

УДК 621.313.33

Лишук В.В. к.т.н., Селепина Й.Р. к.т.н., Якимчук Н.М., Євсюк М.М. к.т.н.
Луцький національний технічний університет

ДІАГНОСТУВАННЯ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ НА ОСНОВІ ЇХ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Розглядається математична модель трифазного асинхронного двигуна, що може бути використана для його діагностування в різних режимах роботи. Диференціальні рівняння двигуна записані в нормальній формі Коші, що суттєво спрощує алгоритми їх інтегрування.

Ключові слова: математична модель, діагностична модель, диференціальні рівняння, трифазний асинхронний двигун.

Постановка проблеми. Діагностика електричних машин широко використовується в процесі їх експлуатації. Вона суттєво полегшує пошук причини несправностей і дає користувачу інформацію про контрольовані параметри стану асинхронного двигуна. У роботі в якості моделі діагностування вибрана функціональна модель електродвигуна, що буде враховувати його несправності.

Для автоматизації підготовки діагностичних процедур, які будуть використані на персональних комп'ютерах (ПК), необхідно формалізувати опис об'єкта контролю і діагностування. Оскільки сучасні електромотори для приводу різноманітних механізмів досить складні, то процеси в них необхідно описувати з різним ступенем деталізації, а саме враховуючи тепловий стан асинхронних двигунів, рівень вібрації обертових мас, пошкодження статорних чи роторних обмоток тощо.

Фізичні процеси в асинхронному двигуні можна описати з певними допущеннями диференціальними рівняннями, записаними в нормальній формі Коші. При цьому вважатимемо магнітне поле машини розділеним на дві частини – робоче поле і поле розсіяння та знехтуємо втратами в сталі.

Виклад основного матеріалу дослідження. Математична модель асинхронного двигуна призначена для аналізу роботи двигуна як автономно, так і елемента складної системи. Вона дає змогу розраховувати основні часові електромеханічні залежності, а вже потім аналізувати як окремо елемент або елемент системи в цілому.

За основу рівнянь приймемо диференціальні рівняння трифазного асинхронного мотора в косогунальній системі координат, записані безпосередньо в нормальній формі [2]

$$\begin{aligned} \frac{dI_S}{dt} &= A_S(U_S - r_S I_S) + A_{SR}(\Omega \Psi_R - r_R I_R); \\ \frac{dI_R}{dt} &= A_{RS}(U_S - r_S I_S) + A_R(\Omega \Psi_R - r_R I_R). \end{aligned} \quad (1)$$

Тут I_S, I_R – колонки струмів статора і колонки перетворених струмів ротора, U_S – колонка напруг джерела, Ψ_R – колонка повних потокозчеплень обмотки ротора, r_S, r_R – резистивні опори обмоток статора і ротора; V_R – колонка напруг о ротора, A_S, A_{SR}, A_{RS}, A_R – матриці коефіцієнтів

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_S(1 - \alpha_S(T + b_A I_A)) & -\alpha_S^2 b_B I_A & -\alpha_S \cdot \alpha_R(T + b_A I_A) & -\alpha_S^2 b_B I_A \\ -\alpha_S^2 b_A I_B & \alpha_S(1 - \alpha_S(T + b_B I_B)) & -\alpha_S^2 b_A I_B & -\alpha_S \cdot \alpha_R(T + b_B I_B) \\ -\alpha_S \cdot \alpha_R(T + b_A I_A) & -\alpha_S^2 b_B I_A & \alpha_R(1 - \alpha_R(T + b_A I_A)) & -\alpha_R^2 b_B I_A \\ -\alpha_S^2 b_A I_B & -\alpha_S \cdot \alpha_R(T + b_B I_B) & -\alpha_R^2 b_A I_B & \alpha_R(1 - \alpha_R(T + b_B I_B)) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

де b_A, b_B, b, R, T – коефіцієнти

$$b_A = b(2I_A + I_B); \quad b_B = b(I_A + 2I_B); \quad b = \frac{2}{3}(R - T) / I_m^2; \quad (3)$$

$$R = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \rho}; \quad T = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \tau}; \quad b = \frac{R - T}{\Psi_m^2}; \quad b_A = \frac{2}{3}b(2\Psi_A + \Psi_B); \quad b_B = \frac{2}{3}b(\Psi_A + 2\Psi_B). \quad (4)$$

Для врахування насичення магнітопроводів моторів користуємось їхніми характеристиками намагнічування $\Psi_m = \Psi_m(I_m)$.

