

УДК 621.865.8

Михайлишин Р.І. аспірант, Савків В.Б. к.т.н.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПЛАНУВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ МАНІПУЛЯТОРІВ

У статті узагальнено методи планування траєкторії маніпуляторів, наведено їх класифікацію, проаналізовано переваги і недоліки різних методів. Розглянуто найпростіший випадок планування траєкторії руху від початкової до кінцевої точки, коли задаються різні початкові і кінцеві умови (швидкість, прискорення, ривок, час переміщення). Суттєву увагу приділено поширеному у виробничій практиці методу генерації траєкторії, в якому опираються на плануванні лінійних профілів швидкості і параболічні вигини положення траєкторії. Для трапецієподібного профілю швидкості маніпулятора, проаналізовано актуальну проблему виникнення вібрацій, зокрема наведено приклад стрибків потужності двигуна, що викликають ці вібрації. Для уникнення такої проблеми запропоновано використати профіль з безперервним прискоренням. Також наведено приклади методів планування руху, що дозволяє обрати найбільш раціональний метод планування траєкторії.

**Ключові слова:** маніпулятор, траєкторія, кінцева ланка, декартовий простір, приєднаний простір.

**Постановка проблеми.** За своєю сутністю планувальник траєкторій можна розглядати як «чорний ящик» (рис.1). На вхід планувальника траєкторій подають змінні, що характеризують накладені на траєкторію руху обмеження. Виходом планувальника траєкторій є задана у часі послідовність проміжних точок, через які маніпулятор повинен пройти на шляху з початкової до кінцевої точки траєкторії, а також визначені (у декартових чи приєднаних координатах) в цих точках орієнтація, швидкість та прискорення маніпулятора. Проблема полягає в узагальненні уже розроблених математичних методів для вибору й опису бажаного руху маніпулятора між початковою та кінцевою точками траєкторії.

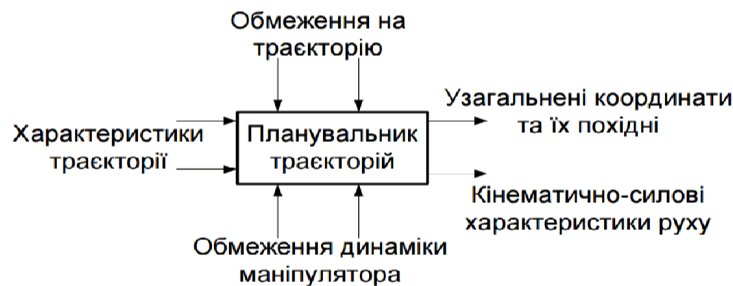


Рис. 1. Блок-схема планування траєкторій руху маніпуляторів

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Планування траєкторій руху маніпуляторів (промислових, будівельних роботів) розглянуто у роботах [1-3]. Планування траєкторій маніпулятора зводиться до апроксимації або інтерполяції обраної траєкторії поліномами та вибору послідовності опорних точок, в яких проводиться корекція параметрів руху маніпулятора на шляху від початкової до кінцевої точки траєкторії.

Планування траєкторій в декартових координатах [4] складається з двох послідовних кроків:

- 1) формування послідовності вузлових точок в декартовому просторі, розташованих уздовж запланованої траєкторії захоплювача;
- 2) вибір деякого класу функцій, що описують (апроксимують) ділянки траєкторії між вузловими точками відповідно до обраних критеріїв.

Існують два основні підходи до планування траєкторій в декартовому просторі [5].

У першому з них більшість обчислень, оптимізація траєкторії і подальше регулювання руху здійснюються в декартових координатах. Вузлові точки на заданій траєкторії в декартовому просторі вибираються через фіксовані інтервали часу. Обчислення значень приєднаних координат в цих точках проводиться в процесі управління рухом маніпулятора.

Другий підхід полягає в апроксимації ділянок траєкторії в декартовому просторі траєкторіями в просторі приєднаних змінних, отриманими в результаті інтерполяції траєкторії

між сусідніми ділянками поліномами низького ступеня. Регулювання руху в цьому підході виробляється на рівні приєднаних змінних.

В роботі [6] описано технологію виготовлення композитних матеріалів із застосуванням маніпуляторів, які повинні забезпечувати при цьому певні параметри руху від початкової до кінцевої точок траєкторії.

**Постановка завдання.** Ефективність використання промислових роботів залежить від якості планування руху, тому необхідно узагальнити методи планування траєкторії маніпуляторів. Планування руху є одною з головних проблем у робототехніці.

