

УДК 621.312/314

А.М. ПАНЧЕНКО

*Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Україна***МОДЕЛЬ ТРИФАЗНОГО СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА  
З ВИКОРИСТАННЯМ МИТТЄВИХ ЗНАЧЕНЬ ВЕЛИЧИН**

Запропонована методика отримання системи диференціальних рівнянь трифазного синхронного генератора, які описують режими роботи в миттєвих значеннях.

**баланс напруг, електромагнітні перехідні процеси, електромеханічні перехідні процеси, неявнополюсний генератор, миттєві значення струмів**

**Вступ**

**Постановка проблеми.** В існуючій літературі процеси, що відбуваються в синхронних генераторах розглядаються кожний окремо, як то збудження, режим холостого ходу, робота під навантаженням, перехідні процеси. Для кожного із перерахованих процесів використовуються свої специфічні спрощення і своя методика розрахунку. Починаючи з першого базисного рівняння балансу напруг трансформатора, що описується диференціальними рівняннями другого порядку, шляхом спрощень переходять до диференціального рівняння першого порядку, а потім на цьому рівнянні базуються усі подальші викладки. Слід зауважити, що при використанні різних математичних способів розрахунків виходять з того, що швидкість обертання роторів незмінна, що може внести істотну похибку для певних процесів. Представляється нагальним для перехідних процесів в системі електропостачання включити в розгляд і вплив властивостей турбіни в поєднанні з роботою генератора трансформаторів мережі та навантаження. На даний час рівняння, які б об'єднували зазначені елементи системи в єдиному часі, відсутні.

**Аналіз літератури.** Програми імітації роботи електричних машин та систем, що зараз використовуються, базуються на методиках розрахунку, запропонованих в 30-х роках минулого століття [1, 2].

Спрощення диференціальних рівнянь, які застосовують у сучасній теорії машин змінного струму, включаються в такому перетворенні змінних, щоб коефіцієнти системи, що мають періодичну частину, після перетворень стали постійними величинами або відносно повільно змінювалися. Підставою для таких припущень є відносно велика механічна інерційність ротора машини, внаслідок чого швидкість зміни швидкості ротора машини в порівнянні зі швидкістю перехідних електричних процесів відносно повільна [3 – 11]. При виконанні вказаних математичних перетворень та спрощень в певній мірі втрачається фізична сутність процесів та точність отриманих результатів.

**Мета статті.** Пропонується математичний опис роботи трифазного синхронного генератора в єдиному часі починаючи з процесу його збудження, виходу на холостий хід, зміною навантаження, підрегулювання збудження по рівню напруги та змінною статизму привідної турбіни в залежності від активного навантаження, при умові забезпечення вимог по частоті в усталених режимах.

**Основний матеріал**

Враховуючи бурхливий розвиток обчислювальної техніки пропонується скласти такі загальні рівняння, які б охоплювали більшість процесів в енер-

гетичній системі, а в залежності від початкових умов давали часткові рішення. При цьому використовуються системи диференціальних рівнянь із змінними коефіцієнтами для опису роботи електричних машин та їх безпосереднє вирішення з допомогою ПЕОМ. Представляється доцільним описати диференціальними рівняннями певну енергетичну систему, як то турбіна, синхронний генератор, трансформатори та навантаження в єдиному часі, починаючи з процесу збудження синхронного генератора і завершуючи зміною статизму турбіни при зміні навантаження.

Відомо, що опис роботи електричних машин базується на опису роботи навантаженого трансформатора, яке має вигляд

$$\begin{cases} U_0 \sin(\omega t + \psi_0) = L_1 i_1' + i_1 r_1 + M i_2'; \\ M i_1' + L_2 i_2' + i_2 r = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Привівши його до канонічного, отримаємо два диференціальних рівняння другого порядку по первинному струму та вторинному. Оскільки рішення цих рівнянь в певній мірі громіздкі, то вважається, що для перехідного процесу допустимо не враховувати індуктивність кола намагнічування. При такому спрощенні отримують диференціальні рівняння першого порядку, де враховується лише індуктивність розсіювання і користуються ними в подальшому для опису роботи синхронних та асинхронних машин [3 – 11]. Автором пропонується як базисним користуватися рівнянням (1) з врахуванням впливу на перехідний процес кіл намагнічування, тобто враховувати загальну індуктивність первинного і вторинного кола.

Розглядаємо трифазний синхронний генератор з неявно вираженими полюсами, схематично представлений на рис. 1. Відповідно вісі статорних обмоток: а-а, б-б, с-с, та обмотки збудження о-о.