Залежно від струму намагнічування, маємо:

$$\tau = \left[\frac{\Psi_m(I_m)}{I_m} \right]^{-1}; \quad \rho = \left[\frac{d\Psi_m(I_m)}{dI_m} \right]^{-1}, \quad (5)$$

де τ і ρ – основні обернені статична та диференціальна індуктивності мотора.

$$\Omega = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad (6)$$

причому $\alpha_S, \alpha_R, \alpha_m$ – обернені індуктивності дисипації обмоток статора і ротора та основна обернена індуктивність двигуна; ω – кутова швидкість обертання ротора.

Модуль вектора намагнічувальних струмів I_m знаходимо за формулою

$$I_m = 2\sqrt{\frac{I_A^2 + I_A I_B + I_B^2}{3}}, \quad (7)$$

де

$$I_A = I_{SA} + I_{RA}; \quad I_B = I_{SB} + I_{RB}. \quad (8)$$

Слід відмітити, що матриці (2) записані при врахуванні насичення магнітної системи машини, що може мати місце для розглядуваного двигуна.

Колонку повних потокозчеплень знаходимо так

$$\Psi_{Rj} = \frac{I_{Sj} + I_{Rj}}{\alpha_m} + \frac{I_{Rj}}{\alpha_R}, \quad j = A, B. \quad (9)$$

Колонку напруг V_R , що фігурує в (1), знайдемо на підставі рівнянь поля

$$V_R = l(E_A, E_B)_t, \quad (10)$$

де E_A, E_B – значення напруженостей електричного поля на поверхні провідників ротора; l – довжина пазової частини провідника ротора.

Найпоширеніший з пазів ротора – глибокий прямокутний. Початок координат розміщено на поверхні паза. Вісь x скеровано вздовж паза, вісь y – поперек, а вісь z – углиб провідника.

Рівняння електромагнітного поля для фаз A і B мають вигляд

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{\nu}{\gamma} \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2}; \quad E_i = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial H_i}{\partial z}, \quad i = A, B, \quad (11)$$

де H, E – напруженості магнітного й електричного полів; ν, γ – релактивність і електропровідність тіла струмопровода.

Початкові умови є нульовими, а крайові одержано за законом Ампера

$$H_i(t=0) = 0; \quad H_i(h=0) = I_{Ri}/a, \quad H_i(h=10) = 0, \quad i = A, B, \quad (12)$$

де a, h – ширина й глибина паза.

Оскільки рівняння обмотки ротора асинхронної машини записано в косокутних координатах, то необхідно і рівняння електромагнітного поля перевести в цю ж область

$$\frac{\partial H_A}{\partial t} = \frac{1}{\mu\gamma} \frac{\partial^2 H_A}{\partial z^2} - \frac{\omega}{\sqrt{3}}(H_A + 2H_B); \quad \frac{\partial H_B}{\partial t} = \frac{1}{\mu\gamma} \frac{\partial^2 H_B}{\partial z^2} + \frac{\omega}{\sqrt{3}}(2H_A + H_B). \quad (13)$$

Нелінійні диференціальні рівняння з частинними похідними (13) проінтегровано за методом скінченних різниць. Для цього використано триточкову апроксимацію другої похідної

$$f''(x) = \frac{f(x - \Delta x) - 2f(x) + f(x + \Delta x)}{(\Delta x)^2}. \quad (14)$$

Згідно з (14) рівняння (13) зведено до системи звичайних диференціальних рівнянь. Їх