**Одержанні результати.** Остаточний результат планування руху - це траєкторія яка визначає вхідні дані для системи керування в режимі реального часу.

Для траєкторії в декартовому просторі опис завдання подається в натуральній формі, можуть бути встановлені обмеження, вимагається кінематична інверсія.

Для траєкторії в приєднаному просторі виникають проблеми, пов'язані з кінематичними особливостями та надлишковістю ступенів свободи, не вимагається кінематична інверсія. Під час планування траєкторії в приєднаному просторі ми не зацікавлені в результаті руху кінцевої ланки.

Оператор при призначенні команди руху визначає обмежене число параметрів в якості вхідних даних:

- вибирає простір (приєднаний або декартовий),
- вибирає для траєкторії: кінцеві точки, можливі проміжні точки, геометрія траєкторії (сегмент, кругова дуга, і т.д.),
- вибирає для закону руху: загальний час руху, максимальні швидкості та / або прискорення, швидкість та / або прискорення в деяких точках.

Грунтуючись на цій інформації планувальник траєкторії генерує послідовність точок у відповідному просторі (приєднаному або декартовому) через фіксовані проміжки часу (наприклад, 12 мс). У разі траєкторії в декартовому просторі ці точки додатково перетворюються в точки приєданого простору через кінематичну інверсію.

Ці значення можуть бути інтерпольовані для того, щоб відповідати розмірності програмованого контролера (наприклад 1 мс або 500 мкс).

Для відбору траєкторій можуть бути задані деякі критерії:

- обчислювальна продуктивність і об'єм пам'яті;
- безперервність позиціонування, швидкості (можливо прискорень і ривків);
- мінімізація небажаних ефектів (коливань, нерегулярна кривизна);
- точність (без перерегулювання в кінцевій позиції).

Коли ми плануємо траєкторію в приєднаному просторі потрібно створити функцію  $q(t)$ , яка інтерполює значення приєднаних змінних в початкових і кінцевих точках.

Представляють інтерес такі дві ситуації:

- рух від точки до точки (вказують кінцеві точки);
- інтерполяція (вказують ряд проміжних точок).

При плануванні в приєднаному просторі визначення шляху в геометричному просторі не є проблемою, так як ми не зацікавлені у координації руху шарнірів (крім цього всі шарніри мають завершити свій рух в одночасно).

Найпростіший випадок планування траєкторії руху від початкової до кінцевої точки, коли задано деякі початкові і кінцеві умови (швидкість, прискорення, ривок, час переміщення).

Найчастіше для апроксимації траєкторії використовують поліноміальну функцію. Функцію нижченаведеного виду можна вважати поліноміальною:

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n \quad (1)$$

Чим вища ступінь  $n$  многочлена, тим більше число граничних умов можна задовольнити з метою забезпечення більш гладкої траєкторії.

Припустимо, що призначаються наступні граничні умови:

- Початковий і кінцевий моменти часу  $t_i$  і  $t_f$
- Початкове положення і швидкість  $q_i$  і  $\dot{q}_i$
- Кінцеве положення і швидкість  $q_f$  і  $\dot{q}_f$

Матимемо чотири граничних умови. Для того, щоб забезпечити їх, нам потрібен многочлен порядку принаймні рівному трьом (кубічний поліном):

$$q(t) = a_0 + a_1(t-t_i) + a_2(t-t_i)^2 + a_3(t-t_i)^3 \quad (2)$$

Якщо накласти граничні умови:

$$\begin{aligned} q(t_i) &= q_i \\ \dot{q}(t_i) &= \dot{q}_i \\ q(t_f) &= q_f \\ \dot{q}(t_f) &= \dot{q}_f \end{aligned} \quad (3)$$

ми отримаємо

$$\begin{aligned} a_0 &= q_i \\ a_1 &= \dot{q}_i \\ a_2 &= \frac{-3(q_i - q_f) - (2\dot{q}_i + \dot{q}_f)T}{T^2} \\ a_3 &= \frac{2(q_i - q_f) + (\dot{q}_i + \dot{q}_f)T}{T^3} \end{aligned} \quad (4)$$

де  $T = t_f - t_i$ .

