

УДК 621.371.322

**И.П. ЗАЙКИН**, А.А. ТКАЧЕНКО, А.А. ТКАЧЕНКО

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина*

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА СИММЕТРИЧНОМ СОЕДИНЕНИИ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ И ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА

*Рассмотрена задача рассеяния аксиально-симметричных  $TM(e)$  – волн в коаксиальной линии и  $TE(H)$  – волн в прямоугольном волноводе на их симметричном стыке при поочередном возбуждении каждого из них. Для строгого решения внутренней краевой задачи использован метод частичных областей. Решение получено в виде бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода относительно амплитуд волн пространственного спектра дифрагированного поля. Задача решена без ограничений на параметры структуры. Для приближений "узкие щели" и геометрической оптики решение системы уравнений получено в явном виде. Приведены результаты численных расчетов в этих приближениях.*

**Ключевые слова:** *рассеяние, поляризация, коаксиальная линия, коэффициенты преобразования, прямоугольный волновод.*

### Введение

Большая информационная емкость СВЧ-диапазона, позволяющая осуществлять многоканальные телефонные и телеграфные связи, а также передачу широкополосных телевизионных сигналов с одновременным повышением качества передачи за счет увеличения полосы частот передаваемых сигналов, требует особого подхода к проектированию совокупности устройств, называемых СВЧ-трактом.

Эта совокупность включает в себя как регулярные отрезки линий передачи, так и нерегулярности, необходимые для соединения отдельных регулярных отрезков, их изгиба, поворота плоскости поляризации, разделения каналов, согласования тракта с передатчиком, антенной и приемником. К элементам и узлам, нарушающим регулярность тракта, относятся реактивные элементы согласующих устройств, соединения, переходы, уголки, тройники, скрутки, направленные ответвители и т.д.

Особое место в этом перечне занимает волноводно-коаксиальный переход, являющийся одновременно и преобразователем типов волн  $e_{0n} \leftrightarrow H_{nm}$ .

**Целью работы** является строгое решение задачи рассеяния электромагнитных волн на симметричном соединении полубесконечной коаксиальной линии (КЛ) с аксиально-симметричными поперечно-магнитными волнами и бесконечного прямоугольного волновода (ПВ) с поперечно-электрическими волнами для определения коэффициентов преобразования на такой структуре.

**Формулирование проблемы.** Волноводно-коаксиальные переходы  $e_{01} \leftrightarrow H_{10}$  давно и широко используются в технике СВЧ, особенно в тех случаях, когда создание прямого волноводного тракта затруднено или невозможно. Но строгое электродинамическое решение такой задачи до сих пор отсутствует.

Рассмотрим структуру, показанную на рис. 1.

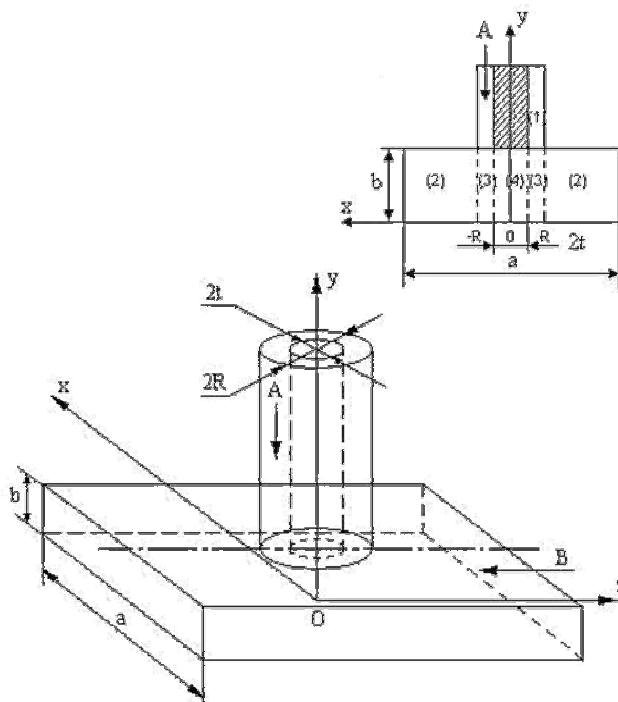


Рис. 1. Симметричное соединение коаксиальной линии и прямоугольного волновода

Положим, что внешняя оболочка КЛ и отверстие связи имеют единичные радиусы ( $R = 1$ ), тогда их периметры будут равны  $\ell = 2\pi R = 2\pi$ . Внутренний радиус КЛ обозначим через  $t$ .