записано у матричному вигляді

$$\frac{dH_{A0}}{dt} = CH_{A0} - \frac{\omega}{\sqrt{3}}H_{A0} - \frac{2\omega}{\sqrt{3}}H_{B0} + H_{A0}; \quad \frac{dH_{B0}}{dt} = CH_{B0} + \frac{2\omega}{\sqrt{3}}H_{A0} + \frac{\omega}{\sqrt{3}}H_{B0} + H_{B0}, \quad (15)$$

де H_{i0} – колонки дискретизованих значень напруженості поля у вузлах просторової сітки

$$H_{i0} = (H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{in-1})_i, \quad i = A, B, \quad n = 0, 1 \dots 10, \quad (16)$$

причому n – кількість вузлів просторової сітки.

Значення напруженості магнітного поля у граничних вузлах

$$H_{i0} = c(I_{Ri} / a, 0, \dots, 0)_i, \quad i = A, B. \quad (17)$$

Тут C – матриця дискретизації, яка згідно з (15) буде

$$C = c \begin{bmatrix} -2 & 1 & & & \\ 1 & -2 & 1 & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & 1 & -2 & 1 \\ & & & 1 & -2 \end{bmatrix}; \quad (18)$$

$c = v / \gamma(\Delta z)^2$; Δz – крок просторової дискретизації.

Значення E_A, E_B у (11) отримано дискретизацією похідної за триточковою схемою

$$f'(x) = \frac{-3f(x - \Delta x) + 4f(x) - f(x + \Delta x)}{2\Delta x}. \quad (19)$$

Застосувавши (19) для (11), отримано

$$E_i = \frac{1}{2\gamma \cdot \Delta z} \left(\frac{-3I_{Ri}}{a} + 4H_{i1} - H_{i2} \right); \quad i = A, B. \quad (20)$$

Рівняння електромагнетного стану слід доповнити рівняннями механічного стану, щоб обчислити кутову швидкість ω , що фігурує в (6)

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} (M_E - M(\omega)); \quad M_E = \sqrt{3} p_0 (I_{RA} I_{SB} - I_{RB} I_{SA}) / \alpha_m. \quad (21)$$

де $M(\omega)$ – механічний момент; p_0 – число пар магнетних полюсів; J – момент інерції ротора; M_E – електромагнетний момент.

Система диференціальних рівнянь (1), (13), (21) становить коло-польову A -модель трифазного асинхронного двигуна. Для практичного користування даною моделлю необхідно знати резистивні опори обмоток статора і ротора R_S, R_R , обернені індуктивності дисипації α_S, α_R обмоток, момент інерції J , кількість пар магнетних полюсів p_0 , напругу обмотки статора U_S і механічний момент на валу ротора M .

Така модель може використовуватись як діагностична, так як певний вид несправностей, моделюється з допомогою зміни відповідних коефіцієнтів рівнянь (1), (2) і магнітних характеристик в рівнянні (5). Вона дає змогу розраховувати електромагнітний момент, частоту обертання, струми фаз статора і ротора, в залежності від зміни параметрів електричної машини, тобто є повноцінною при аналізі перехідних процесів у асинхронному двигуні при наявності несправностей, зокрема обривів фаз обмоток статора чи обриві стержнів ротора, пошкодження сталюого осердя (магнітопроводу). Отримана інформація, що виводиться в процесі інтегрування рівнянь в масив результатів може порівнюватись зі значеннями контрольованих параметрів, в результаті чого приймається рішення про поточний стан двигуна за відомими діагностичними ознаками, а саме температурою сердечника статора, що реалізується термодатчиками, вмонтованими на дно пазу (під мідними обмотками) з допустимою температурою $t_{доп} = 90^\circ\text{C}$, а також температура обмотки ротора з $t_{доп} = 100^\circ\text{C}$, масла в підшипниках з $t_{доп} = 65^\circ\text{C}$ тощо. Також контролюються значення струмів у фазах статора в довготривалому режимі, а також їх перевищення на 10 % від номінальних протягом 30 хв.