Приклад кубічного полінома (рис. 2):

$$t_i = 0, t_f = 1 \text{ с}, q_i = 10^\circ, q_f = 30^\circ, \dot{q}_i = \dot{q}_f = 0 \frac{\text{град}}{\text{с}}.$$

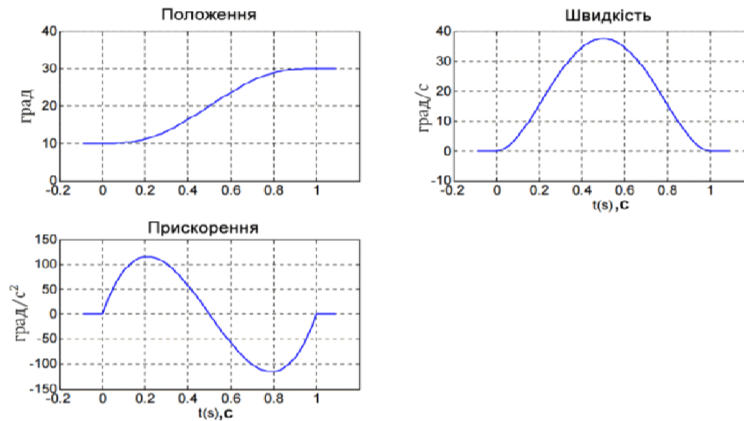


Рис. 2. Приклад кубічного полінома

Для того, щоб призначити умови для прискорень, ми повинні розглянути многочлени п'ятого ступеня:

$$q(t) = a_0 + a_1(t-t_i) + a_2(t-t_i)^2 + a_3(t-t_i)^3 + a_4(t-t_i)^4 + a_5(t-t_i)^5 \quad (5)$$

Накладення граничних умов:

$$\begin{aligned} q(t_i) &= q_i & q(t_f) &= q_f \\ \dot{q}(t_i) &= \dot{q}_i & \dot{q}(t_f) &= \dot{q}_f \\ \ddot{q}(t_i) &= \ddot{q}_i & \ddot{q}(t_f) &= \ddot{q}_f \end{aligned} \quad (6)$$

ми отримаємо

$$\begin{aligned} a_0 &= q_i \\ a_1 &= \dot{q}_i \\ a_2 &= \frac{1}{2} \ddot{q}_i \\ a_3 &= \frac{20(q_f - q_i) - (8\dot{q}_f + 12\dot{q}_i)T - (3\ddot{q}_f - \ddot{q}_i)T^2}{2T^3} \\ a_4 &= \frac{30(q_i - q_f) + (14\dot{q}_f + 16\dot{q}_i)T + (3\ddot{q}_f - 2\ddot{q}_i)T^2}{2T^4} \\ a_5 &= \frac{12(q_f - q_i) - 6(\dot{q}_f + \dot{q}_i)T - (\ddot{q}_f - \ddot{q}_i)T^2}{2T^5} \end{aligned} \quad (7)$$

Приклад полінома п'ятого ступеня (рис. 3):

$$t_i = 0, t_f = 1 \text{ с}, q_i = 10^\circ, q_f = 30^\circ, \dot{q}_i = \dot{q}_f = 0 \text{ град/с}, \ddot{q}_i = \ddot{q}_f = 0 \text{ град/с}^2.$$

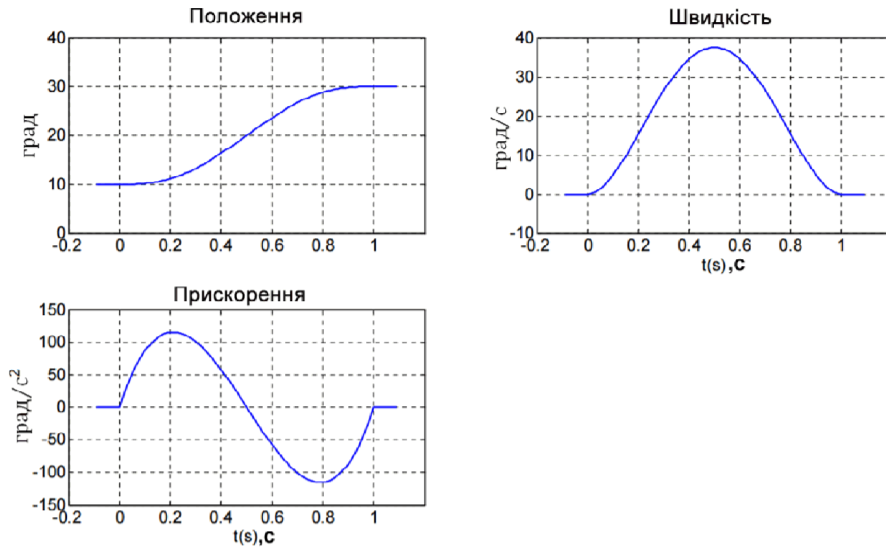


Рис. 3. Приклад полінома п'ятого ступеня

Гармонійна траєкторія узагальнює рівняння гармонійного руху, тут прискорення пропорційне координаті з протилежним знаком. Гармонійна траєкторія має безперервні похідні всіх порядків у всіх внутрішніх точках траєкторії.

