

УДК 615.471:616-073.97:616.831

В.И. ШУЛЬГИН, Е.В. ВОЛОСЮК, А.И. БЕЙ, А.В. МОРОЗОВ

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РАЗДЕЛЕНИЯ НЕГАУССОВСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ АНАЛИЗА НЕЗАВИСИМЫХ КОМПОНЕНТ ПРИ НАЛИЧИИ АДДИТИВНЫХ ШУМОВ

Анализ независимых компонент является новым информационно-теоретическим подходом к разделению сложных процессов на независимые компоненты. Метод привлекает все больше внимания специалистов в области обработки сигналов и изображений, однако остается ряд вопросов относительно качества восстановления сигналов при различных условиях: наличии аддитивных шумов, различном числе приемников и датчиков и др. В данной статье рассматривается случай, когда на всех датчиках действует шум с одинаковой интенсивностью. Для исследования используется гауссовский шум, для оценки качества используются норма ошибки в пространстве  $L_2$  и Чебышевская норма. В работе приведены закономерности влияния шумов на качество размешивания сигналов в зависимости от изменения отношения сигнал/шум.

**метод анализа независимых компонент, электроэнцефалограмма, негауссовский процесс, норма в пространстве  $L_2$ , Чебышевская норма, отношение сигнал/шум**

### Введение

В практику анализа различных процессов все больше входит применение метода независимых компонент (ICA – Independent Component Analysis) и его разновидностей. Это весьма эффективный метод восстановления процессов, порожденных источниками различной природы и содержащихся в суммарных процессах, доступных для регистрации. Однако при использовании этого метода, как правило, открытым остается вопрос о качестве разделения исходных процессов.

*Анализ последних работ* [1 – 5] показал, что восстановление процессов, характеризуемое такими критериями, как минимум или максимум эксцесса, минимум взаимной информации, максимум энтропии и т.д., на поиске экстремумов которых и основан метод анализа независимых компонент, не дает представления о степени сходства исходных и восстановленных процессов. Недостаточно ясно в литературе освещена и проблема восстановления исходных процессов в присутствии различных шумов и помех. Проблема существенно усложняется, когда

число исходных процессов и соответственно число порождающих их источников неизвестно.

*Целью работы* является исследование качественных показателей разделения негауссовских случайных процессов по норме  $L_2$  [6, 7] и Чебышевской норме при условии, что суммарные процессы, доступные для регистрации, наблюдаются на фоне аддитивных дельта-коррелированных (белых) шумов. Шумы полагаются гауссовскими. Как известно [1, 2], самым «плохим» процессом для разделения является именно гауссовский процесс.

Сфера применения полученных ниже результатов весьма широка. Эти результаты применимы и для анализа электроэнцефалограмм и кардиограмм, а также процессов другой физической природы, например, сейсмограмм, при исследовании систем морского волнения (разделения на такие составляющие как рябь, крупные волны и др.)

### Результаты исследований

Наблюдается некоторая совокупность процессов (электроэнцефалограммы, кардиограммы или про-

цессы какой-либо иной физической природы)

$$X(t) = \|x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\|.$$

Процессы снимаются соответствующими датчиками. Предполагается, что эти процессы являются комбинациями сигналов, порожденных некоторыми источниками, которые обычно полагаются независимыми. Полагается, что модель связи регистрируемых процессов и исходных процессов является линейной и содержит аддитивные шумы

$$X(t) = AS(t) + N(t), \quad (1)$$

где  $S(t) = \|s_1(t), \dots, s_M(t)\|$ ;  $N(t) = \|n_1(t), \dots, n_N(t)\|$ ;  $\dim A = N \times M$ ;  $A$  – некоторая смешивающая матрица;  $N(t)$  – некоторый векторный шум.

Особенностью такой задачи, которая и привела к появлению методов анализа независимых компонент является то, что в ней неизвестны  $A$ , и  $S(t)$ . Поэтому для разделения исходных процессов, т.е. восстановления компонент вектора  $S(t)$  требуется дополнительная информация, которая обычно является вероятностной, например, информация о степени негауссовости исходных процессов.

Для исследования оценок качества «размешивания» (разделения) процессов методом анализа независимых компонент была разработана исходная модель связи (1) со смешивающими матрицами

$$A = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{pmatrix}; \dim A = 3 \times 3.$$

В первом случае полагалось, что число датчиков равно числу исходных процессов, во втором – число датчиков больше числа исходных процессов.