Для визначення його ЕРС за фазами можемо записати

$$\begin{aligned} E_a(t) &= k\omega\Phi_0 \sin(\omega t + \alpha); \\ E_b(t) &= k\omega\Phi_0 \sin(\omega t + \alpha + 120^\circ); \\ E_{cb}(t) &= k\omega\Phi_0 \sin(\omega t + \alpha + 240^\circ), \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання ротора;

$\Phi_0$  – магнітний потік;

$k$  – коефіцієнт пропорційності;

$\alpha$  – початкова фаза.

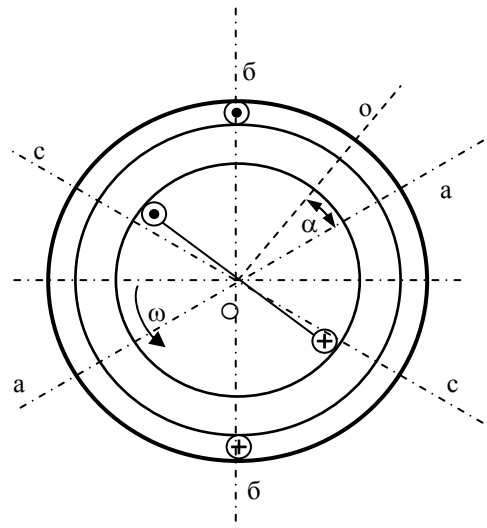


Рис. 1. Модель неявнополюсного трифазного синхронного генератора

Очевидно, що як і у трансформатора, при співпаданні вісі фази і повздовжньої вісі ротора синхронного генератора між ними буде максимальна взаємодукація, потім по мірі руху ротора вона буде зменшуватися і досягне попереднього максимального значення при повороті ротора на  $180^\circ$ , аналітично це можна виразити

$$M = M_0 |\cos(\omega t)|,$$

де  $M_0$  – взаємодукація при співпаданні вісі ротора і однієї з обмоток статора.

Враховуючи, що магнітний потік  $F_0$ , обумовлений постійним струмом збудження, сталий, а ЕРС генератора пропорційна швидкості обертання ротора, та беручи до уваги рівняння (2), запишемо у відповідності за фазами А,Б і С:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega c_e i_{z0} \sin(\omega t) = (r_s + R) i_{sa}(t) + L_s i'_{sa}(t) - \\ - M_0 |\cos(\omega t)| i'_{tra}(t); \\ M_0 |\cos(\omega t)| i'_{sa}(t) = r_r i_{tra}(t) + L_r i'_{tra}(t); \\ \omega c_e i_{z0} \sin(\omega t + 120^\circ) = (r_s + R) i_{sb}(t) + L_s i'_{sb}(t) - \\ - M_0 |\cos(\omega t + 120^\circ)| i'_{trb}(t); \\ M_0 |\cos(\omega t + 120^\circ)| i'_{sb}(t) = r_r i_{trb}(t) + L_r i'_{trb}(t); \\ \omega c_e i_{z0} \sin(\omega t + 240^\circ) = (r_s + R) i_{sc}(t) + L_s i'_{sc}(t) - \\ - M_0 |\cos(\omega t + 240^\circ)| i'_{trc}(t); \\ M_0 |\cos(\omega t + 240^\circ)| i'_{sc}(t) = r_r i_{trc}(t) + L_r i'_{trc}(t), \end{array} \right. \quad (3)$$

де  $L_s$ ,  $r_s$ ,  $L_r$ ,  $r_r$  – індуктивність та активний опір статора і ротора відповідно;

$i_s$ ,  $i'_s$  – струм статора та його похідна по кожній із фаз в відповідності з індексом фази;

$i_{tr}$ ,  $i'_{tr}$  – трансформаторна складова струму ротора та його похідна;

$i_{z0}$  – усталений струм збудження, що відповідає номінальній напрузі генератора при незначному навантаженні (холостий хід);

$R$  – активне навантаження в колі статора;

$M_0$  – максимальна взаємодуктивність обмотки статора і ротора, коли їх вісі співпадають;

$c_e$  – коефіцієнт пропорційності.