Рівняння такого руху:

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{q_f - q_i}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi(t-t_i)}{t_f - t_i} \right) \right) + q_i \\ \dot{q}(t) &= \frac{\pi(q_f - q_i)}{2(t_f - t_i)} \sin \left( \frac{\pi(t-t_i)}{t_f - t_i} \right) & q(t_i) = q_i, q(t_f) = q_f \\ & & \dot{q}(t_i) = 0, \dot{q}(t_f) = 0 \\ \ddot{q}(t) &= \frac{\pi^2(q_f - q_i)}{2(t_f - t_i)^2} \cos \left( \frac{\pi(t-t_i)}{t_f - t_i} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Приклад гармонійної траєкторії (рис. 4):

$$t_i = 0, t_f = 1 \text{ с}, q_i = 10^\circ, q_f = 30^\circ.$$

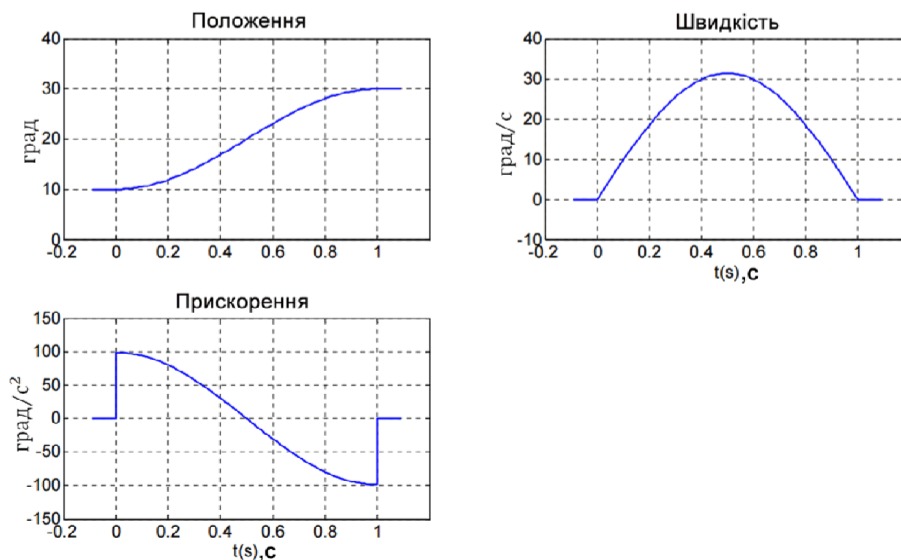


Рис. 4. Приклад гармонійної траєкторії

Гармонійна траєкторія має розриви у прискоренні в початкових і кінцевих моментах, і

невизначені (або нескінченні) значення ривка. Альтернативою є циклоїдна траєкторія, яка має безперервне прискорення.

Рівняння руху циклоїдальної траєкторії:

$$q(t) = (q_f - q_i) \left( \frac{t - t_i}{t_f - t_i} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi(t - t_i)}{t_f - t_i} \right) \right) + q_i \quad q(t_i) = q_i, q(t_f) = q_f$$

$$\dot{q}(t) = \frac{q_f - q_i}{t_f - t_i} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi(t - t_i)}{t_f - t_i} \right) \right) \quad \dot{q}(t_i) = 0, \dot{q}(t_f) = 0$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{2\pi(q_f - q_i)}{(t_f - t_i)^2} \sin \left( \frac{2\pi(t - t_i)}{t_f - t_i} \right) \quad \ddot{q}(t_i) = 0, \ddot{q}(t_f) = 0$$
(9)