Большой размер волновода обозначим через  $a = a/R$ , а меньший – через  $b = 2\pi r$ , где  $r$  – некоторый малый параметр, равный  $r = b/\ell$ .

Область 1 на рис. 1 представляет собой регулярный участок КЛ, области 2 – регулярные участки ПВ, область 3 – воображаемую полую часть отрезка КЛ, дополняющую ее внутрь ПВ, а область 4 – цилиндрическое продолжение в волновод внутреннего проводника КЛ.

Пусть на соединение со стороны КЛ ( $y > 0$ ) набегают поперечные магнитные  $TM_{0n}$  – волны (или  $e_{0n}$  – волны), а со стороны ПВ ( $z > 0$ ) – поперечно-электрические  $TE_{nm}$  – волны (или  $H_{nm}$  – волны) с амплитудами  $A$  и  $B$ . Постоянные  $A$  и  $B$  могут быть поочередно равны либо единице, либо нулю. При падении волн из КЛ будем принимать  $A = 1$ ,  $B = 0$ , если же волны набегают из ПВ, то  $B = 1$ , а  $A = 0$ .

Тогда дифрагированное на соединении поле будет иметь вид набора волн, отраженных в область 1 (или 2) и проникающих в область 3, а через нее – в области 4 и 2 (или 1). Коэффициенты преобразования на структуре обозначим:  $a_n$  – коэффициенты отражения (или прохождения) из области 3 в область 1;  $b_m$  – коэффициенты прохождения (или отражения) из области 3 в область 2;  $c_n$  – коэффициенты отражения от верхнего и нижнего оснований воображаемой полую части линии внутрь области 3,  $d_m$  – коэффициенты отражения от границ 2-3 в область 3,  $f_n$  – коэффициенты отражения от торца центрального проводника линии и нижней стенки волновода в область 4, а  $l_m$  – коэффициенты отражения от границ 3-4 в область 4.

Зависимость от координаты  $y$  для волн, распространяющихся в КЛ и ее продолжении (область 3), а также в цилиндрической области 4 в направлениях  $\pm y$ , будем представлять в виде

$$\exp(\pm ig_n y) \text{ и } \exp(\pm i\gamma_n y).$$

Продольные постоянные распространения вдоль  $y$  в областях 1 и 3 запишем как

$$g_n = \sqrt{\alpha^2 - h_n^2}, \quad (1)$$

где  $h_n$  – корни уравнения

$$\frac{J_0(h_n)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_0(h_n)}{Y_0(h_n t)} = 0, \quad (2)$$

а в области 4 – как

$$\gamma_n = \sqrt{\alpha^2 - (j_{0n}/t)^2}, \quad (3)$$

где  $j_{0n}$  – корни уравнения

$$J_0(j_{0n}) = 0. \quad (4)$$

В (1) – (3)  $\alpha = 2\pi R/\lambda = 2\pi/\lambda$  – безразмерное волновое число для свободного пространства, а  $J_0(x)$  и  $Y_0(x)$  – функции Бесселя и Неймана нулевого порядка.

Продольные постоянные распространения в ПВ вдоль  $z$  в областях 2 и вдоль  $\rho$  в областях 3 и 4 запишем в виде

$$\tilde{\alpha}_m = \sqrt{\alpha^2 - \alpha_x^2 - \alpha_y^2}, \quad (5)$$

где

$$\alpha_x = \frac{n\pi R}{a} = \frac{n\pi}{a}, \quad \alpha_y = \frac{m\pi R}{b} = \frac{m}{2r} \quad (6)$$

безразмерные поперечные волновые числа по осям  $0x$  и  $0y$  соответственно.

