УДК 65.012

И.В. ЧУМАЧЕНКО, В.А. ВИТЮК, А.А. ЛЫСЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ЗАДАЧА О ПРИВЕДЕНИИ ПОКАЗАТЕЛЯ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ ГЕТЕРОГЕННОЙ ПРОДУКЦИИ К ЗАДАННОМУ УРОВНЮ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Рассмотрены актуальные вопросы формализации процессов финансирования научно-производственных подразделений выполняющих НИОКР, которые направлены на улучшение потребительских свойств объектов производства. Оптимальное распределение финансовых средств между различными темами НИОКР, направленных на улучшение потребительских свойств выпускаемой продукции, в условиях полной информированности управляющего «Центра» о технических возможностях и экономических потребностях научно-производственных подразделений выполняющих НИОКР обеспечивает достижение необходимого уровня конкурентоспособности объектов производства при минимальных затратах.

***Ключевые слова**: конкурентоспособность, научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки, гетерогенная продукция, минимизируемые показатели, максимизируемые показатели, тактико-технические характеристики.*

Введение

В рыночных условиях одной из основных стратегических целей производителей однотипной продукции с дифференцированными потребительскими свойствами является достижение доминирующей позиции на конкретных сегментах рынка путем повышения конкурентоспособности выпускаемых изделий.

Тактико-технические характеристики (ТТХ) объектов производства, отражая их потребительские свойства, определяют собой направления тематики научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок (НИОКР), повышающих уровень конкурентоспособности производимых товаров.

В связи с этим возникает проблема эффективности финансирования различных направлений и тем НИОКР обеспечивающих необходимый уровень конкурентоспособности объектов производства.

Отсутствие работ посвященных количественному анализу сформулированной проблемы делает актуальным вопрос формализации процессов финансирования научно-производственных подразделений выполняющих НИОКР, направленных на улучшение потребительских свойств объектов производства.

Основная часть

Совокупность НИОКР повышающих конкурентоспособность объектов производства может быть рассмотрена как распределенная система, в которой управляющий «Центр» верхнего уровня финансирует «Исполнителей» нижнего уровня, непосредственно выполняющих задания направленные на улучшение отдельных ТТХ выпускаемой продукции.

Управляющий «Центр» осуществляет распределения ограниченных финансовых средств $\rho_i, \ell_i, i=\overline{1,n}$, идущих на образование основных фондов $R_i = R_{0i} + \rho_i$ и оборотных средств $L_i = l_i$, необходимых для функционирования научно-производственных подразделений («Исполнителей» НИОКР), результатом деятельности которых является увеличение Δu_i относительного уровня u_i i -го показателя ТТХ объекта производства.

Технико-технические характеристики объекта производства представляют собой вектор количественных показателей $\overline{P} = P_1, \ldots, P_{n_1}, P_{n_1+1}, \ldots, P_{n_1+n_2}$, величина изменения которых зависит от объёмов финансирования НИОКР. Если компоненты $P_i, i=\overline{1,n_1}$, представляют собой ТТХ, уменьшения которых приводит к увеличению конкурентоспособности объекта производства (так называемые минимизируемые показатели), а величины $P_i, i=\overline{(n_1+1),(n_1+n_2)}$ являются соответственно значениями максимизируемых характеристик, то относительные значения $0 \le u_i \le 1$, $i=\overline{1,(n_1+n_2)}$ потребительских свойств объекта производства определяются следующим образом:

$$u_i = \begin{cases} c_i/P_i, \forall i \in \left\{\overline{1,n}\right\}; \\ P_i/c_i, \forall i \in \left\{\overline{(n_1+1),(n_1+n_2)}\right\}, \end{cases}$$

где c_i, $i = \overline{1,(n_1+n_2)}$, представляют собой абсолютные значения показателей ТТХ идеального (гипотетического) образца объекта производства.