Элементы матрицы  $A$  рассчитывались на основе известных показателей связи параметров диполей, расположенных в коре головного мозга, создаваемыми ими на поверхности головы потенциалами [8]. Были также сформированы модели процессов  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$  и  $s_3(t)$ . Это случайные негауссовские процессы соответственно с распределениями Хи-квадрат, Стьюдента и Релея.

Реализации этих процессов с количеством отсчетов, равным 5000, показаны на рис. 1 – 3 соответственно. Реализация одного из шумов  $n_i(t)$  показана на рис. 4.

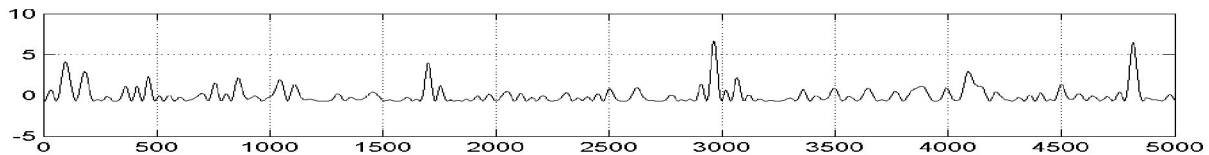


Рис. 1. Негауссовский процесс с распределением Хи-квадрат

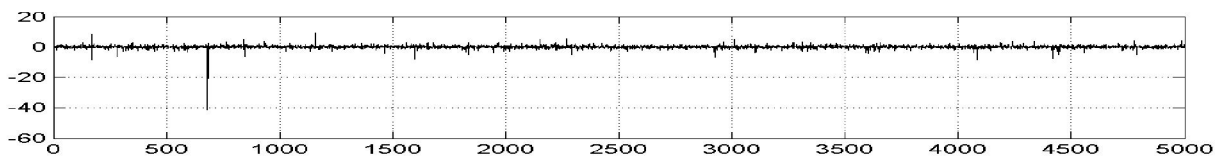


Рис. 2. Негауссовский процесс с распределением Стьюдента

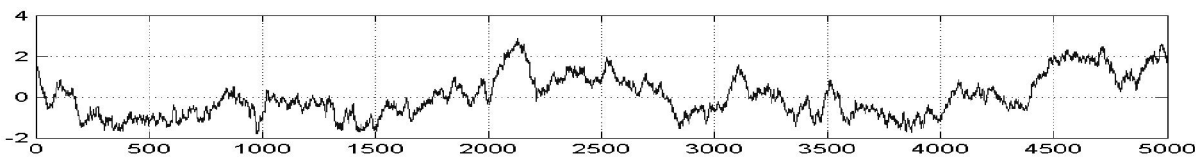


Рис. 3. Негауссовский процесс с распределением Рэля

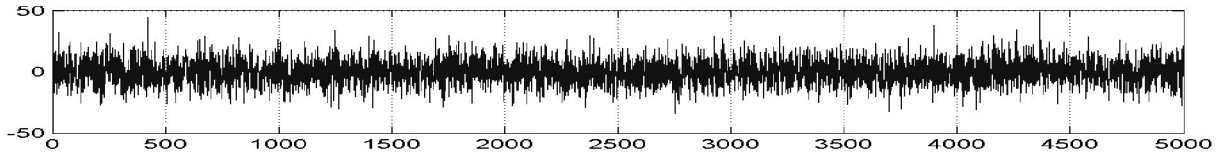


Рис. 4. Случайный процесс с распределением Гаусса (шум)