Искомые поля должны удовлетворять уравнениям Максвелла, условиям непрерывности и граничным условиям, а также условиям излучения и на ребре [1].

Основным типом волны в КЛ является волна ТЕМ. Если же средний периметр линии  $\pi(t+R)$  становится равным длине волны  $\lambda$ , в линии возникают волны высших типов, которые разделяются на поперечные магнитные ТМ-волны (или  $e$ -волны) и поперечные электрические ТЕ-волны (или  $h$ -волны).

## Решение проблемы

Класс частных решений уравнений Максвелла для коаксиальных и круглых волноводов будем искать с помощью скалярных собственных функций, выражения для которых в областях 1, 3 и 4 структуры рис. 1 запишем в виде [1, 2]:

$$\begin{aligned} \psi_e^{(1)} = & \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A \delta_n^p e^{-ig_n(y-2\pi r)} + a_n e^{ig_n(y-2\pi r)} \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{J_0(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_0(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\}; \quad (7) \\ \psi_e^{(3)} = & \sum_{n=1}^{\infty} c_n \left\{ e^{ig_n(2\pi r+y)} + e^{ig_n(2\pi r-y)} \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{J_0(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_0(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\} + \\ & + \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m H_0^{(1)}(\tilde{\alpha}_m) J_0(\tilde{\alpha}_m \rho) e^{im \left( \frac{y}{2r} - \pi \right)}; \\ \psi_e^{(4)} = & \sum_{n=1}^{\infty} f_n H_0^{(1)}(j_{0n}) J_0 \left( \frac{j_{0n}}{t} \rho \right) \times \\ & \times \left\{ e^{i\gamma_n(2\pi r+y)} + e^{i\gamma_n(2\pi r-y)} \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0\left(\frac{\tilde{A}_m}{t} \rho\right) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)};$$

где  $\delta_n^p$  – символ Кронекера.

Отличные от нуля составляющие поля определяются из уравнений Максвелла в областях 1, 3 и 4 по формулам:

$$E_y = \left( \alpha^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi_e; \quad \hat{A}_p = \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial y} \psi_e;$$

$$H_\varphi = i \alpha \frac{\partial}{\partial \rho} \psi_e \quad (8)$$

и имеют вид:

– в области 1

$$E_y^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} h_n^2 \left\{ A \delta_n^p e^{-ig_n(2y-\pi r)} + a_n e^{ig_n(y-2\pi r)} \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{J_0(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_0(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\};$$

$$E_\rho^{(1)} = i \sum_{n=1}^{\infty} h_{ne} g_n \left\{ A \delta_n^p e^{-ig_n(y-2\pi r)} - a_n e^{ig_n(y-2\pi r)} \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{J_1(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\}; \quad (9)$$

$$H_\varphi^{(1)} = -i \alpha \sum_{n=1}^{\infty} h_n \left\{ A \delta_n^p e^{-ig_n(y-2\pi r)} + a_n e^{ig_n(y-2\pi r)} \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{J_1(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\},$$

где  $g_n$  определяется формулой (1);

– в области 3

$$E_y^{(3)} = \sum_{n=1}^{\infty} c_n h_{ne}^2 \left\{ e^{ig_n(2\pi r+y)} + e^{ig_n(2\pi r-y)} \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{J_0(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_0(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\} +$$

$$+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \left[ \alpha^2 - \left( \frac{m}{2r} \right)^2 \right] \times$$

$$\times H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0\left(\frac{\tilde{A}_m}{t} \rho\right) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)};$$

$$E_\rho^{(3)} = -i \sum_{n=1}^{\infty} c_n h_{ne} g_n \left\{ e^{ig_n(2\pi r+y)} - e^{ig_n(2\pi r-y)} \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{J_1(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\} - \quad (10)$$

$$-i \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \tilde{A}_m \frac{m}{2r} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1\left(\frac{\tilde{A}_m}{t} \rho\right) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)};$$

$$H_\varphi^{(3)} = -i \alpha \sum_{n=1}^{\infty} c_n h_n \left\{ e^{ig_n(2\pi r+y)} + e^{ig_n(2\pi r-y)} \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{J_1(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\} -$$

$$-i \alpha \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1\left(\frac{\tilde{A}_m}{t} \rho\right) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)};$$