В качестве обобщенной характеристики потребительских свойств объекта производства используется интегральный показатель конкурентоспособности К, формализующий предпочтение потенциальных потребителей на основе экспертных оценок приоритетов различных показателей ТТХ продукции

$$K = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot u_i ,$$

где $n = (n_1 + n_2)$; $\omega_i = \overline{a_i} \Big/ \sum_{i=1}^{n} \overline{a_i}$; $\overline{a_i} = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} \Big/ N$;

$\forall i \in \{\overline{1,n}\}$; a_{ij} – оценка в баллах j-м экспертом приоритета i-го показателя ТТХ; N – количество экспертов.

Функционирование «Исполнителя» i-й темы НИОКР формализуется с помощью факторной модели отображающей зависимость результата деятельности Δu_i от обуславливающих его характеристик (R_i, L_i, u_{oi}) в виде производственной функции с убывающей отдачей, которая строится на основе статистических данных методами регрессионного и корреляционного анализов

$$\Delta u_i = \sigma_i (R_{oi} + \rho_i)^{\alpha_i} \cdot \ell_i^{\beta_i} \cdot u_{oi}^{\gamma_i};\ \forall i \in \{\overline{1,n}\};$$

где σ_i – коэффициент пропорциональности, отражающий влияние на результирующий показатель неучтенных в модели факторов; $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ – параметры модели (коэффициенты регрессии) отражающие степень влияния выбранных факторов на результирующий показатель; R_{oi} – исходная величина основных фондов i-го «Исполнителя»; ρ_i – капиталовложения в основные фонды i-го «Исполнителя»; ℓ_i – величина оборотных средств i-го «Исполнителя»; u_{oi} – исходное значение относительной величины i-го показателя ТТХ изделия.

В условиях полной информированности «Центра» о технических возможностях и экономических потребностях «Исполнителей» проблема эффективного финансирования НИОКР, направленных на повышение конкурентоспособности объектов производства, сводится к задаче оптимального управления, в которой разыскиваются распределения денежных средств

$$\overline{\rho}^* = \rho_1^*, \ldots, \rho_n^*;\ \overline{\ell}^* = \ell_1^*, \ldots, \ell_n^*,$$

доставляющие максимум целевой функции

$$E(\overline{\rho}, \overline{\ell}) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot \sigma_i (R_{oi} + \rho_i)^{\alpha_i} \ell_i^{\beta_i} \cdot u_{oi}^{\gamma_i} \Big/ \sum_{i=1}^{n} (\rho_i + \ell_i)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i \sigma_i (R_{oi} + \rho_i)^{\alpha_i} \cdot \ell_i^{\beta_i} \cdot u_{oi}^{\gamma_i} = \Delta K;$$

$$\rho_i \ge 0, \ell_i > 0, \forall i \in \{\overline{1,n}\},$$

где величины $\omega_i > 0; \sigma_i > 0; R_{oi} > 0; \alpha_i > 0; \beta_i > 0;$

$$\gamma_i < 0,\ 0 < u_{oi} \le 1,\ \forall i \in \{\overline{1,n}\};\ \Delta K > 0$$

являются заданными параметрами, для которых выполняются следующие условия:

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1;\ \Delta K = K - K_0;\ K_0 = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot u_{oi},$$

$$(\alpha_i + \beta_i) < 1\ \forall\ i \in \{\overline{1,n}\};$$

где K_0 – исходный уровень конкурентоспособности объекта производства; K – требуемый уровень конкурентоспособности объекта производства.

Сформулированная задача с учетом следующих преобразований

$$x_i = \left(\omega_i \cdot \sigma_i \cdot u_{oi}^{\gamma_i}\right)^{1/\alpha_i} (R_{oi} + \rho_i);\ \ y_i = \ell_i;$$

$$q_i = \left(\omega_i \cdot \sigma_i \cdot u_{oi}^{\gamma_i}\right)^{-1/\alpha_i};\ \forall i \in \{\overline{1,n}\};$$

эквивалентна задаче нелинейного программирования

$$\min_{x,y} F(\overline{x}, \overline{y}),$$

при ограничениях

$$g(\overline{x}, \overline{y}) = \Delta K;\ \overline{x} \ge \overline{v};\ \overline{y} > 0;$$