Приклад циклоїдальної траєкторії (рис. 5):

$$t_i = 0, t_f = 1 \text{ с}, q_i = 10^\circ, q_f = 30^\circ$$

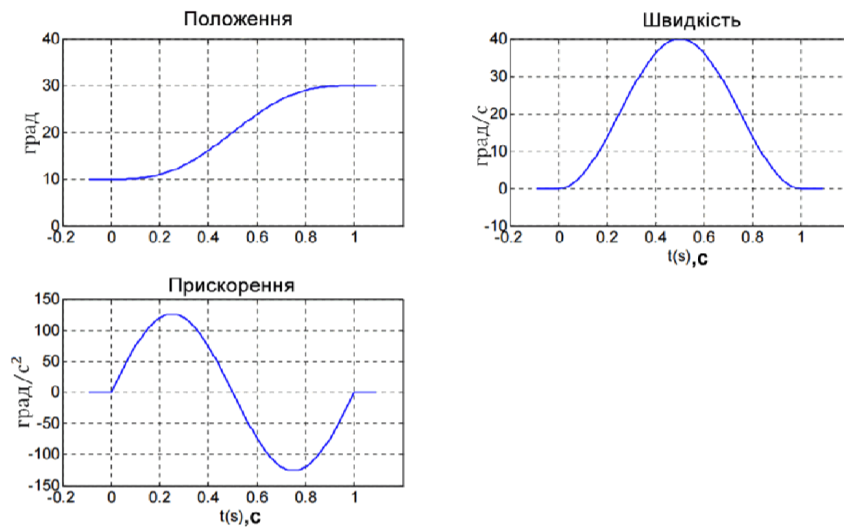


Рис. 5. Приклад циклоїдальної траєкторії

Досить поширено у виробничій практиці генерування траєкторії використовувати метод, в якому опираються на планування лінійних профілів швидкості і параболічні вигини положення траєкторії. Отриманий швидкісний профіль має типову трапецієподібну форму (рис.6).

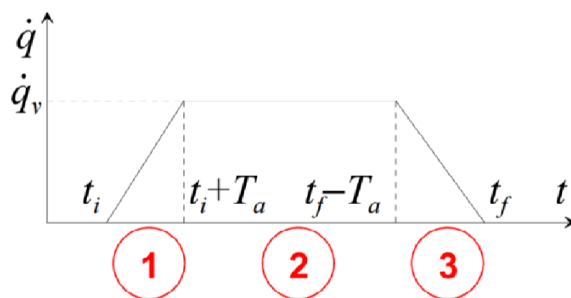


Рис. 6. Швидкісний профіль трапецієподібної форми

Траєкторія складається з трьох частин:

- 1) постійне прискорення, лінійна швидкість, параболічна траєкторія;
- 2) нульове прискорення, постійна швидкість, лінійна траєкторія;
- 3) постійне уповільнення, лінійна швидкість, параболічна траєкторія.

Часто тривалість  $T_a$  фази прискорення (етап 1) встановлюється рівним тривалості фази уповільнення (фаза 3): Таким чином траєкторія виходить симетричною щодо центрального моменту часу. Як правило тривалість фази становить:

$$T_a \leq (t_f - t_i) / 2. \quad (10)$$

Рівняння трапецієподібного швидкісного профілю (рис.7):

1. Етап

$$t_i \leq t \leq t_i + T_a$$

$$\begin{cases} \ddot{q}(t) = \frac{\dot{q}_v}{T_a} = const \\ \dot{q}(t) = \frac{\dot{q}_v}{T_a}(t - t_i) \\ q(t) = q_i + \frac{\dot{q}_v}{2T_a}(t - t_i)^2 \end{cases} \quad (11)$$

2. Етап

$$t_i + T_a \leq t \leq t_f - T_a$$

$$\begin{cases} \ddot{q}(t) = 0 \\ \dot{q}(t) = \dot{q}_v \\ q(t) = q_i + \dot{q}_v \left( t - t_i - \frac{T_a}{2} \right) \end{cases} \quad (12)$$

3. Етап

$$t_f - T_a \leq t \leq t_f$$

$$\begin{cases} \ddot{q}(t) = -\frac{\dot{q}_v}{T_a} \\ \dot{q}(t) = \frac{\dot{q}_v}{T_a}(t_f - t) \\ q(t) = q_f - \frac{\dot{q}_v}{2T_a}(t_f - t)^2 \end{cases} \quad (13)$$