– в области 4

$$E_y^{(4)} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \left( \frac{j_{0n}}{t} \right)^2 H_0^{(1)}(j_{0n}) J_0\left(\frac{j_{0n}}{t} \rho\right) \times$$

$$\times \left\{ e^{iy_n(2\pi r+y)} + e^{iy_n(2\pi r-y)} \right\} +$$

$$+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m \left[ \alpha^2 - \left( \frac{m}{2r} \right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0\left(\frac{\tilde{A}_m}{t} \rho\right) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)};$$

$$E_\rho^{(4)} = -i \sum_{n=1}^{\infty} f_n \frac{j_{0n}}{t} \gamma_{n4} H_0^{(1)}(j_{0n}) J_1\left(\frac{j_{0n}}{t} \rho\right) \times \quad (11)$$

$$\times \left\{ e^{iy_n(2\pi r+y)} - e^{iy_n(2\pi r-y)} \right\} -$$

$$-i \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m \frac{\tilde{A}_m}{t} \frac{m}{2r} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1\left(\frac{\tilde{A}_m}{t} \rho\right) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)};$$

$$H_\varphi^{(4)} = -i \alpha \sum_{n=1}^{\infty} f_n \frac{j_{0n}}{t} H_0^{(1)}(j_{0n}) J_1\left(\frac{j_{0n}}{t} \rho\right) \times$$

$$\times \left\{ e^{iy_n(2\pi r+y)} + e^{iy_n(2\pi r-y)} \right\} -$$

$$-i \alpha \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m \frac{\tilde{A}_m}{t} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1\left(\frac{\tilde{A}_m}{t} \rho\right) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)},$$

где  $\Gamma_m$  определяется формулой (5).

В области 2 выражение для поперечной составляющей электрического поля волны  $H_{nm}$  в соответствии с [3] запишем в виде

$$E_y^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ B \delta_m^p e^{-i\tilde{A}_m(z-R)} + b_m e^{i\tilde{A}_m(z-R)} \right\} \times$$

$$\times e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right), \quad (12)$$

а поперечную и продольную составляющие магнитного поля  $H_x$  и  $H_z$  найдем из уравнений Максвелла:

$$H_x = -\frac{1}{i\alpha} \frac{\partial E_y}{\partial z}, \quad H_z = \frac{1}{i\alpha} \frac{\partial E_y}{\partial x};$$

$$H_x^{(2)} = \frac{1}{\alpha} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{A}_m \left\{ B \delta_m^p e^{-i\tilde{A}_m(z-R)} - b_m e^{i\tilde{A}_m(z-R)} \right\} \times$$

$$\times e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right),$$

$$H_z^{(2)} = \frac{i}{\alpha} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{a} \times \\ \times \left\{ B\delta_m^p e^{-i\tilde{A}_m(z-R)} + b_m e^{i\tilde{A}_m(z-R)} \right\} \times \\ \times e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right),$$

где  $\delta_m^p$  – символ Кронекера.

Из условия непрерывности  $E_\rho^{(1)} = E_\rho^{(3)}$  при  $y = 2\pi r$  в силу выполнения для этой поляризации условия [2]:

$$d_m = d_{-m},$$

получаем

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \tilde{A}_m \frac{m}{2r} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1(\tilde{A}_m \rho) \equiv 0,$$

что приводит к следующей связи между амплитудами  $a_n$  и  $c_n$ :

$$a_n = c_n (e_n^2 - 1) + A\delta_n^p, \quad e_n^2 = e^{4ig_n\pi r}. \quad (13)$$

Выполнение условия непрерывности составляющих  $E_y$  на границе  $\rho = z = R$ ,  $x = 0$  приводит к соотношению

