення $P_i$ не залежить від того, надходить чи не надходить пакет в систему. Інакше кажучи, нормування імовірності $A_1$ виконується сумою імовірностей $A_i$, тобто імовірностей простору, в якому неможлива подія «відсутність пакетів в системі», від чого пакети в системі «завжди є» (в моменти їх надходження і ненадходження). Тому імовірність $P_0^{''}$ в імовірності $P_1^{'''}$ вже враховано. Якщо пакети в системі «завжди є», то при цьому подія, що полягає в наявності в системі одного пакета (мінімально можлива кількість пакетів за постійної їх наявності), може бути *тільки під час ненадходження нових пакетів*. Тому і імовірність $P_1^{''}$ в імовірності $P_1^{'''}$ також уже враховано. Отже, імовірність $P_1^{'''}$ дорівнює сумі імовірностей $P_0^{''}$ та $P_1^{''}$, тобто

$$P_1^{'''} = P_0^{''} + P_1^{''}. \qquad (4)$$

Таким чином, відповідно до виразів (2), (3) і (4) імовірність очікування обслуговування пакета в одноканальній системі з нескінченною чергою типу *fBM*/*D*/1/∞ визначиться так:

$$P_w = 1 - \frac{A_1}{\sum_{i=0}^{\infty} A_i}. \qquad (5)$$

З урахуванням постійної частини $\rho\frac{\rho}{N}$ апроксимуючої функції (1), яка присутня в чисельнику й знаменнику виразу (5), кінцевий вираз для розрахунку імовірності очікування буде такий:

$$P_w = 1 - \frac{\mathbf{exp}\left(-\frac{\rho}{N}\right)}{\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{exp}\left(-\frac{\rho}{N} i\right)}. \qquad (6)$$

Отже, якщо є можливість задати середню кількість пакетів в системі $N$ (або після визначення коефіцієнта Херста за формулою Норроса [1] розрахувати верхню межу можливого середнього значення $N$), то скориставшись апроксимацією (1) за формулою (5), або відразу за формулою (6), можна розрахувати імовірність очікування обслуговування пакета $P_w$.

Далі через відомі співвідношення [2] розраховуються такі характеристики, як середня кількість пакетів в черзі $Q$, середній час перебування пакетів в системі $T$ і середній час затримки пакетів в системі $W$:

$$Q = N - \rho, \qquad T = \frac{N}{\rho}, \qquad W = T - 1,$$

де $T$ и $W$ дано в умовних одиницях середньої тривалості обслуговування.

І тільки після цього можна розрахувати середній час затримки пакетів в накопичувальному буфері за формулою $t_q = \frac{W}{P_w}$.

## Висновки

Як висновок слід зазначити, що імітаційне моделювання підтвердило коректність даного метода розрахунку характеристик якості обслуговування в системі $fBM/D/1/\infty$ із самоподібним трафіком. При цьому розходження результатів моделювання і розрахунку не перевищує 5% при зміні завантаженості системи в діапазоні $0{,}3 < \rho < 1$ (при $\rho \geq 0{,}6$ похибка менше 2%) і зміні значень коефіцієнта самоподібності Херста в діапазоні $0{,}5 < H < 0{,}9$.

## Список літератури:

1. *Norros I.* A storage model with self-similar input. – Queuing Systems, 1994. – Vol. 16.

2. *Ложковский А.Г.* Теория массового обслуживания в телекоммуникациях. – Одесса, 2012. – 112 с.

3. *Ложковский А.Г.* Модель трафика в мультисервисных сетях с коммутацией пакетов // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2010. – № 1. – С. 63-67.