

УДК 62-50+007.52

Ю.П. КОНДРАТЕНКО, А.С. ШИШКИН

*Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, Украина***СИНТЕЗ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ  
ДАТЧИКОВ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ**

Статья посвящена разработке регрессионных моделей магнитных систем датчиков проскальзывания, анализу влияния точности математических моделей на уровень гарантоспособности и надежности элементов адаптивных робототехнических систем, функционирующих в условиях изменяющихся параметров объекта манипулирования в процессе выполнения технологических операций. Приведены результаты статистического анализа синтезированных регрессионных моделей для трех различных магнитных систем. Обсуждаются результаты сравнительного анализа полученных линейных и нелинейных регрессионных математических моделей.

**датчики проскальзывания, магнитные системы, регрессионные модели, точность, надежность****Введение**

Современные адаптивные робототехнические системы (РТС) широко используются для решения задач перемещения объектов манипулирования с изменяющимися параметрами. Основу таких РТС составляют современные сенсорные системы и информационные технологии. Именно надежность и отказоустойчивость сенсорных систем роботов во многом определяет гарантоспособность адаптивных РТС в целом. Большое значение в современной робототехнике имеют системы очувствления на основе датчиков проскальзывания (ДП), которые позволяют корректировать величину сжимающего усилия схватов роботов при изменении массы объекта манипулирования, исключая его повреждение или деформацию. Как правило, при разработке и исследовании новых ДП требуется [1, 2, 3, 6, 8]: а) проведение экспериментальных исследований для определения чувствительности, разрешающей способности и других характеристик ДП; б) построение математических моделей ДП, в частности, для определения амплитудных значений пробных движений роботов.

Надежность сенсорных систем адаптивных РТС во многом зависит от чувствительности датчиков проскальзывания. Сенсорная система более высокой

чувствительности обладает большей гарантоспособностью для своевременной и точной корректировки сжимающего усилия. Ряд существующих ДП для идентификации сигналов проскальзывания требуют значительных перемещений при пробных движениях роботов и часто не обеспечивают регистрацию сигналов в масштабе реального времени. На гарантоспособность таких ДП влияет возможность ложного срабатывания при изменениях внешней среды, что ограничивает их применение для автоматизации современных быстродействующих технологических процессов. Это приводит к необходимости создания ДП нового типа или к модификации известных схемотехнических решений с целью повышения их технических характеристик и расширения области применения ДП в РТС [2, 7, 9].

При разработке и создании новых ДП целесообразно проведение экспериментальных исследований с учетом различных режимов работы РТС, а также с учетом изменяющихся условий внешней среды и параметров объектов манипулирования. Вместе с тем, при разработке сенсорных систем РТС на основе новых ДП важную роль играют математические модели ДП, от точности которых зависит надежность сенсорных систем и РТС в целом. Как правило, математическая модель ДП представляет собой

функциональную зависимость выходного сигнала датчика от величины перемещения объекта манипулирования в схвате робота. Следовательно, адекватность математической модели существенно влияет на точность и скорость регистрации проскальзывания объекта манипулирования, а также на чувствительность сенсорной системы адаптивных РТС [5, 9].

**Целью данной статьи** является синтез линейных регрессионных математических моделей на основе результатов экспериментальных исследований трех типов магнитных систем разработанного автотрама ДП нового типа, построение соответствующих нелинейных регрессионных математических моделей, а также сравнительный анализ влияния точности синтезированных математических моделей на уровень гарантийности и надежности элементов адаптивных РТС.

**Линейная регрессионная математическая модель магнитного датчика проскальзывания**

Синтез математической модели будем осуществлять на основе результатов экспериментальных исследований физической модели разработанного автотрама магнитного датчика проскальзывания [4]. Эксперимент проведен для трех различных магнитных систем на основе постоянных магнитов: ПМ<sub>1</sub>, ПМ<sub>2</sub>, ПМ<sub>3</sub>. В результате проведения экспериментов получены зависимости выходного напряжения  $U_{ДХ}$  регистрирующего элемента (датчика Холла) от перемещения  $\Delta l$  чувствительного элемента. Для каждой магнитной системы (ПМ<sub>1</sub>, ПМ<sub>2</sub>, ПМ<sub>3</sub>) произведено  $n = 17$  измерений выходного напряжения  $U_{ДХi}$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) регистрирующего элемента для различных значений параметра  $\Delta l$ . Результаты экспериментальных исследований [5] приведены в табл. 1.