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \left[ \alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0(\tilde{A}_m) e^{im\left(\frac{z}{2r}-\pi\right)} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} c_n h_n^2 \left\{ e^{ig_n(2\pi r+y)} + e^{ig_n(2\pi r-y)} \right\} \times \\ \times \left\{ \frac{J_0(h_n e)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_0(h_n e)}{Y_0(h_n t)} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ B\delta_m^p + b_m \right\} \times \\ \times e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)},$$

которое, в силу выполнения уравнения (2), связывает между собой амплитуды  $d_m$  и  $b_m$ :

$$b_m = d_m \left[ \alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0(\tilde{A}_m) - B\delta_m^p. \quad (14)$$

Из условия непрерывности составляющих  $E_y$  на границе  $\rho = t$  следует соотношение

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n h_n^2 \left\{ e^{ig_n(2\pi r+y)} + e^{ig_n(2\pi r-y)} \right\} \left\{ \frac{J_0(h_n t)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_0(h_n t)}{Y_0(h_n t)} \right\} + \\ + \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \left[ \alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0(\tilde{A}_m t) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} = \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m \left[ \alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0(\tilde{A}_m) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} f_n \left( \frac{j_{0n}}{t} \right)^2 H_0^{(1)}(j_{0n}) J_0(j_{0n}) \times \\ \times \left\{ e^{i\gamma_n(2\pi r+y)} + e^{i\gamma_n(2\pi r-y)} \right\}, \quad (15)$$

из которого в силу (4) вытекает очевидная связь между амплитудами  $\ell_m$  и  $d_m$ :

$$\ell_m = d_m \frac{J_0(\tilde{A}_m t)}{J_0(\tilde{A}_m)}. \quad (16)$$

Сшивание составляющих  $H_\phi$  и  $H_x$  на границе областей 2 и 3 приводит, с учетом (14), к функциональному уравнению

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \tau_n^e e_n \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} = \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ 2B\delta_m^p \frac{i\tilde{A}_m}{\alpha^2} - d_m \Delta_m \right\} e^{im\left(\frac{z}{2r}-\pi\right)}, \quad (17)$$

где

$$\Delta_m = \tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) \left\{ \frac{i \left[ \alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right]}{\alpha^2} J_0(\tilde{A}_m) + J_1(\tilde{A}_m) \right\}, \\ \tau_n = h_n \left\{ \frac{J_1(h_n)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n)}{Y_0(h_n t)} \right\}, \quad e_n = e^{2\pi r i g_n}. \quad (18)$$

Используя разложение

$$\tau_n e_n \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \alpha_m^n e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)},$$

получим бесконечную систему алгебраических уравнений относительно  $d_m$  и  $c_n$ :

$$d_m = 2B\delta_m^p \frac{i\tilde{A}_m}{\alpha^2 \Delta_m} - \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\alpha_m^n}{\Delta_m}, \quad (19)$$

где коэффициенты  $\alpha_m^n$  определяются как

$$\alpha_m^n = \frac{\tau_n e_n}{4\pi r} \int_{-2\pi r}^{2\pi r} \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} e^{-im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} dy$$

и равны

$$\alpha_m^n = \begin{cases} \frac{\tau_n^e (e_n^2 - 1)}{2\pi r i} \frac{g_n}{g_n^2 - (m/2r)^2}, & g_n \neq \frac{m}{2r}; \\ \tau_n^e, & g_n = m/2r. \end{cases} \quad (20)$$

Выполняя условие непрерывности  $H_\phi^{(3)} = H_\phi^{(4)}$  при  $\rho = t$  и учитывая выражение (16), а также соотношение

$$j_{0n} H_0^{(1)}(j_{0n}) J_1(j_{0n}) = -\frac{2}{\pi i},$$

получим функциональное уравнение [1]

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n^e e_n \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} + \quad (21)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} f_n \frac{2e_{n4}}{\pi i t} \left\{ e^{iy_n y} + e^{-iy_n y} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \Omega_m e^{im \left( \frac{y}{2r} - \pi \right)},$$