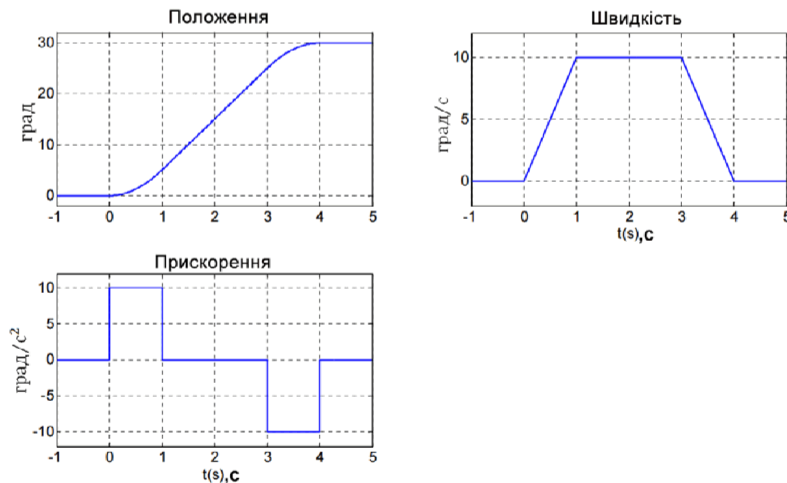


Рис. 7. Приклад трапецієподібного швидкісного профілю

$$(t_i = 0, t_f = 4 \text{ с}, q_i = 0^\circ, q_f = 30^\circ \dot{q}_i = 10 \text{ град/с})$$

Наведемо приклад можливих специфікацій трапецієподібного швидкісного профілю. Задана відстань, яку необхідно пройти  $h = q_f - q_i$  та час проходження шляху  $T = t_f - t_i$ , причому  $q_a = q(t_i + T_a)$ .

Якщо заданий час розгону, де  $q_a = q(t_i + T_a)$ :

$$0 < T_a < \frac{T}{2} \Rightarrow \begin{cases} \dot{q}_v = \frac{h}{T - T_a} \\ \ddot{q}_a = \frac{\dot{q}_v}{T_a} \end{cases} \quad (14)$$

Якщо задана швидкість:

$$\frac{|h|}{T} < |\dot{q}_v| < \frac{2|h|}{T} \Rightarrow \begin{cases} T_a = \frac{T\dot{q}_v - h}{\dot{q}_v} \\ \ddot{q}_a = \frac{\dot{q}_v}{T_a} \end{cases} \quad (15)$$

Якщо задане прискорення:

$$|\ddot{q}_a| \geq \frac{4|h|}{T^2} \Rightarrow \begin{cases} T_a = \frac{\ddot{q}_a T - \sqrt{\ddot{q}_a^2 T^2 - 4\ddot{q}_a h}}{2\ddot{q}_a} \\ \dot{q}_v = \ddot{q}_a \cdot T_a \end{cases} \quad (16)$$

Використовуючи програмний пакет ABB RobotStudio 6.0 [7] для програмування і симуляції промислових роботів, продемонструємо попередній приклад на моделі робота IRB 1200 рис. 8.

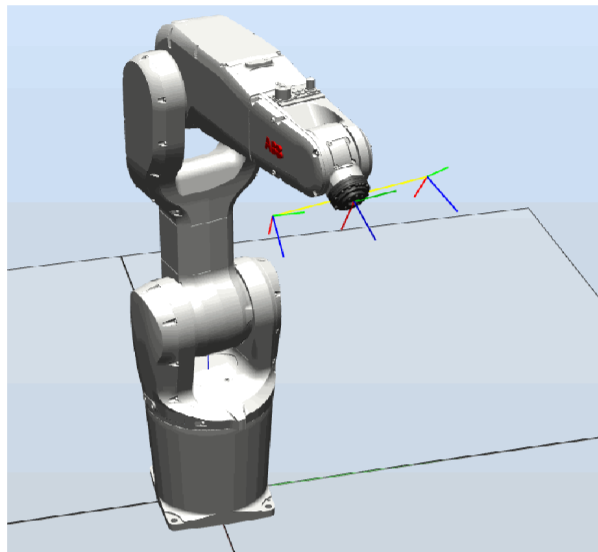


Рис. 8. Візуалізація маніпулятора IRB 1200 в програмному середовищі ABB RobotStudio 6.0

У траєкторії з трапецієподібним швидкісним профілем прискорення є переривчастим. Як наслідок ривок (похідна прискорення) приймає нескінченні значення рис.9.