где $F(\overline{x}, \overline{y}) = \sum_{i=1}^{n} (q_i x_i + y_i - R_{oi})$; $g(\overline{x}, \overline{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i} y_i^{\beta_i}$;

$$v_i = q_i^{-1} R_{oi};\ i = \overline{1,n}.$$

Матрица Гессе $\nabla^2_{\overline{x},\overline{y}}\, g(\overline{x}, \overline{y}) = \begin{pmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2 & M_3 \end{pmatrix}$,

в которой

$$M_1 = \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j}\right)_{i,j=\overline{1,n}};\ M_2 = \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial y_j}\right)_{i,j=\overline{1,n}};$$

$$M_3 = \left(\frac{\partial^2 g}{\partial y_i \partial y_j}\right)_{i,j=\overline{1,n}}$$

при условии

$$\alpha_i + \beta_i < 1;\ \alpha_i > 0, \beta_i > 0, \forall\ i \in \{\overline{1,n}\}$$

отрицательно определена на множестве

$$H^{2n} = \left\{(\overline{x}, \overline{y}) \in E^{2n} \,\middle|\, x_i > 0, y_i > 0, i = \overline{1,n}\right\}$$

в силу выполнения неравенств:

$$\Delta_{2K-1} < 0;\ \Delta_{2K} > 0;\ K = \overline{1,n},$$

где $\Delta_K, K = \overline{1,2n}$ – последовательные главные миноры матрицы Гессе.

Следовательно, непрерывная и, по крайней мере, дважды непрерывно дифференцируемая функция $g(\bar{x},\bar{y})$ существующая при любых $x_i > 0, y_i > 0$ строго вогнута на множестве H^{2n} при выполнении

$$\alpha_i + \beta_i < 1, \alpha_i > 0, \beta_i > 0, \forall\, i \in \left\{\overline{1,n}\right\}.$$

Тогда принимая во внимание, что целевая функция $F(\bar{x},\bar{y})$ линейна, а множество $Q = \left\{(\bar{x},\bar{y}) \in H^{2n} \middle| g(\bar{x},\bar{y}) \geq \Delta K\right\}$ выпустило, в силу известных теорем выпуклого программирования [1], локальный минимум целевой функции $F(\bar{x},\bar{y})$, находящейся внутри множества Q или на его границе $g(\bar{x},\bar{y}) = \Delta K$, является глобальным минимумом. С точки зрения геометрического истолкования поставленная задача нелинейного программирования состоит в том, что в допустимом множестве

$$G = \left\{(\bar{x},\bar{y}) \in H^{2n} \middle| \bar{x} \geq \bar{v}\right\}$$

отыскивается точка $\left(\bar{x}^*, \bar{y}^*\right)$ принадлежащая выпуклой поверхности $g(\bar{x},\bar{y}) = \Delta K$, где достигается поверхность наименьшего уровня $F(\bar{x},\bar{y}) = \text{const}$, представляющей собой некоторую гиперплоскость в положительном ортанте H^{2n} пространства E^{2n}.

В соответствии с вышеизложенным первый шаг решения поставленной $2n$-мерной задачи нелинейного программирования

$$\min_{x,y} \sum_{i=1}^{n} \left(q_i x_i + y_i - R_{oi}\right);$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i} y_i^{\beta_i} = \Delta K;\ \bar{x} \geq \bar{v};\ \bar{y} > 0$$

состоит в отыскании в положительном ортанте H^{2n} пространства E^{2n} внутреннего решения

$$\bar{x}_o = x_{o1},\ldots,x_{on};\ \bar{y}_o = y_{o1},\ldots,y_{on},$$

которое может быть найдено с помощью метода множителей Лагранжа. Метод позволяет из необходимых условий первого порядка

$$\nabla L\left(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \lambda_0\right) = 0,$$

где $L(\bar{x},\bar{y},\lambda) = F(\bar{x},\bar{y}) + \lambda\left(\Delta K - g(\bar{x},\bar{y})\right)$ при выполнении достаточных условий второго порядка

$$\nabla^2_{\bar{x},\bar{y}} L\left(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \lambda_0\right) > 0$$

получить точку $\left(\bar{x}_0, \bar{y}_0\right)$, доставляющую на множестве

$$Q_1 = \left\{(\bar{x},\bar{y}) \in H^{2n} \middle| g(\bar{x},\bar{y}) = \Delta K\right\}$$

строгий локальный минимум целевой функции $F(\bar{x},\bar{y})$, который будет одновременно и глобальным.