В основу синтеза математических моделей положено использование статистических методов построения и оценки парных зависимостей [3]. В част-

ности, задача линейного регрессионного анализа методом наименьших квадратов состоит в формировании линии регрессии, зная положение  $n$  точек на плоскости. При этом сумма  $Z$  квадратов отклонений  $\Delta_i^2$  этих точек вдоль оси ординат от проведенной линии регрессии должна быть минимальной.

Таблица 1

Результаты экспериментальных исследований

№ измерения, $n$	Смещение $\Delta l$ , мм	Значение $U_{ДХ}, В$ для магнитной системы ПМ <sub><math>j</math></sub> , $j=1,2,3$		
		$M_1$	$M_2$	$M_3$
1	-8	3,2	3,37	4,5
2	-7	3,12	3,26	4,37
3	-6	3,08	3,19	4,26
4	-5	3,01	3,12	4,12
5	-4	2,96	3,04	4,02
6	-3	2,91	2,99	3,9
7	-2	2,85	2,95	3,8
8	-1	2,81	2,91	3,7
9	0	2,76	2,88	3,62
10	1	2,71	2,84	3,54
11	2	2,67	2,8	3,49
12	3	2,65	2,78	3,42
13	4	2,63	2,76	3,36
14	5	2,61	2,74	3,32
15	6	2,59	2,72	3,26
16	7	2,57	2,71	3,21
17	8	2,55	2,7	3,18

Уравнение регрессии при проведении вычислений с использованием классического метода линейного регрессионного анализа должно быть линейным по параметрам или допускать возможность линеаризации [3]. На основе полученных экспериментальных данных осуществляем парный линейный регрессионный анализ с использованием уравнения прямой:

$$y(x) = b_0 + b_1 x, \tag{1}$$

где  $x$  – параметр;  $b_0, b_1$  – постоянные коэффициенты;  $\hat{y}(x)$  – аналитическая функция отклика.

Задачу метода наименьших квадратов аналитически можно выразить следующим образом:

$$Z = \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 \rightarrow \min, \tag{2}$$

где  $\Delta_i$  – отклонение вдоль оси ординат значения аналитической функции отклика  $\hat{y}(\Delta l_i)$  от экспе-

риментального значення  $U_{ДХi}$ .

Для фізическої моделі ДП можна записати:

$$Z = \sum_{i=1}^n [U_{ДХi} - (b_0 + b_1 \Delta l_i)]^2 \rightarrow \min, i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Построенная на основе условия (3) линия регрессии позволяет с определенной вероятностью предсказать в интервале  $\Delta l \in [\Delta l_1; \Delta l_n]$  значения функции  $\hat{y}$ , отсутствующие в таблице результатов экспериментальных исследований.

Для решения поставленной задачи с учетом (3) необходимо в каждом конкретном случае вычислить значения коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$ , обеспечивающие минимизацию суммы отклонений  $Z$ . Для этого определим частные производные функции  $Z$  по коэффициентам  $b_0$  и  $b_1$  и приравняем их к нулю:

$$\begin{cases} \frac{dZ}{db_0} = \sum_{i=1}^n 2[U_{ДХi} - (b_0 + b_1 \Delta l_i)] = 0; \\ \frac{dZ}{db_1} = \sum_{i=1}^n 2[U_{ДХi} - (b_0 + b_1 \Delta l_i)] \Delta l_i = 0. \end{cases} \quad (4)$$

После некоторых преобразований получим:

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \sum_{i=1}^n U_{ДХi}; \\ b_0 \sum_{i=1}^n \Delta l_i + b_1 \sum_{i=1}^n \Delta l_i^2 = \sum_{i=1}^n (\Delta l_i U_{ДХi}). \end{cases} \quad (5)$$

Определяем параметры  $b_0, b_1$ , решая систему уравнений (5):

$$\left\{ \begin{aligned} b_0 &= \frac{\sum_{i=1}^n U_{ДХi} \sum_{i=1}^n \Delta l_i^2 - \sum_{i=1}^n U_{ДХi} \sum_{i=1}^n (\Delta l_i U_{ДХi})}{n \sum_{i=1}^n \Delta l_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n \Delta l_i \right)^2}; \\ b_1 &= \frac{n \sum_{i=1}^n \Delta l_i U_{ДХi} - \sum_{i=1}^n \Delta l_i \sum_{i=1}^n U_{ДХi}}{n \sum_{i=1}^n \Delta l_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n \Delta l_i \right)^2}. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Рассчитывая коэффициенты  $b_0, b_1$  на основе (6), получим уравнения регрессии вида (1):

а) для магнитной системы ПМ<sub>1</sub>:

$$y_{M1}(\Delta l) = 2,8047 - 0,040564 \Delta l; \quad (7)$$

б) для магнитной системы ПМ<sub>2</sub>:

$$y_{M2}(\Delta l) = 2,9271 - 0,039338 \Delta l; \quad (8)$$

в) для магнитной системы ПМ<sub>3</sub>:

$$y_{M3}(\Delta l) = 3,17 - 0,082206 \Delta l. \quad (9)$$

Полученные уравнения регрессии (7) – (9) являются математическими моделями магнитного ДП, сформированными на основе результатов экспериментальных исследований (табл. 1).

### Анализ статистических характеристик синтезированных линейных моделей

Для сравнения с результатами экспериментальных исследований построим линии регрессии на основе математических моделей (–(9):

а) для магнитной системы ПМ<sub>1</sub> (рис. 1):

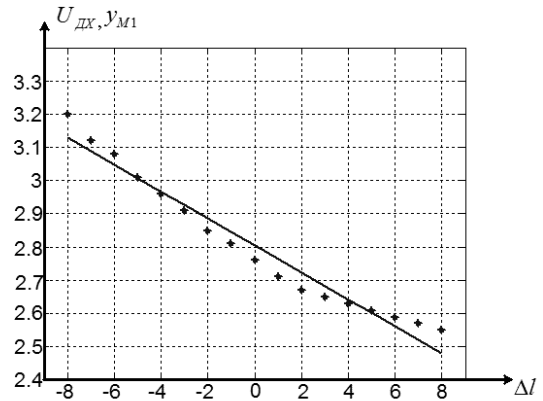


Рис. 1. Экспериментальная зависимость  $U_{ДХ}(\Delta l)$  для магнитной системы ПМ<sub>1</sub> и ее линейная регрессионная модель  $y_{M1}(\Delta l)$

б) для магнитной системы ПМ<sub>2</sub> (рис. 2):

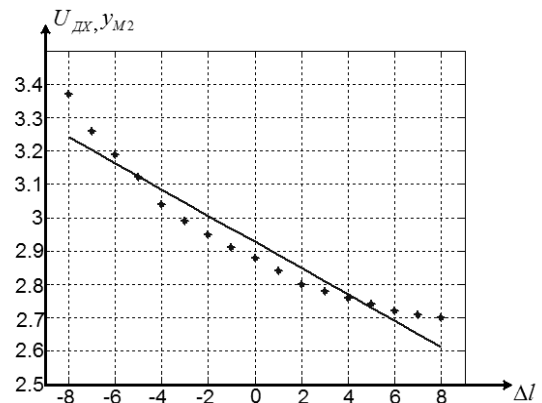


Рис. 2. Экспериментальная зависимость  $U_{ДХ}(\Delta l)$  для ПМ<sub>2</sub> и ее линейная модель  $y_{M2}(\Delta l)$