Запропонована модель також може бути використана для аналізу аварійних режимів роботи електродвигуна. Показники надійності повинні підтверджуватись результатами статистичної обробки, отриманих в процесі експлуатації з періодичністю в 3 роки.

Для розроблених математичних моделей може бути використаний принцип функціональної дігностики. Суть даного методу полягає в тому, що паралельно з реальним об'єктом діагностування (ОД) працює його діагностична модель (ДМ), що описує його змінні стану і виробляє оцінку того ж вихідного збурення, що й ОД. Діагностична модель реалізується таким чином, що її вихідні збурення відповідають справному стану ОД і використовуються як критерій оцінки роботоздатності. Причиною відхилення значень вихідних координат ОД від еталонних (паспортних) значень є параметричні та структурні збурення, які класифікуються як дефекти, що виникли в ОД, а також зовнішні впливи.

Таким чином при побудові функціональної системи електродвигуна може бути використаний такий алгоритм:

- 1) як вихідна модель електродвигуна може бути використана модель в перехідних і усталених режимах;
- 2) проводиться визначення всіх основних режимів функціонування електродвигуна, таких як пуск, реверс, робота з постійними моментом навантаження та напругою мережі тощо;
- 3) визначається можливість вимірювання всіх вихідних сигналів об'єкта;
- 4) об'єкт діагностування повинен бути повністю під спостереженням, тобто у будь-який момент часу t можна однозначно визначити вектор стану за даними спостережень.

При виконанні вищеперерахованих умов діагностична модель представляється або описується системою диференціальних рівнянь, що зв'язують між собою змінні стану представлені в матричному вигляді (1), (21). Діагностична модель у такому вигляді аналізує і виробляє еталонні вихідні змінні. Таке представлення ДМ дає змогу використовувати формалізовані методи пониження порядку моделі без суттєвого спотворення її динамічних властивостей.

В запропонованій функціональній системі діагностування замість діагностичної моделі для спрощення побудови системи можна використати еталонні (каталожні) значення контрольованих параметрів електродвигуна, що дає змогу уже на першій стадії реалізації системи визначати роботоздатність контрольованого електродвигуна або тенденції до зниження його роботоздатності без пошуку причин несправності.

Висновки. Запропонована модель трифазного асинхронного двигуна дає змогу відтворювати всеможливі режими його роботи, дає змогу визначати режимні параметри досліджуваного двигуна з урахуванням модельованих несправностей в перехідних процесах.

Інформаційні джерела

1. Чабан В. Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів / В. Й. Чабан. – Львів: Во Держуніверситету „Львівська політехніка”, 1997. – 342 с.
2. Чабан В. Й. Математична модель вузла живлення асинхронних машин. Монографія / В. Й. Чабан, В. В. Лишук. – Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2011. – 116 с.

Лишук В.В. к.т.н., **Селепина Й.Р.** к.т.н., **Якимчук Н.М., Евсюк М.М.** к.т.н.

Луцкий национальный технический университет

ДИАГНОСТИКА АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Рассматривается математическая модель трехфазного асинхронного двигателя, которая может быть использована для его диагностики в различных режимах работы. Дифференциальные уравнения двигателя записаны в нормальной форме Коши, что существенно упрощает алгоритмы их интегрирования.

Ключевые слова: математическая модель, диагностическая модель, дифференциальные уравнения, трехфазный асинхронный двигатель.

Lyshuk V. Ph.D., **Selepyna Y.** Ph.D., **N.Yakymchuk, M. Yevsyuk** Ph.D.

Lutsk National Technical University

DIAGNOSTICS INDUCTION MOTOR BASED THEIR MATHEMATICAL MODELS

In the paper, a mathematical model of a three-phase induction motor, which can be used for its diagnostic in various modes. The differential equations of electromechanical state are written in normal Cauchy form. The differential equations of electromechanical state are written in normal Cauchy form.

Keywords: mathematical model, diagnostic model, differential equations, three-phase asynchronous motor.