В рівнянні (3) холостий хід генератора імітується значним опором  $R$  навантаження, це обумовлено тим, щоб не змінювалася структура рівнянь при переході до наступного етапу навантаження генератора. При обертанні ротора (неявнополюсного) в магнітному полі струму статора (навантаження) в ньому виникне обертова ЕРС, яка буде залежати від швидкості обертання ротора та його положення. Очевидно максимальною ця ЕРС буде тоді, коли вісь ротора зорієнтується перпендикулярно вісі статора, тобто буде змінюватися по закону синуса. Магнітний потік, обумовлений обертовим струмом ротора, в свою чергу наводить обертову ЕРС в обмотці статора, що також буде змінюватися по закону синуса, і врівноважуватиме ЕРС, обумовлену струмом збудження. Таким чином можемо записати

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega c_e i_{z0} \sin(\omega t) = (r_s + R) i_{sa}(t) + L_s i'_{sa}(t) - \\ - M_0 |\cos(\omega t)| i'_{tra}(t) + c_e |\sin(\omega t)| \cdot i_{va}(t) \omega_0; \\ M_0 |\cos(\omega t)| i'_{sa}(t) = r_r i_{tra}(t) + L_r i'_{tra}(t); \\ c_e |\sin(\omega t)| \cdot i_{sa}(t) \omega_0 = r_r i_{va}(t) + L_r i'_{va}(t); \\ \omega c_e i_{z0} \sin(\omega t + 120^\circ) = (r_s + R) i_{sb}(t) + L_s i'_{sb}(t) - \\ - M_0 |\cos(\omega t + 120^\circ)| i'_{trb}(t) + c_e |\sin(\omega t + 120^\circ)| \cdot i_{vb}(t) \omega_0; \\ M_0 |\cos(\omega t + 120^\circ)| i'_{sb}(t) = r_r i_{trb}(t) + L_r i'_{trb}(t); \\ c_e |\sin(\omega t + 120^\circ)| \cdot i_{sb}(t) \omega_0 = r_r i_{vb}(t) + L_r i'_{vb}(t); \\ \omega c_e i_{z0} \sin(\omega t + 240^\circ) = (r_s + R) i_{sc}(t) + L_s i'_{sc}(t) - \\ - M_0 |\cos(\omega t + 240^\circ)| i'_{trc}(t) + c_e |\sin(\omega t + 240^\circ)| \cdot i_{vc}(t) \omega_0; \\ M_0 |\cos(\omega t + 240^\circ)| i'_{sc}(t) = r_r i_{trc}(t) + L_r i'_{trc}(t); \\ c_e |\sin(\omega t + 240^\circ)| \cdot i_{sc}(t) \omega_0 = r_r i_{vc}(t) + L_r i'_{vc}(t), \end{array} \right. \quad (4)$$

де  $i_v(t)$ ,  $i'_v(t)$  – струм в колі ротора, обумовлений його обертанням та його похідна (в відповідності по кожній із фаз);

$\omega_0$  – усталена кутова швидкість обертання ротора.

Наступним кроком передбачимо стабілізацію напруги генератора при збільшенні навантаження, очевидно при його збільшенні слід збільшувати струм збудження, рівняння для кола збудження має вигляд

$$U_{z0} = r_r i_z(t) + L_r i'_z(t), \quad (5)$$

де  $U_{z0}$  – постійна напруга живлення кола збудження;

$i_z(t)$ ,  $i'_z(t)$  – додатковий струм збудження та його похідна, обумовлені зміною опору в колі збудження.

В дійсності для зміни потоку збудження використовують регулювання шляхом зміни напруги збудження, але для відпрацювання програми доцільно попередньо використати зміну опору кола збудження. Крім додаткового рівняння (5) в загальній системі з'являться члени  $\omega c_e [i_{z0} + k i_z(t)]$ , де  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Наступним кроком слід врахувати можливу зміну швидкості обертання ротора при зміні навантаження, тобто перейдемо до розгляду електромеханічних перехідних процесів, вони описуються рівнянням

$$M_T - M_e = j \frac{d\omega(t)}{dt}, \quad (6)$$

де  $M_T$  – момент, що розвиває турбіна;

$M_e$  – електромагнітний момент опору, обумовлений навантаженням генератора;

$j$  – момент інерції системи генератор – турбіна;

$\omega(t)$  – швидкість обертання ротора.

Електромагнітний момент в миттєвих значеннях [12] дорівнює:

$$M_e(t) = c_m i_s(t) \cdot [i_{tr}(t) + i_v(t)], \quad (7)$$

де  $c_m$  – коефіцієнт пропорційності.

Швидкість обертання турбіни залежить від активного навантаження генератора і виражається залежністю

$$\omega(t) = \omega_0 - \lambda \cdot P(t), \quad (8)$$

де  $\omega_0$  – певна швидкість, яка залежить від того, на якій статичній характеристиці працює турбіна;

$\lambda$  – коефіцієнт пропорційності;

$P$  – потужність, що віддається на генератор.