в) для магнитной системы ПМ<sub>3</sub> (рис. 3):

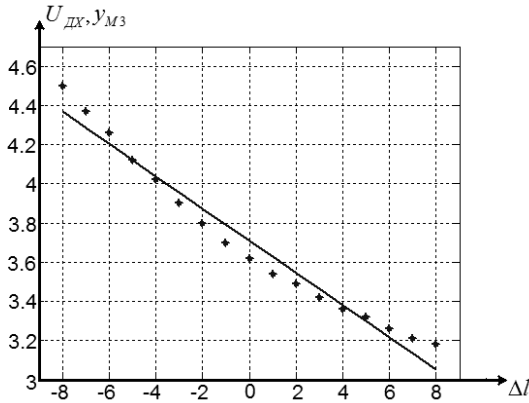


Рис. 3. Экспериментальная зависимость  $U_{DX}(\Delta l)$  для магнитной системы ПМ<sub>3</sub> и ее линейная регрессионная модель  $y_{M3}(\Delta l)$

Экспериментальные значения  $U_{DXi}$  имеют стохастическую связь с полученными уравнениями регрессий (7) – (9). Для оценки достоверности [3] полученных линейных уравнений регрессий (7) – (9) определим коэффициент парной корреляции  $r \in [-1; 1]$ :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i U_{DXi}) - (1/n) \sum_{i=1}^n \Delta_i \sum_{i=1}^n U_{DXi}}{\sqrt{\left[ \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \Delta_i \right)^2 \right] \left[ \sum_{i=1}^n U_{DXi}^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n U_{DXi} \right)^2 \right]}} \quad (10)$$

На основании (10) определим модули коэффициентов корреляции  $r$  для полученных уравнений регрессий (7) – (9):

а) для магнитной системы ПМ<sub>1</sub>:  $|r_{M1}| = 0,98041$ ;

б) для магнитной системы ПМ<sub>2</sub>:  $|r_{M2}| = 0,9615$ ;

в) для магнитной системы ПМ<sub>3</sub>:  $|r_{M3}| = 0,98389$ .

Для проверки значимости уравнения регрессии в целом с использованием F-критерия Фишера ( $F$ ) общую дисперсию ( $S_y^2$ ) сравнивают с остаточной дисперсией ( $S^2_{ост}$ ) [3]:

$$\overline{S_y^2} = \frac{\sum_{i=1}^n U_{DXi}^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n U_{DXi} \right)^2}{n-1}; \quad (11)$$

$$\overline{S^2_{ост}} = \frac{\sum_{i=1}^n (U_{DXi} - y)^2}{n-2}; \quad (12)$$

$$F = \frac{S_y^2}{S^2_{ост}}. \quad (13)$$

В результате вычислений получено:

а) для магнитной системы ПМ<sub>1</sub>:

$$\overline{S_y^2}_{M1} = 0,043651, \quad \overline{S^2_{остM1}} = 0,0018063, \quad F_{M1} = 24,167;$$

б) для магнитной системы ПМ<sub>2</sub>:

$$\overline{S_y^2}_{M2} = 0,042685, \quad \overline{S^2_{остM2}} = 0,0034383, \quad F_{M2} = 12,414;$$

в) для магнитной системы ПМ<sub>3</sub>:

$$\overline{S_y^2}_{M3} = 0,17801, \quad \overline{S^2_{остM3}} = 0,0060676, \quad F_{M3} = 29,338.$$

F-критерий Фишера  $F_{Mj}$  служит качественным показателем предсказания для полученных функций (7) – (9) и показывает, насколько уравнение регрессии лучше предсказывает результаты экспериментов по сравнению со средним значением

$$\overline{U_{DX}} = \left( \sum_{i=1}^n U_{DXi} \right) / n.$$

В статистической практике принято считать корреляционную связь заметной при  $|r| > 0,5$  и достаточно тесной при  $|r| > 0,8$  [3, 10]. Следовательно, полученные математические модели (7) – (9) достаточно описывают результаты эксперимента.