где

$$\phi_n = h_n \left\{ \frac{J_1(h_n)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n)}{Y_0(h_n t)} \right\}, \quad e_{n4} = e^{2\pi i \gamma_n},$$

$$\Omega_m = \frac{\tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m)}{t} \left\{ \frac{J_0(\tilde{A}_m) J_1(\tilde{A}_m)}{J_0(\tilde{A}_m)} - t J_1(\tilde{A}_m t) \right\}.$$

Произведем в (21) переразложения:

$$\phi_n e_n \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^n \Omega_m e^{im \left( \frac{y}{2r} - \pi \right)}; \quad (22)$$

$$\frac{2e_{n4}}{\pi i t} \left\{ e^{iy_n y} + e^{-iy_n y} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \xi_m^n \Omega_m e^{im \left( \frac{y}{2r} - \pi \right)} \quad (23)$$

с коэффициентами

$$\mu_m^n = \frac{\phi_n e_n}{\Omega_m 4\pi r} \int_{-2\pi r}^{2\pi r} \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} e^{-im \left( \frac{y}{2r} - \pi \right)} dy,$$

$$\xi_m^n = \frac{2e_{n4}}{\pi i t \Omega_m 4\pi r} \int_{-2\pi r}^{2\pi r} \left\{ e^{iy_n y} + e^{-iy_n y} \right\} e^{-im \left( \frac{y}{2r} - \pi \right)} dy,$$

равными

$$\mu_m^n = \begin{cases} \frac{\phi_n (e_n^2 - 1)}{\Omega_m 2\pi r i} \frac{g_n}{g_n^2 - (m/2r)^2}, & g_n \neq m/2r, \\ \phi_n / \Omega_m, & g_n = m/2r, \end{cases}$$

$$\xi_m^n = \begin{cases} \frac{1 - e_{n4}^2}{\pi^2 t r \Omega_m} \frac{\gamma_n}{\gamma_n^2 - (m/2r)^2}, & \gamma_n \neq \frac{m}{2r}, \\ 2i / \pi t \Omega_m, & \gamma_n = m/2r. \end{cases}$$

После подстановки (22) и (23) в (21) имеем

$$d_m = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \mu_m^n + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \xi_m^n,$$

а с учетом (19) –

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \alpha_m^n = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \mu_m^n + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \xi_m^n,$$

откуда

$$f_n = c_n \frac{\alpha_m^n - \mu_m^n}{\xi_m^n}. \quad (24)$$

Выполнение условия непрерывности  $H_\phi^{(1)} = H_\phi^{(3)}$  на границе  $y = 2\pi r$  приводит, после использования (13), к функциональному уравнению

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 2A\delta_n^p - 2c_n \right\} h_n \times \left\{ \frac{J_1(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1(\tilde{A}_m \rho). \quad (25)$$

Применим в (25) переразложение

$$\tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1(\tilde{A}_m \rho) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^m 2h_n \left\{ \frac{J_1(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\},$$

в котором коэффициенты  $\beta_n^m$  определяются как

$$\beta_n^m = \frac{\tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m)}{2h_n} \times \int_t^1 \rho J_1(\tilde{A}_m \rho) \left\{ \frac{J_1(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\} d\rho \times \frac{1}{t} \int_t^1 \rho \left\{ \frac{J_1(h_n \rho)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n \rho)}{Y_0(h_n t)} \right\}^2 d\rho. \quad (26)$$

Обозначим интеграл в знаменателе как

$$\sigma_n^e = I_1 + I_2 + I_3 \quad (27)$$

и вычислим  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ :

$$I_1 = \int_t^1 \rho \frac{J_1^2(h_n \rho)}{J_0^2(h_n t)} d\rho = \frac{1}{J_0^2(h_n t)} \int_t^1 \rho J_1^2(h_n \rho) d\rho = \frac{1}{J_0^2(h_n t)} \left\{ \frac{1}{2} \left[ J_0^2(h_n) + J_1^2(h_n) - \frac{2}{h_n} J_0(h_n) J_1(h_n) \right] - \frac{t^2}{2} \left[ J_0^2(h_n t) + J_1^2(h_n t) - \frac{2}{h_n t} J_0(h_n t) J_1(h_n t) \right] \right\};$$