Затем исследуется граница $\bar{x} = \bar{v}$ допустимого множества G. Для чего, фиксируя каждый раз m компонентов вектора $\left(x_1,\ldots,x_n\right)$, решаются $(2n-m)$-мерные задачи Лагранжа в положительном ортанте H^{2n-m} пространства E^{2n-m}, число которых при каждом выбранном $m \in \left\{\overline{1,n}\right\}$ будет

$$C_n^m = n! / \left(m!(n-m)!\right).$$

На последнем этапе вычисляются значения целевой функции $F(\bar{x},\bar{y})$ для всех найденных решений. Наименьшее из них будет искомым минимумом целевой функции $F(\bar{x},\bar{y})$ на множестве

$$G = \left\{(\bar{x},\bar{y}) \in H^{2n} \middle| g(\bar{x},\bar{y}) = \Delta K,\ \bar{x} \geq \bar{v}\right\}.$$

Для выполнения условий второго порядка при $r = \overline{n,2n}$ необходимо и остаточно, чтобы имели место неравенства $\Delta_k > 0;\ k = \overline{1,r}$, где Δ_k – последовательные главные миноры матрицы $\nabla^2_{\bar{x},\bar{y}} L\left(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \lambda_0\right)$ размерности $r \times r$.

С другой стороны из условия положительной определенности вещественной, симметрической матрицы $\nabla^2_{\bar{x},\bar{y}} L\left(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \lambda_0\right)$ размерности $2n \times 2n$ следует положительность всех ее главных миноров [2].

Условия первого порядка эквивалентно выполнению требований:

$$\nabla F(\bar{x}_0, \bar{y}_0) = \lambda_0 \Delta g(\bar{x}_0, \bar{y}_0);\ g\left(\bar{x}_0, \bar{y}_0\right) = \Delta K.$$

Тогда при удовлетворении условий второго порядка при $r = 2n$ решение поставленной задачи нелинейного программирования будет доставляться одной из следующих систем уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial x_k}(\bar{x},\bar{y}) = \lambda \dfrac{\partial g}{\partial x_k}(\bar{x},\bar{y}); \forall k \in J_k; \\ x_t = v_t; \forall t \in J_t; \\ \dfrac{\partial F}{\partial y_i}(\bar{x},\bar{y}) = \lambda \dfrac{\partial g}{\partial y_i}(\bar{x},\bar{y}); i = \overline{1,n}, \end{cases}$$

где $J_k \cup J_t = \left\{\overline{1,n}\right\};\ J_k \cap J_t = \varnothing;\ J_k, J_t = \varnothing,\ \ldots,\ \left\{\overline{1,n}\right\}$, $\lambda \neq 0$.

Для рассматриваемой задачи нелинейного программирования имеет место соотношения

$$\nabla^2_{\bar{x},\bar{y}} L(\bar{x},\bar{y},\lambda) = -\lambda \nabla^2 g(\bar{x},\bar{y})$$

отсюда в силу выполнения условий

$$\nabla^2 g(\bar{x},\bar{y}) < 0; \forall (\bar{x},\bar{y}) \in H^{2n};\ \left(x_0, y_0\right) \in G \subset H^{2n};$$

$$\lambda_0 = \left(\beta_i \cdot x_{oi}^{\alpha_i} \cdot y_{oi}^{\beta_i - 1}\right)^{-1} > 0, \forall \left(\bar{x}_0, \bar{y}_0\right) \in G$$

следует $\nabla^2_{\bar{x},\bar{y}} L\left(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \lambda_0\right) > 0$, что соответствует выполнению условия второго порядка.