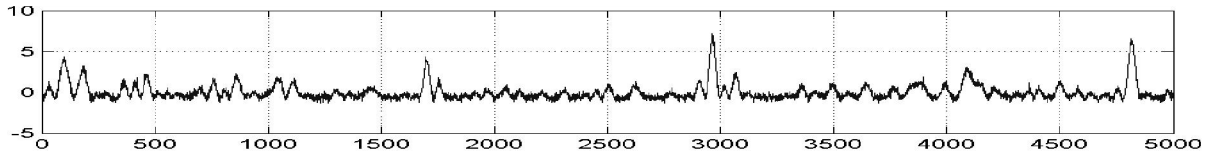


Рис. 5. Результат оценки случайного процесса с распределением Хи-квадрат

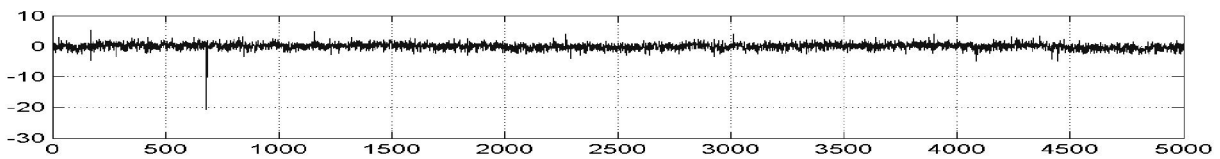


Рис. 6. Результат оценки случайного процесса с распределением Стьюдента

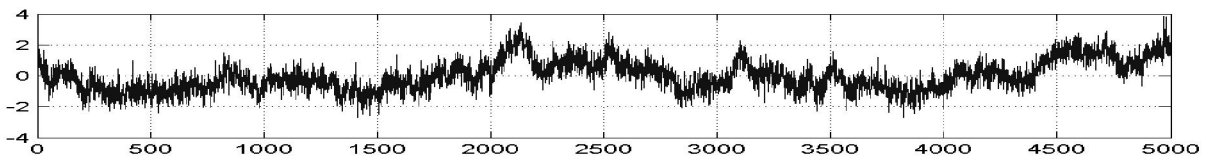


Рис. 7. Результат оценки случайного процесса с распределением Рэля

На рис. 5 – 7 показаны примеры восстановленных процессов при отношении сигнал/шум  $q = 16/1$ . Визуальный анализ показывает, что несмотря на зашумленный вид восстановленных процессов, их структура весьма близка к структуре исходных процессов, что позволяет говорить о достаточной эффективности метода анализа независимых компонент при «слепом» восстановлении негауссовских процессов, что в свою очередь позволяет вывести объективно диагностическое заключение по полученным результатам соответствующих наблюдений.

Однако визуального оценивания размешивания сигналов на независимые компоненты недостаточно. Для количественных оценок показателей качества размешивания необходимо задаться критерием близости двух функций. Наиболее распространенными критериями являются нормы  $L_p$  в функциональных пространствах, где  $p = \overline{1, \infty}$ . В данной ра-

боте использовано две нормы: это норма  $L_2$  и норма  $L_\infty$ . Последнюю часто называют нормой Чебышева.

Качество размешивания в норме  $L_2$  оценивается выражением:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [s(t) - s^*(t)]^2 dt} \approx \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} (s_i - s_i^*)^2 \Delta t};$$

$$\Delta t = 1. \quad (2)$$

Для случайных процессов эта норма соответствует среднеквадратической ошибке (СКО).

Норма Чебышева задается выражением

$$\sigma_2 = \max_T \left\{ |s(t) - s^*(t)| \right\} \approx \max_i |s_i - s_i^*|,$$

$$i = \overline{0, N-1}. \quad (3)$$

Для исследования зависимостей качественных показателей размешивания от отношения сигнал/шум к каждой смеси  $\|x_i(t)\|$  добавляется один и

тот же дискретный белый шум. Отношение сигнал/шум определялось, как отношение дисперсий процессов  $x_i(t)$  и добавленных шумов. Влияние этих шумов на качество размешивания иллюстрируется графиками рис. 8, 9.

Видно, что уже при отношении сигнал/шум, превышающем 2, ошибка размешивания составляет

10 – 15%.

Графики построены для зависимости норм  $L_2$  и Чебышева от отношения сигнал/шум. Сравнение норм  $L_2$  и Чебышева показывает, что метод анализа независимых компонент значительно хуже воспроизводит резкие всплески, наблюдаемые в исходных случайных процессах.