$$I_2 = \int_t^1 \rho \frac{Y_1^2(h_n \rho)}{Y_0^2(h_n t)} d\rho = \frac{1}{Y_0^2(h_n t)} \int_t^1 \rho Y_1^2(h_n \rho) d\rho = \frac{1}{Y_0^2(h_n t)} \left\{ \frac{1}{2} \left[ Y_0^2(h_n) + Y_1^2(h_n) - \frac{2}{h_n} Y_0(h_n) Y_1(h_n) \right] - \frac{t^2}{2} \left[ Y_0^2(h_n t) + Y_1^2(h_n t) - \frac{2}{h_n t} Y_0(h_n t) Y_1(h_n t) \right] \right\};$$

$$I_3 = \frac{-2}{J_0(h_n t) Y_0(h_n t)} \int_t^1 \rho J_1(h_n \rho) Y_1(h_n \rho) d\rho =$$

$$= \frac{-1}{h_n J_0(h_n t) Y_0(h_n t)} \{ [J_2(h_n) Y_1(h_n) -$$

$$- t J_2(h_n t) Y_1(h_n t)] - [J_1(h_n) Y_2(h_n) -$$

$$- t J_1(h_n t) Y_2(h_n t)] \}.$$

При вычислении  $I_3$  использован интеграл

$$\int_0^t z C_1(kz) D_1(pz) dz =$$

$$= \frac{1}{k^2 + p^2} \left\{ \left( \frac{k}{p} \right)^2 + kt C_2(kt) D_1(pt) - \right.$$

$$\left. - pt C_1(kt) D_2(pt) \right\}, \quad (28)$$

где  $C_1(kz)$ ,  $D_1(pz)$  – произвольные цилиндрические функции [4].

Интеграл в числителе обозначим как

$$v_n^m = I_4 - I_5 \quad (29)$$

и вычислим  $I_4$  и  $I_5$ , используя формулы Ломмеля [5]:

$$I_4 = \frac{1}{J_0(h_n t)} \int_t^1 \rho J_1(\tilde{A}_m \rho) J_1(h_n \rho) d\rho =$$

$$= \frac{[\tilde{A}_m J_1(h_n) J_0(\tilde{A}_m) - h_n J_1(\tilde{A}_m) J_0(h_n)]}{J_0(h_n t) (\tilde{A}_m^2 - h_n^2)} -$$

$$- \frac{t [\tilde{A}_m J_0(\tilde{A}_m t) J_1(h_n t) - h_n J_1(\tilde{A}_m t) J_0(h_n t)]}{J_0(h_n t) (\tilde{A}_m^2 - h_n^2)},$$

$$I_5 = \frac{1}{Y_0(h_n t)} \int_t^1 \rho J_1(\tilde{A}_m \rho) Y_1(h_n \rho) d\rho =$$

$$= \frac{[\tilde{A}_m Y_1(h_n) J_0(\tilde{A}_m) - h_n J_1(\tilde{A}_m) Y_0(h_n)]}{Y_0(h_n t) (\tilde{A}_m^2 - h_n^2)} -$$

$$- \frac{t [\tilde{A}_m Y_1(h_n t) J_0(\tilde{A}_m t) - h_n J_1(\tilde{A}_m t) Y_0(h_n t)]}{Y_0(h_n t) (\tilde{A}_m^2 - h_n^2)}.$$

После подстановки  $\sigma_n^e$  и  $v_n^m$  в (26) получим

$$\beta_n^m = \frac{\tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) v_m^n}{2h_n \sigma_n}, \quad (30)$$

тогда уравнение (25) примет вид

$$c_v + \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \beta_v^m = A \delta_v^p. \quad (31)$$

Подставляя в (31) вместо  $d_m$  его значение из (19), получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно коэффициентов  $c_v$ :

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_{nv} = A \delta_v^p - 2B \frac{i \tilde{A}_p \beta_v^p}{\tilde{a}^2 \Delta_p}, \quad (32)$$

где

$$P_{nv} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_m^n \beta_v^m}{\Delta_m}. \quad (33)$$

Коэффициенты  $a_n$ ,  $b_m$ ,  $\ell_m$ ,  $d_m$  и  $f_n$  вычисляются по формулам (13), (14), (16), (19) и (24).

