

УДК 519.876.5; 621.313.33

Лишук В.В., к.т.н., Хвищун М.В., к.ф.-м.н., Євсюк М.М., к.т.н.

Луцький національний технічний університет

МОДЕЛІ ВИКОНАВЧИХ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ У СИСТЕМАХ АВТОМАТИКИ

Розглядаються математичні моделі виконавчих асинхронних двигунів. Диференціальні рівняння електротехнічних пристроїв записані в нормальній формі Коші, що дуже зручно під час інтегрування диференціальних рівнянь явними методами. Показано, що такі моделі є найбільш ефективними для аналізу перехідних процесів у таких двигунах. Просимульовано основні електромеханічні залежності, що характеризують процес роботи двигунів при пуску. Електромеханічні перехідні процеси часто виникають на виробництві в системах керування і автоматики, тому їх аналіз є невід'ємною частиною під час експлуатації та проектування електротехнічних пристроїв.

Ключові слова: математична модель, виконавчий асинхронний двигун, диференціальні рівняння.

Рассматриваются математические модели исполнительных асинхронных двигателей. Дифференциальные уравнения двигателя записаны в нормальной форме Коши, что позволяет интегрировать дифференциальные уравнения явными числовыми методами. Показано, что такие модели есть наиболее эффективными при анализе переходных процессов в таких двигателях. Просимулировано основные электромеханические зависимости, что характеризуют процесс работы двигателей при их пуске.

Ключевые слова: математическая модель, дифференциальные уравнения, исполнительный асинхронный двигатель.

In the paper deals with a problem mathematical model of executive asynchronous motor. Differential equations of electrical engineering devices are written in the normal Cauchy's form that is very useful when integrating them by explicit methods. Some transient process is computed.

Keywords: mathematical model, differential equations, executive asynchronous motor.

Постановка проблеми. Одне із чільних місць у технічному поступі належить системам керування та вимірювання. Розроблення математичних методів аналізу і синтезу таких систем немислиме без створення сучасних математичних моделей їхніх окремих пристроїв, і в першу чергу електромеханічних, які відтворюють механічний рух у просторі, поступовий, обертовий, коливний тощо. Якість системи управління безпосередньо залежить від точності відтворення тих чи інших команд електромеханічного пристрою.

Виклад основного матеріалу дослідження. Асинхронні виконавчі двигуни належать до керованих і служать для перетворення підведеного до них електричного сигналу в механічне обертання вала. До виконавчих моторів, крім загальних вимог, що ставляться до всіх електричних машин, ставляться і спеціальні вимоги, головні з яких є керованість, лінійність механічних й регульовальних характеристик, висока швидкодія, безшумність роботи, мала потужність управління, відсутність радіозавад тощо. Указані специфічні вимоги є визначальними для роботи двигуна в системах автоматики.

Виконавчий асинхронний двигун в системах автоматики може працювати як у трифазному режимі, так і в режимі живлення від двох незалежних джерел – збудження й керування. Принципова схема двигуна в трифазному режимі, який є складнішим зображена на рис. 1.

Вхідні напруги обмотки статора мають вигляд

$$u_{sA} = U_m \sin(\omega_0 t + \psi); u_{sB} = U_m \sin(\omega_0 t + \psi - 120^\circ); u_{sC} = U_m \sin(\omega_0 t + \psi + 120^\circ); \quad (1)$$

де U_m – амплітуда трифазної напруги; ω_0 – кутова частота; ψ – початкова фаза напруги.

Вхідні напруги статора є електричними сигналами системи управління на виконавчий мотор, як її елемент.

Матричне рівняння обмоток статора у фазних координатах запишемо у вигляді [1]

$$\frac{d\Psi_s}{dt} = u_s - R_s i_s - V_{0s}, \quad (2)$$

де Ψ_s , u_s , i_s – колонки повних потокозчеплень, напруг і струмів фаз статора $\Psi_s = (\Psi_{sA}, \Psi_{sB}, \Psi_{sC})_t$,

$u_s = (u_{sA}, u_{sB}, u_{sC})_t$, $i_s = (i_{sA}, i_{sB}, i_{sC})_t$, R_s – матриця опорів