### Сравнительный анализ линейных и нелинейных регрессионных моделей магнитных систем датчиков проскальзывания

При детальном рассмотрении графиков (рис. 1 – 3) замечен явно выраженный нелинейный характер экспериментальных зависимостей. В неявном случае результаты эксперимента располагались бы хаотично относительно прямых линий регрессий, т.е. остатки регрессий  $\Delta_i$  чередовались бы случайным образом по величине и по знаку. На рис. 1 – 3 имеет

место следующая тенденция: остатки  $\Delta_i$  сначала положительны, потом отрицательны, а затем – снова положительны.

Следовательно, целесообразно рассмотреть также нелинейную регрессионную математическую модель на основе экспериментальных данных (табл. 1), которая возможно обеспечит меньшую остаточную дисперсию  $\overline{S^2}_{ост}$ , т.е. лучше предскажет результаты экспериментов.

На основе экспериментальных данных осуществим парный нелинейный регрессионный анализ для магнитной системы ПМ<sub>1</sub> с использованием уравнений [3, 10]:

а) экспоненциальной кривой

$$y_e(x) = c_0 + c_1 e^{-x}; \quad (14)$$

б) квадратичной функции

$$y_q(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2. \quad (15)$$

Используя линеаризующие преобразования, вычисляем для экспоненциальной кривой (14) коэффициенты  $c_0$  и  $c_1$ . Оптимизированная экспоненциальная модель в соответствии с (14) имеет вид:

$$y_{eM1}(\Delta l) = 2,7529 + 18,8 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-\Delta l}. \quad (16)$$

На рис. 4 приведен график полученной функции регрессии (сплошная линия) и результаты экспериментальных исследований:

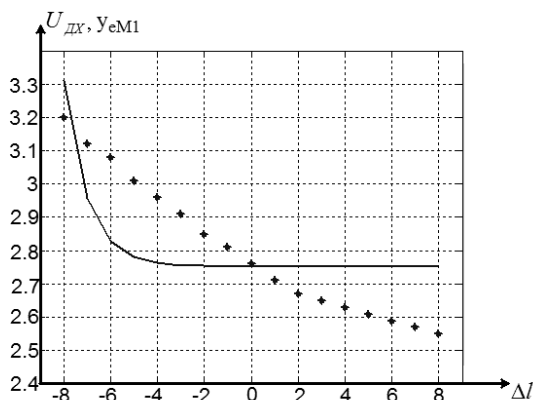


Рис. 4. Экспериментальная зависимость  $U_{ДХ}(\Delta l)$  для магнитной системы ПМ<sub>1</sub> и ее экспоненциальная регрессионная модель  $y_{eM1}(\Delta l)$

F-коэффициент Фишера  $F_{eM1}$  для данной математической модели (16) рассчитывается по формуле (13):

$$F_{eM1} = 1,7005.$$

Из рис. 4 видно, что полученная функциональная зависимость (16) предсказывает результаты эксперимента хуже линейной зависимости (7), что также подтверждается соотношением

$$F_{eM1} \ll F_{M1}.$$

На основе данных экспериментальных исследований физической модели ДП с магнитной системой ПМ<sub>1</sub>, используя линеаризующие преобразования, определим также для нелинейной зависимости (15) коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$ . Оптимизированная нелинейная модель в соответствии с (15) имеет вид:

$$y_{qM1}(\Delta l) = 2,7608 - 40,56 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta l + 18,3 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta l^2. \quad (17)$$

На рис. 5 приведен график полученной функции регрессии (сплошная линия) и результаты экспериментальных исследований:

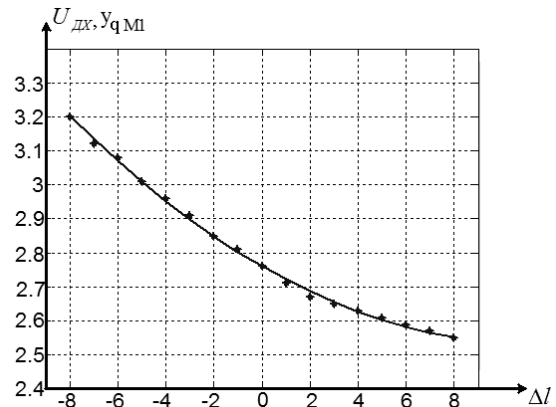


Рис. 5. Экспериментальная зависимость  $U_{ДХ}(\Delta l)$  для магнитной системы ПМ<sub>1</sub> и ее нелинейная регрессионная модель  $y_{qM1}(\Delta l)$

Определим коэффициент Фишера  $F_{qM1}$  для данной математической модели (17):

$$F_{qM1} = 585,07$$

Сравнительный анализ статистических характеристик регрессионных моделей (7), (16) и (17) для ДП с магнитной системой ПМ<sub>1</sub> показывает, что, в

частности для F-критерия Фишера имеет место соотношение:

$$F_{qM1} \gg F_{M1} \gg F_{eM1}.$$

### Выводы

Сравнительный анализ синтезированных регрессионных моделей линейного, экспоненциального и полиномиального типа для физической модели ДП с магнитной системой ПМ<sub>1</sub> показывает, что математическая модель (17) предсказывает результаты эксперимента в соответствии с F-критерием Фишера в 24,2 раза лучше, чем линейная регрессионная математическая модель (7), и в 343 раза лучше, чем экспоненциальная регрессионная математическая модель (16). Использование полученных математических моделей (8), (9), (17) позволяет определять минимальное значение пробных движений роботов при регистрации сигналов проскальзывания для обеспечения гарантоспособного функционирования адаптивных РТС [2]. Улучшение качества предсказания модели (17) по сравнению с моделью (7) показывает целесообразность проведения дальнейших исследований по формированию нелинейных регрессионных моделей полиномиального типа.

### Литература

1. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 376 с.
2. Кондратенко Ю.П., Шишкин А.С. Программно-аппаратный комплекс для анализа уровня гарантоспособности элементов адаптивных робототехнических систем // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2006. – № 6 (18). – С. 37-43.
3. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1988. – 239 с.
4. Кондратенко Ю.П., Шишкин О.С. Кондратенко В.Ю. Пристрій для реєстрації сигналу проковзування. – Заява на патент України № а 2005 03650 від 18 квітня 2005 року.
5. Кондратенко Ю.П., Шишкин А.С. Экспериментальные исследования магнитного датчика проскальзывания для адаптивных робототехнических систем // *Труды Одесского политехнического университета*. Спецвыпуск. – Одесса, 2005. – С. 47-51.
6. Филаретов В.Ф., Лебедев А.В., Юхимец Д.А. Устройства и системы управления подводных роботов. – М.: Наука, 2005. – 270 с.
7. Kondratenko Y.P. Measurements methods for slip displacement signal registration // *Proc. of Intern. Symposium on Measurement Technology and Intelligent Instruments, Chongqing-Wuhan, China, 1993*, Published by SPIE, USA. – P. 1451-1461.
8. Кондратенко Ю.П., Шишкин А.С. Линеаризованная математическая модель магнитного датчика проскальзывания // П'ята наук.-тех. конф. «Приладобудування 2006: стан і перспективи», Збірник тез доповідей – К.: НТУУ «КПІ», 2006. – С. 142-143.
9. Мельников П.Ю., Шишкин О.С. Сучасні тенденції в проектуванні датчиків прослизання // *Інформаційно-керуючі системи і комплекси: Матеріали Міжн. наук.-тех. конференції студентів, аспірантів, молодих вчених*. – Миколаїв: НУК, 2005. – С. 38-43.
10. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятности и математической статистике. – М.: Наука, 1985. – 640 с.

*Поступила в редакцію 15.02.2007*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.Г. Антошук, Одесский национальный политехнический университет, Одесса.