В нашому випадку доречно отримати залежність швидкості від моменту, користуючись відомим виразом  $P = \omega \cdot M$ , отримаємо

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \omega_0 - \lambda \cdot M(t) \cdot \omega(t); \\ \lambda \cdot M_T(t) \cdot \omega(t) &= \omega_0 - \omega(t), \end{aligned}$$

звідки 
$$M_T(t) = \frac{\omega_0 - \omega(t)}{\lambda \omega(t)}. \quad (9)$$

Таким чином, при збільшенні активного навантаження генератора ми будемо змінювати статизм турбіни, тобто змінювати  $\omega_0$ . Тепер можемо записати рівняння (6) в миттєвих значеннях:

$$\frac{\omega_0 - \omega(t)}{\lambda \omega(t)} - c_m i_s(t) \cdot [i_{tr}(t) + i_v(t)] = j \frac{d\omega}{dt}. \quad (10)$$

Вважаємо, що індуктивності і активні опори кожної фази однакові, індуктивність, активний опір та швидкість ротора спільна для усіх фаз, загальний електромагнітний момент відповідає сумі електромагнітних моментів по кожній із фаз. Можемо записати загальну систему рівнянь електромагнітних і електромеханічних процесів неявнополюсного син-

хронного генератора:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega(t) c_e [i_{z0} + k i_z(t)] \sin[\omega(t) \cdot t] &= (r_s + R) i_{sa}(t) + L_s i'_{sa}(t) - \\ &- M_0 \left| \cos[\omega(t) \cdot t] \right| i'_{tra}(t) + c_e \left| \sin[\omega(t) \cdot t] \right| \cdot i_{va}(t) \omega(t); \\ M_0 \left| \cos[\omega(t) \cdot t] \right| i'_{sa}(t) &= r_r i_{tra}(t) + L_r i'_{tra}(t) \\ c_e \left| \sin[\omega(t) \cdot t] \right| \cdot i_{sa}(t) \omega(t) &= r_r i_{va}(t) + L_r i'_{va}(t); \\ \omega(t) c_e [i_{z0} + k i_z(t)] \sin[\omega(t) \cdot t + 120^\circ] &= (r_s + R) i_{sb}(t) + \\ &+ L_s i'_{sb}(t) - M_0 \left| \cos[\omega(t) \cdot t + 120^\circ] \right| i'_{trb}(t) + \\ &+ c_e \left| \sin[\omega(t) \cdot t + 120^\circ] \right| \cdot i_{vb}(t) \omega(t); \\ M_0 \left| \cos[\omega(t) \cdot t + 120^\circ] \right| i'_{sb}(t) &= r_r i_{trb}(t) + L_r i'_{trb}(t) \quad (11) \\ c_e \left| \sin[\omega(t) \cdot t + 120^\circ] \right| \cdot i_{sb}(t) \omega(t) &= r_r i_{vb}(t) + L_r i'_{vb}(t); \\ \omega(t) c_e [i_{z0} + k i_z(t)] \sin[\omega(t) \cdot t + 240^\circ] &= (r_s + R) i_{sc}(t) + \\ &+ L_s i'_{sc}(t) - M_0 \left| \cos[\omega(t) \cdot t + 240^\circ] \right| i'_{trc}(t) + \\ &+ c_e \left| \sin[\omega(t) \cdot t + 240^\circ] \right| \cdot i_{vc}(t) \omega(t); \\ M_0 \left| \cos[\omega(t) \cdot t + 240^\circ] \right| i'_{sc}(t) &= r_r i_{trc}(t) + L_r i'_{trc}(t) \\ c_e \left| \sin[\omega(t) \cdot t + 240^\circ] \right| \cdot i_{sc}(t) \omega(t) &= r_r i_{vc}(t) + L_r i'_{vc}(t); \\ U_{z0} &= r_r i_z(t) + L_z i'_z(t); \\ \frac{\omega_0 - \omega(t)}{\lambda \omega(t)} - c_m i_{sa}(t) \cdot [i_{tra}(t) + i_{va}(t)] &+ \frac{\omega_0 - \omega(t)}{\lambda \omega(t)} - \\ - c_m i_{sb}(t) \cdot [i_{trb}(t) + i_{vb}(t)] &+ \frac{\omega_0 - \omega(t)}{\lambda \omega(t)} - \\ - c_m i_{sc}(t) \cdot [i_{trc}(t) + i_{vc}(t)] &= j \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned} \right.$$

Рішення системи диференціальних рівнянь (11) для одного з режимів наведено на рис. 2.