Таким образом, решение поставленной задачи математического программирования сводиться к последовательному рассмотрению всех возможных вариантов систем не линейных уравнений и выбору среди полученных решений, удовлетворяющих условиям $\bar{x}_0 \ge \bar{v}, \bar{y}_0 = 0$ одного $\left(\bar{x}^*, \bar{y}^*\right)$, доставляющего наименьшего значения целевой функции $F\left(\bar{x}, \bar{y}\right)$.

Заключение

Полученное решение

$$\bar{x}^* = x_1^*, \ldots, x_n^*; \ \bar{y}^* = y_1^*, \ldots, y_n^*$$

определяет собой оптимальное распределение финансовых средств между различными темами НИОКР, направленных на улучшение потребительских свойств выпускаемой продукции

$$\rho_i^* = \left(\omega_i \cdot \sigma_i\right)^{-1} \cdot \left(x_i^*\right)^{\alpha_i} \cdot u_{oi}^{-\gamma_i} - R_{oi}; \ \ell_i^* = y_i^*; \ i = \overline{1, n},$$

которое в условиях полной информированности управляющего «Центра» о технических возможностях и экономических потребностях научно-производственных подразделений выполняющих НИОКР обеспечивает достижение необходимого уровня конкурентоспособности объектов производства $K = K_0 + \Delta K$ при минимальных затратах.

Литература

1. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор; под ред. А.А. Конюса. – М.: Прогресс, 1975. – 607 с.

2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М .: Наука,1967. – 575 с.

Поступила в редакцию 2.09.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой экономико-математического моделирования В.М. Вартанян, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина, Харьков.

ЗАДАЧА ПРО ПРИВЕДЕННЯ ПОКАЗНИКА КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ ГЕТЕРОГЕННОЇ ПРОДУКЦІЇ ДО ЗАДАНОГО РІВНЯ В УМОВАХ ВИЗНАЧЕНОСТІ

І.В. Чумаченко, В.А. Вітюк, А.О. Лисенко

Розглянуті актуальні питання формалізації процесів фінансування науково-виробничих підрозділів, що виконують НДДКР, які спрямовані на поліпшення споживчих властивостей об'єктів виробництва. Оптимальний розподіл фінансових засобів між різними темами НДДКР, що спрямовані на поліпшення споживчих властивостей продукції, що випускається, в умовах повної інформованості керуючого «Центра» про технічні можливості й економічні потреби науково-виробничих підрозділів, що виконують НДДКР, забезпечує досягнення необхідного рівня конкурентоспроможності об'єктів виробництва при мінімальних витратах.

Ключові слова: конкурентоспроможність, науково-дослідні й дослідно-конструкторські розробки, гетерогенна продукція, мінімізуючі показники, максимізуючі показники, тактико-технічні характеристики

PROBLEM ABOUT REDUCTION OF THE PARAMETER OF COMPETITIVENESS OF HETEROGENEOUS PRODUCTION THE SET LEVEL IN CONDITIONS OF DEFINITENESS

I.V. Chumachenko, V.A. Vityuk, A.A. Lysenko

Pressing questions of formalization of processes of financing of research-and-production divisions of carrying out researches and development which are directed on improvement of consumer properties of objects of manufacture are shown. Optimum distribution of financial assets between various themes of the researches and development directed on improvement of consumer properties of let out of production, in conditions of full knowledge of operating "Center" on technical opportunities and economic needs of research and production divisions of carrying out researches and development provides achievement of a necessary level of competitiveness of objects of manufacture at the minimal expenses.

Key words: competitiveness, research and developmental development, the heterogeneous production, the minimized parameters, maximized parameters, tactics characteristics

Чумаченко Ігорь Владимирович – д-р техн. наук, проф, заведующий кафедрой менеджмента Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: ivchum@mail.ru

Витюк Виталий Антонович – аспирант Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: к602@d6.khai.edu.

Лисенко Антон Александрович – аспирант Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: к602@d6.khai.edu.