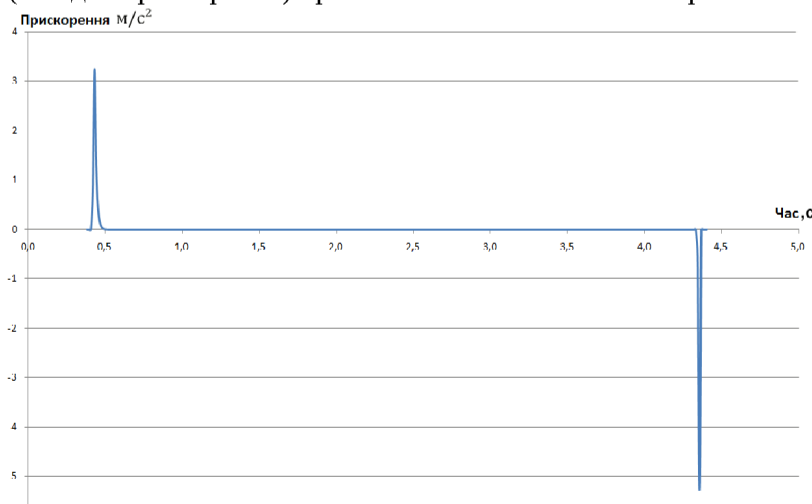


Рис. 9. Графік прискорення маніпулятора

Це може призвести до небажаних явищ, викликаючи можливі вібрації. Однією з причин вібрацій можуть бути стрибки потужності двигунів маніпулятора рис.10 через те, що прискорення на стадіях розгону і уповільнення приймають максимальні значення (в нашому випадку 3,2 і 5,3  $m/c^2$ ).

Для того, щоб уникнути такої проблеми, планування траєкторії можна змінити додаючи, наприклад, профіль з безперервним прискоренням. В програмному середовищі RobotStudio для цього використовується функція PathAccLim (PathAccLim TRUE\AccMax:=0.3, TRUE \

DecelMax := 0.3). В результаті отримаємо трапецієподібний профіль в фазах прискорення і уповільнення рис.11.