Маємо систему, що складається з турбіни, генератора та навантаження. В діапазоні  $0 - t_1$  турбіна працює на номінальній швидкості на холостому ході, вмикається збудження, напруга досягає номінальних значень;  $t_2$  – збільшилось активне навантаження на генераторі, внаслідок чого зменшилась напруга генератора та збільшився струм статора, частково зменшились оберти;  $t_3$  – за рахунок збільшення струму збудження підвищилась напруга генератора до номінальної і відповідно збільшився струм статора, турбіна переводиться на іншу статичну характеристику, що призводить до певного збільшення обертів.

## Висновки

Запропонована модель дозволяє досліджувати різноманітні перехідні процеси, що мають місце в

енергосистемі, яку можна звести до первинного двигуна, синхронного генератора, мережі та навантаження.

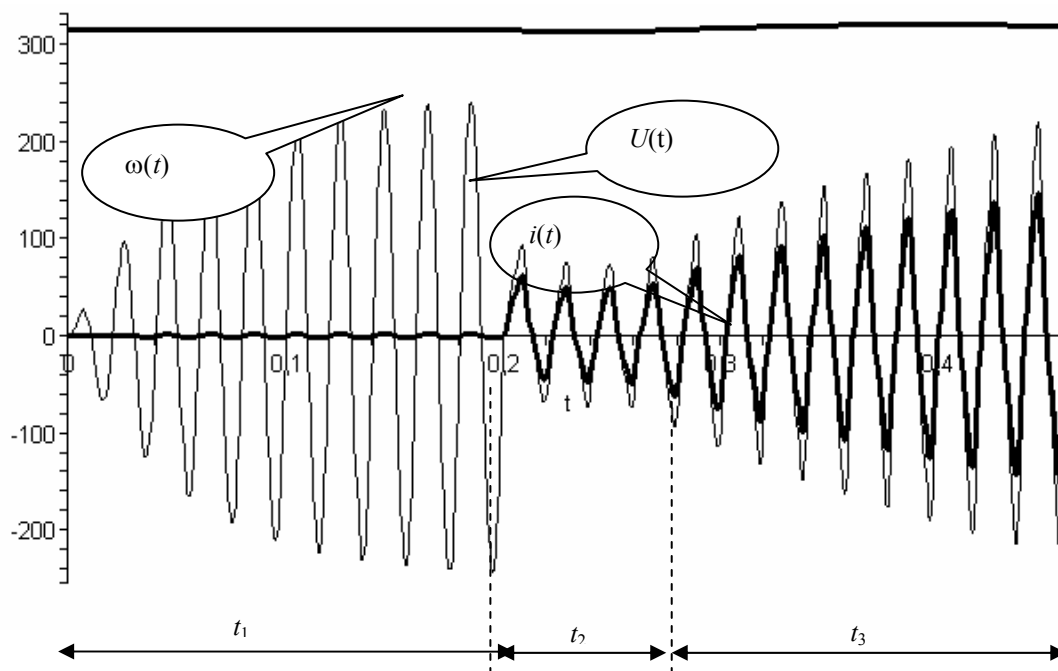


Рис. 2. Перехідні режими енергосистеми

## Література

1. Карлащук В.И. Электронная лаборатория на IBM PC. – М.: Солон-Р, 1999. – 506 с.
2. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 2001. – 403 с.
3. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. – М.: Энергия, 1980.
4. Казовский Б.Я. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. – М.: АН СССР, 1962. – 624 с.
5. Пиотровский Л.М. Электрические машины. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1958. – 512 с.
6. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы. – М., Л.: Энергия, 1964. – 703 с.
7. Ковач К.П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1936. – 743 с.
8. Баптиданова Л.Н. Электрические сети и станции. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 464 с.

9. Дорохов О.В. Снижения динамических перевантажений с целью повышения надёжности асинхронных генераторов вітроелектроагрегатів, які працюють паралельно з мережею: Дис...канд. техн. наук. – Х.: ХПІ, 2005.

10. Домышев А.В., Осак А.Б. Блок анализа динамической устойчивости для ПВК АНАРЭС-2000 // Современные программные средства для расчета и оценивания состояния режимов электроэнергетических систем.: Материалы науч.-практич. семинара. – Иркутск: ИДУЭС, 2001. – С. 20-23.

11. Ковалев В.Д. Противоаварийное управление электроэнергетическими системами // Электричество. – 2001. – № 9. – С. 38-45.

12. Панченко А.М. Математична модель асинхронного двигуна // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 2 (6). – С. 55-58.

Надійшла до редакції 16.01.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Б.Ф. Самойленко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.