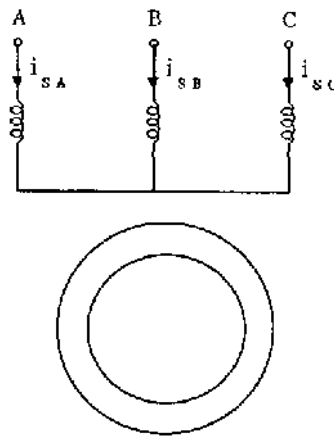


Рис. 1. Принципова схема виконавчого асинхронного мотора при роботі від трифазної мережі.

$$R_s = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2r_{SA} + r_{SA} & r_{SC} - r_{SB} \\ r_{SC} - r_{SA} & 2r_{SB} + r_{SC} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

V_{0s} – колонка напруг між нейтраллю обмотки статора виконавчого мотора і нейтраллю зовнішнього кола

$$V_{0s} = -\frac{1}{3} \left((R_{SA} - R_{SC}) I_{SA} + (R_{SB} - R_{SC}) I_{SB} \right). \quad (4)$$

У випадку симетрії права частина рівняння (4) вироджується в нуль, а матриця (3) – у скаляр. Повні потокозчеплення фаз статора подано у вигляді сум

$$\Psi_{sj} = L_s i_{sj} + w \Phi_j; \quad j = A, B, C. \quad (5)$$

де Φ_A, Φ_B, Φ_C – основні магнітні потоки фаз; L_s – індуктивність дисипації обмотки статора; w – кількість витків обмотки статора. Розв’язуючи (1) стосовно струмів фаз, одержимо

$$i_{sj} = \alpha_s (\Psi_{sj} - w \Phi_j); \quad j = A, B, C. \quad (6)$$

де α_s – обернена індуктивність дисипації обмотки статора $\alpha_s = 1/L_s$.

Невідомі магнітні потоки Φ_A, Φ_B, Φ_C отримуємо з проекції просторового вектора сумарного основного потокозчеплення на геометричні осі відповідних фаз

$$\Phi_A = c \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_r(R, \alpha) \cos(\alpha + \gamma) d\alpha; \quad \Phi_B = c \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_r(R, \alpha) \cos(\alpha + \gamma - 120^\circ) d\alpha; \quad \Phi_C = c \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_r(R, \alpha) \cos(\alpha + \gamma + 120^\circ) d\alpha; \quad (7)$$

де c – постійний коефіцієнт; $\gamma = \int \omega dt$ – кут повороту ротора (при умові, що $\omega = \text{var}$).

Радіальну складову вектора магнітної індукції на поверхні масиву $B_r(R, \alpha)$ знаходимо за значенням векторного потенціала електромагнетного поля в поперечному перерізі ротора

$$c = \frac{4lR}{\pi \rho_0}, \quad (8)$$

причому, l – довжина статора; R – радіус тіла ротора.

Кут повороту ротора γ знаходимо з диференціальних рівнянь механічного руху ротора.

На практиці у більшості випадків відсутній нульовий провідник обмотки статора. Це уможливило спрощення рівняння статора за рахунок виключення з розгляду рівнянь однієї фази, а саме – фази C . Струм цієї фази обчислюємо за першим законом Кірхгофа

$$i_{SC} = -i_{SA} - i_{SB}. \quad (9)$$

Що ж стосується третього рівняння у системі, то воно може бути опущене як у випадку

наявності, так і у випадку відсутності нульового провідника, бо в обох випадках задовільняється закон Кірхгофа для магнетних потоків.

$$\Phi_C = -\Phi_A - \Phi_B. \quad (10)$$

За розглянутих умов диференціальні рівняння електромагнетного стану статора обмежуються двома рівняннями (9), (10).

У подальшому будемо орієнтуватися на випадок відсутності нульового провідника в обмотці статора, як такий, що має переважне практичне застосування.

Система диференціальних рівнянь електромагнетного стану (2) є неповною, оскільки обчислення струмів, згідно з (6), потребує обчислення основних магнетних потоків, а ті – у свою чергу потребують обчислення радіального компонента магнетної індукції $B_r(R, \alpha)$ у повітряному проміжку розточка статора. Для того необхідно скористатися диференціальними рівняннями ротора, які будуть розглянуті нижче.

У тілі масивного ротора виконавчого асинхронного двигуна у перехідних і стаціонарних процесах протікають значні вихрові струми, які виконують безпосередньо робочі функції. Тому вони повинні бути враховані з високою точністю. Детальний аналіз проблеми показав, що ця задача може бути розв'язана успішно лише методами теорії квазістаціонарного електромагнетного поля.