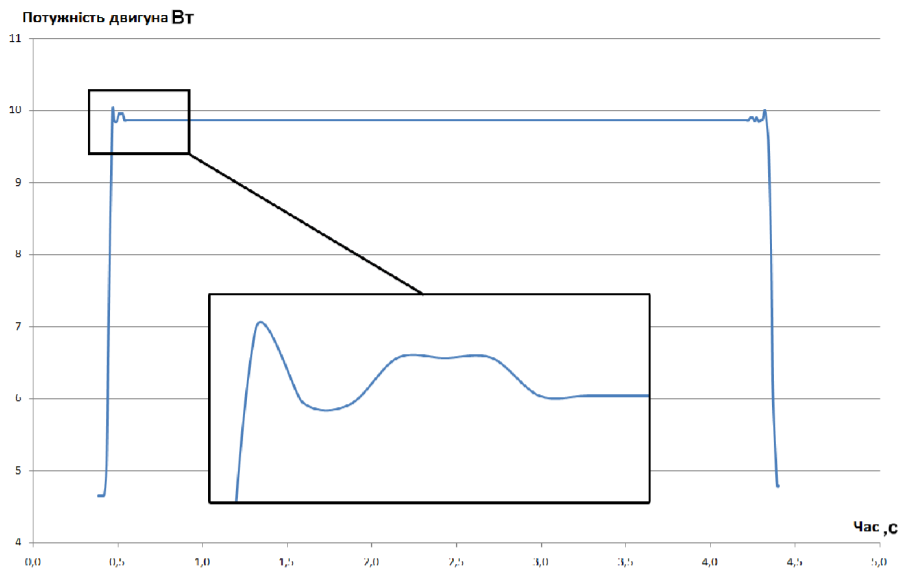


Рис. 10. Графік потужності двигуна маніпулятора

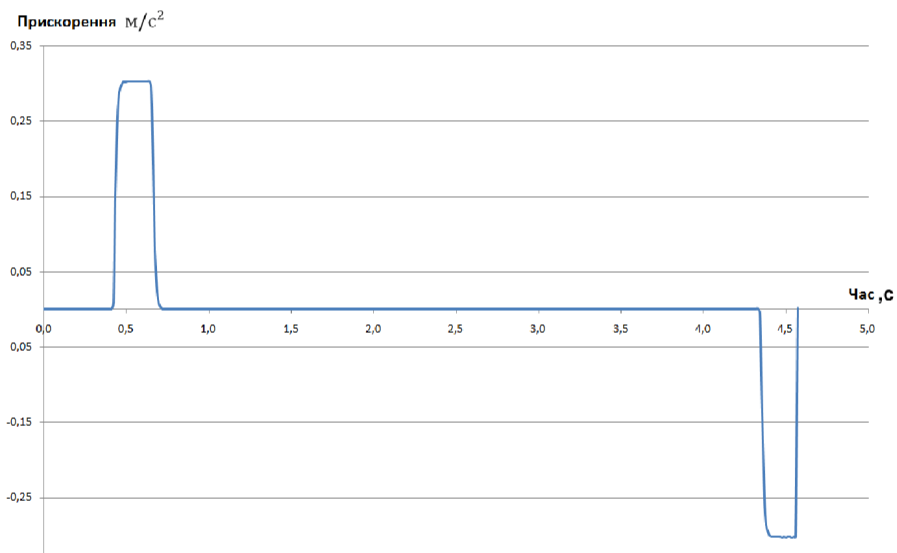


Рис. 11. Графік прискорення маніпулятора в фазах прискорення і уповільнення

З рис. 12 можна побачити, що коливання потужності двигуна відсутні, фази розгону і уповільнення проходять монотонно.



Рис. 12. Графік потужності двигуна маніпулятора



**Висновки.** У даній роботі узагальнено математичні методи для вибору й опису бажаного руху маніпулятора між початковою й кінцевою точками траєкторії. Також наведено приклади до кожного методу планування руху, завдяки яким можна обрати більш раціональний метод планування траєкторії. У випадку трапецієподібного швидкісного профілю наведено можливі специфікації і знаходження невідомих значень по одному з заданих параметрів.

#### Інформаційні джерела

1. Иванов В.А. Математические основы теории оптимального и логического управления. / В.А. Иванов, В.С. Медведев – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 600 с.
2. Пупков К.А. / Интеллектуальные системы. К.А. Пупков, В.Г. Коньков – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 345 с.
3. Воронников С.А. Информационные устройства робототехнических систем. –М.:Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 384 с.
4. David Cook Intermediate Robot Building, Second Edition / D. Cook – 2010. – 481 p.
5. Зенкевич С.Л. Основы управления манипуляционными роботами. / Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. 2-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. –480 с.
6. Добротвор І.Г. Автоматизація досліджень з використанням комп'ютерно-інтегрованих технологій для прогнозування властивостей епоксидних композитів / І.Г. Добротвор, В.В. Федоров, В.І. Бадищук, І.В. Чихіра // Науковий вісник Херсонської державної морської академії, №2(9), - 2013, - С.161-165.
7. Офіційний сайт фірми АВВ [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://new.abb.com/products/robotics/robotstudio>

**Михайлишин Р.И.**, аспірант, **Савків В.Б.** к.т.н.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

#### **АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ МАНИПУЛЯТОРОВ**

*В статье обобщены методы планирования траектории манипуляторов, приведена их классификация, проанализированы преимущества и недостатки различных методов. Рассмотрен самый простой случай планирования траектории движения от начальной до конечной точки, когда задаются различные начальные и конечные условия (скорость, ускорение, рывок, перемещения). Существенное внимание уделено распространенному в производственной практике методу генерации траектории, в котором опираются на планировании линейных профилей скорости и параболические изгибы положения траектории. Для трапецеидального профиля скорости манипулятора, проанализировано актуальную проблему возникновения вибраций, в частности, приведен пример скачков мощности двигателя, вызывающие эти вибрации. Для избежания такой проблемы предложено использовать профиль с непрерывным ускорением. Представленные примеры методов планирования движения, позволяет выбрать наиболее рациональный метод планирования траектории.*

**Ключевые слова:** манипулятор, траектория, конечное звено, декартово пространство, присоединенное пространство.

**L. Mykhailyshyn, V. Savkiv**

Ternopil National Technical University Ivan Pul'uj

#### **ANALYSIS MANIPULATOR TRAJECTORY PLANNING METHOD**

*The article summarizes the methods of path planning of manipulators, given their classification, advantages and disadvantages of different methods. Considered the simplest case of planning the motion path from the initial to the final point, when you set different start and end conditions (speed, acceleration, jerk, travel time). Significant attention is paid to the widespread practice in the production method of the generation trajectories, which are based on the planning of the linear velocity profiles and parabolic curves, the position of the trajectory. For a trapezoidal speed profile of the manipulator is analyzed the actual problem of vibration, in particular, examples are surges of engine power that cause these vibrations. To avoid this problem it is proposed to use a profile with a continuous acceleration. It also provides examples of methods of planning of movement, allowing you to choose the most efficient method of planning the trajectory.*

**Key words:** manipulator, trajectory, end link, cartesian space, connected space.