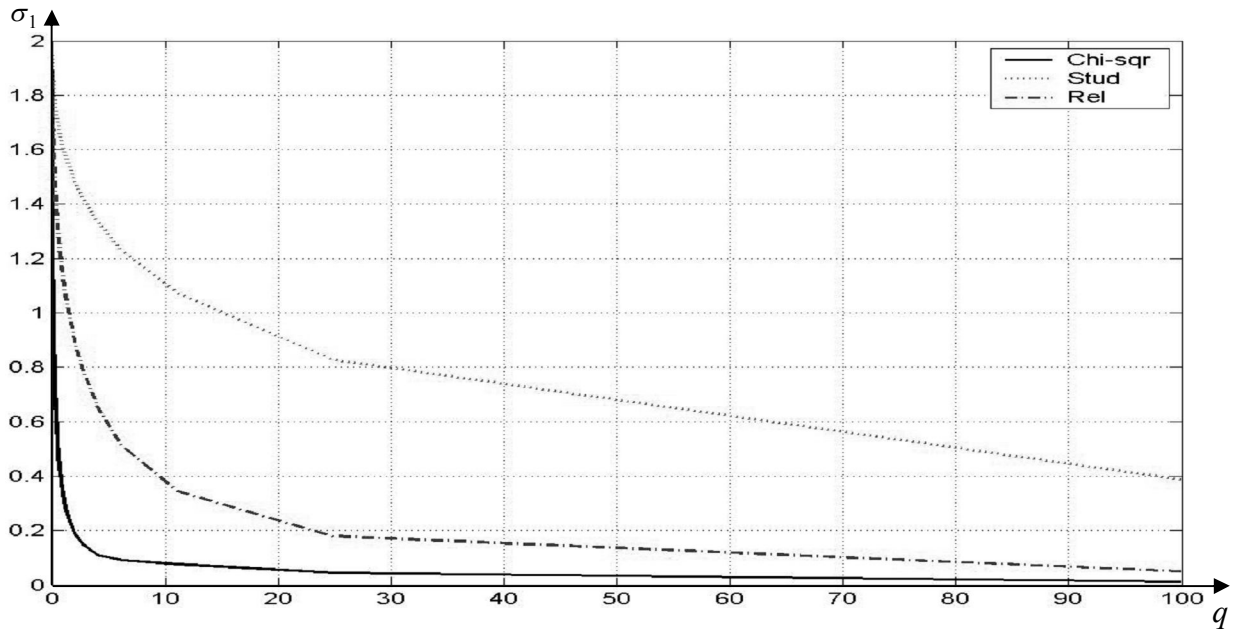


Рис. 8. Зависимость нормы  $L_2$  от отношения сигнал/шум для распределений Хи-квадрат, Стьюдента, Рэлея