Використаємо для цієї мети диференціальні рівняння вектор-потенціала у рухомому феромагнетному середовищі, записані у циліндричній системі координат [1]

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \left(v_\alpha \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} + \left(\frac{v_\alpha}{r} + \frac{\partial v_\alpha}{\partial r} \right) \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \alpha} \frac{\partial A}{\partial \alpha} \right) - \omega \frac{\partial A}{\partial \alpha}, \quad (11)$$

де A – аксіальний компонент вектор-потенціала; ω – кутова швидкість обертання ротора; γ – електропровідність; v – релактивність середовища; r, α – просторові координати.

Рівняння (11) у циліндричній системі координат набуває вигляду

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \alpha}; \quad B_\alpha = -\frac{\partial A}{\partial r}, \quad (12)$$

де B_r, B_α – радіальний та кутовий компоненти вектора магнетної індукції.

Релактивність середовища визначаємо за середньою характеристикою намагнічування феромагнетика $H = H(B)$, де H, B – модулі векторів напруженості та індукції магнетного поля, як

$$v = \frac{H(B)}{B} = v(B), \quad B = \sqrt{B_r^2 + B_\alpha^2}. \quad (13)$$

Область інтегрування (7) обмежена простором $R_1 \leq r \leq R, -\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$, R – зовнішній радіус тіла ротора, R_1 – внутрішній радіус тіла ротора. На розглянутих границях необхідно визначити крайові умови.

3 рівнянь механічного руху одержуємо основну інформацію, яку потребує від виконавчого двигуна система управління – це кут повороту ротора і кутова швидкість обертання. Обидві величини знаходимо, розглядаючи систему ротора як абсолютно жорстку

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} (M_E - M(\omega)); \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega, \quad (14)$$

де ω – кутова швидкість обертання ротора; M_E – електромагнетний момент; J – сумарний момент інерції; p_0 – число пар магнетних полюсів.

Гальмівний електромагнетний момент $M(\omega)$ є вхідним механічним сигналом системи управління на виконавчий двигун. Ця функція вважається заданою. Її одержуємо з рівнянь механічної підсистеми системи управління і об'єкта управління, але часто-густо на практиці є можливість подати гальмівний момент функцією кутової швидкості у вигляді полінома

$$M(\omega) = a_0 + a_1 \omega + a_2 \omega^3 + a_3 \omega^5, \quad (15)$$

де a_0, a_1, a_2, a_3 – коефіцієнти апроксимації. Їх можна обчислити за методом вибраних точок або методом найменших квадратів.

Електромагнетний момент обчислюємо за виразом [1]

$$M_E = \sqrt{3} p_0 (\Psi_{\Sigma A} i_{\Sigma B} - \Psi_{\Sigma B} i_{\Sigma A}). \quad (16)$$

ПЕРСПЕКТИВНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА ПРИЛАДИ

Рівняння (2), (6), (14) утворюють повну систему рівнянь електромеханічного стану виконавчого асинхронного двигуна з феромагнітним масивним ротором і трифазним статором.

Результати числового моделювання

Як приклад реалізації моделі проаналізуємо режим пуску виконавчого асинхронного двигуна. Інтегрування диференціальних рівнянь електромеханічного стану системи здійснено явним методом Ейлера.

На рис. 2, 3 показано кутову швидкість обертання валу ротора мотора як функції часу.

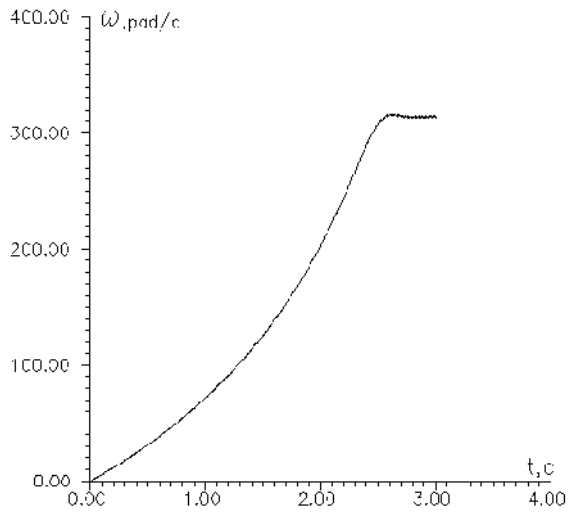


Рис. 2. Залежність кутової швидкості обертання в стані пуску без навантаження.