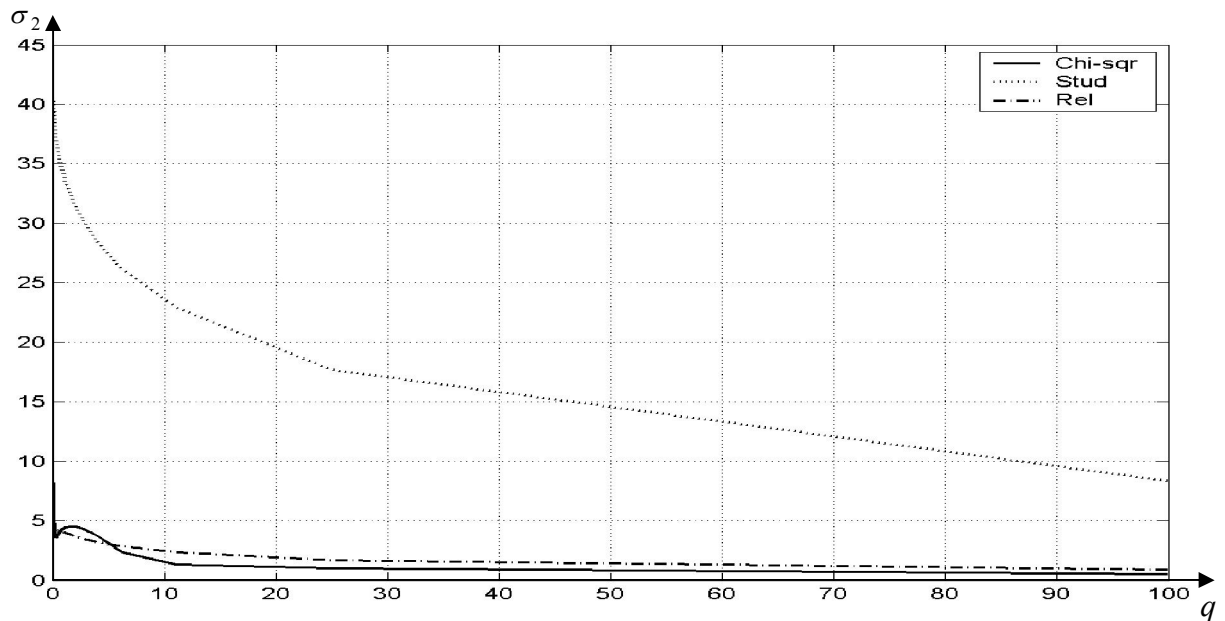


Рис. 9. Зависимость нормы Чебышева от отношения сигнал/шум для распределений Хи-квадрат, Стьюдента, Рэлея

## Выводы

Проведенные эксперименты показывают, что метод анализа независимых компонент является достаточно эффективным, как инструмент для проведения различных исследований, в частности, для оценки положений независимых источников в коре головного мозга, выделения ЭКГ плода на фоне ЭКГ матери, обработки изображений.

Полученные результаты показали, что СКО уменьшается с увеличением отношения сигнал/шум.

Из графиков также видно, что ошибки при размещении распределения Релея наименьшие, а наибольшие наблюдаются при размещении Хи-квадрат, причем приемлемые ошибки (порядка 10%) имеют место при отношении сигнал/шум меньше 2-х. Ошибка по Чебышевской норме при размещении процессов существенно больше ошибки по норме  $L_2$ , т.е. алгоритм анализа независимых компонент хуже восстанавливает короткие всплески на случайных процессах. Это особенно хорошо видно на примере случайных процессов с распределением Стьюдента, которому свойственны такие резкие всплески. Видно, например, что при дисперсии, равной единице, для распределения Стьюдента всплеск в исходном процессе примерно равен 40 единицам, а восстановленного – примерно 20 единицам (рис. 10, а, б).

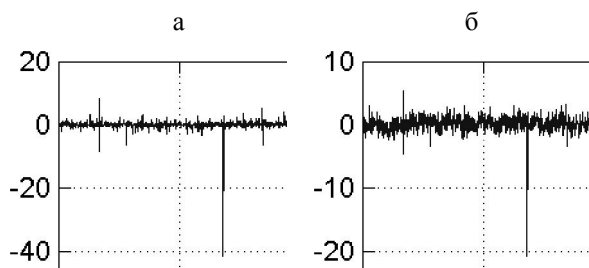


Рис. 10. Сравнение исходного и восстановленного процесса при отношении сигнал/шум  $q = 16/1$

## Литература

1. Cristea P., Independent Component Analysis for Genetic Signals // SPIE Conference BiOS 2001 – International Biomedical Optics Symposium, SC316, Short Course. – San Jose, USA, 20-26 January 2001.
2. Hyvarinen A., Oja E. Independent Component Analysis: A tutorial. – Helsinki University of Technology, Finland, 1999.
3. Independent Component analysis of biomedical signals / T.-P. Jung, S. Makeig, T.-W. Lee, M.J. McKeown, J. Brown, A.J. Bell, T.J. Sejnowski // The second International Workshop on Independent Component Analysis and signal separation. – 2000. – P. 627 – 632.
4. Zarzoso V., Millet-Roig J., Nandi A. K. Fetal ECG extraction from maternal skin electrodes using blind source separation and adaptive noise cancellation techniques // Proc. Comput. Cardiol, Boston, MA. – Sept. 24 – 27, 2000. – P. 431 – 434.
5. James, C.J., Gibson O.J. Temporally constrained ICA: an application to artifact rejection in electromagnetic brain signal analysis // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. – Vol. 50 (9). – Sept. 2003. – P. 407 – 423.
6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – С.-Пб.: Питер, 2002. – 608 с.
7. Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа: Учебн. пособие. – М.: Высш. шк., 1982. – 271 с.
8. Гнездицкий В.В. Обратная задача ЭЭГ и клиническая электроэнцефалография (картирование и локализация источников электрической активности мозга). – Таганрог: ТРУ. – 2000. – 640 с.

Поступила в редакцию 4.04.05

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Ф.Ф. Колпаков, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского „ХАИ”, Харьков.