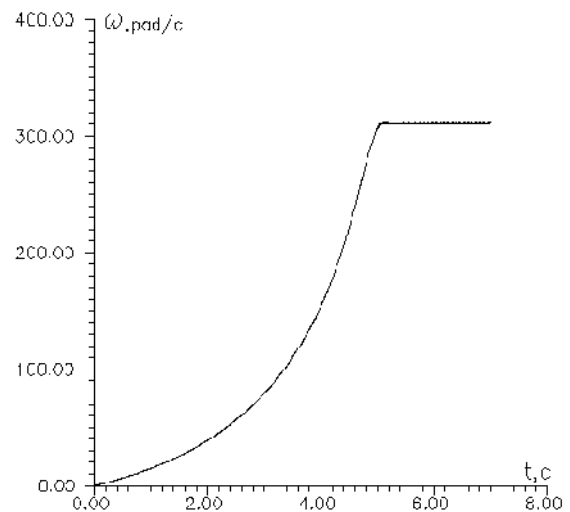


Рис. 3. Залежність кутової швидкості обертання в стані пуску з номінальним навантаженням.

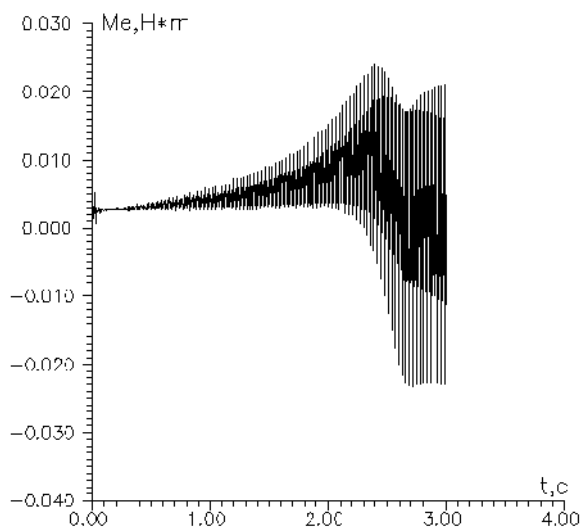


Рис. 4. Залежність електромагнітного моменту на валу в стані пуску без навантаження.

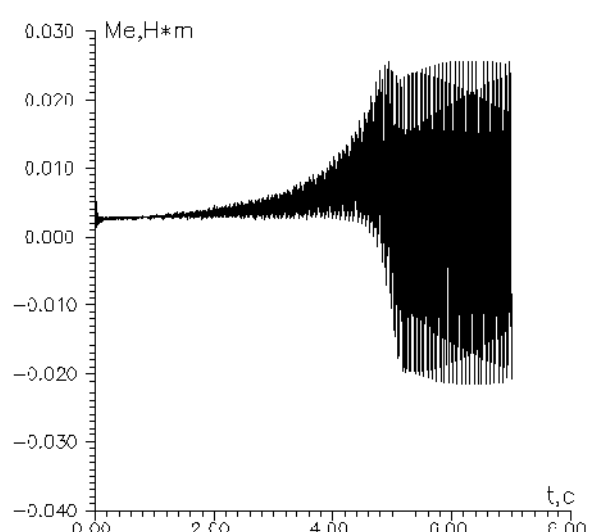


Рис. 5. Залежність електромагнітного моменту на валу в стані пуску з номінальним навантаженням.

Висновки. Практичні задачі розрахунку та аналізу перехідних процесів у асинхронних двигунах доцільно проводити тільки методами математичного моделювання, що дасть змогу правильно проектувати електротехнічні пристрої та електромеханічні системи. Як показали результати експерименту розрахунок максимально наближається до реальних процесів. Зважаючи на відносну простоту математичної моделі вона максимально орієнтована на застосування в прикладних програмах персональних комп'ютерів із врахуванням реальної складності промислових електротехнічних пристроїв.

1. Чабан В. Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів /В. Й.Чабан. – Львів: В-во Держуніверситету „Львівська політехніка”, 1997. – 342 с.

2. Чабан В.Й. Математична модель вузла живлення асинхронних машин. Монографія /В.Й. Чабан, В.В. Лишук. – Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2011. – 116 с.