### Приближение "Узкие щели"

Явное решение системы (32) для структуры с малым вертикальным размером  $b = 2\pi r$  прямоугольного волновода ( $r \ll 1$ ) для волн типа  $H_{n0}$  в многоволновом случае можно получить с помощью метода последовательных приближений [6].

Пусть на соединении набегают волны из коаксиальной линии. Выпишем систему (32), полагая  $A = 1$ ,  $B = 0$ ,

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_{nv} = \delta_v^p. \quad (34)$$

Представим матричные коэффициенты (33) в виде

$$P_{nv} = P_{nv}^{(0)} + \tilde{P}_{nv}, \quad (35)$$

где коэффициенты  $P_{nv}^{(0)}$  ( $m = 0$ ) равны

$$P_{nv}^{(0)} = \frac{\psi_v \varphi_n}{4\pi r i}, \quad (36)$$

$$\psi_v = \frac{\zeta_v H_0^{(1)}(\zeta_v) v_0^v}{h_v \sigma_v}; \quad (37)$$

$$\varphi_n = \frac{(e_n^2 - 1) \tau_n}{g_n \Delta_n},$$

$$\zeta_n = \sqrt{\tilde{a}^2 - \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2}, \quad (38)$$

$$h_v = \frac{v\pi}{1-t},$$

$$\Delta_n = \zeta_n H_0^{(1)}(\zeta_n) \{ i J_0(\zeta_n) + J_1(\zeta_n) \}, \quad (39)$$

$\tau_n$ ,  $\sigma_v$  и  $v_0^v$  определяются выражениями (18), (27)

и (29), а коэффициенты  $\tilde{P}_{nv}$  имеют вид

$$\tilde{P}_{nv} = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\alpha_m^n \beta_v^m}{\Delta_m},$$

где  $\alpha_m^n$  и  $\beta_v^m$  определяются из (20) и (30).

Для матричных коэффициентов  $P_{nv}$ , имеющих вид (35), систему (34) запишем как

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_{nv}^{(0)} = \delta_v^p + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tilde{P}_{nv}. \quad (40)$$

Умножим (40) на  $\varphi_v$  и просуммируем по  $v$ :

$$\begin{aligned} \sum_{v=1}^{\infty} c_v \varphi_v - \frac{1}{4\pi\Gamma i} \sum_{v=1}^{\infty} \Psi_v \varphi_v \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n = \\ = \varphi_p + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \tilde{P}_{nv} \end{aligned}$$

или

$$\left\{ \frac{4\pi\Gamma i - S_2}{4\pi\Gamma i} \right\} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n = \varphi_p + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \tilde{P}_{nv},$$

откуда

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n = \frac{4\pi\Gamma i}{4\pi\Gamma i - S_1} \left\{ \varphi_p + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \tilde{P}_{nv} \right\}, \quad (41)$$

где

$$S_1 = \sum_{v=1}^{\infty} \Psi_v \varphi_v.$$

Перепишем (40) в виде

$$c_v - \frac{\Psi_v}{4\pi\Gamma i} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n = \delta_v^p + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tilde{P}_{nv}$$

и подставим в него значение (41). Получим

$$c_v - \frac{\Psi_v \left\{ \varphi_p + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \tilde{P}_{nv} \right\}}{4\pi\Gamma i - S_1} = \delta_v^p + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tilde{P}_{nv}$$

или

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n A_{nv} = L_v^p, \quad (42)$$

где

$$A_{nv} = \tilde{P}_{nv} + \frac{\Psi_v \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \tilde{P}_{nv}}{4\pi\Gamma i - S_1},$$

$$L_v^p = \delta_v^p + \frac{\Psi_v \varphi_p}{4\pi\Gamma i - S_1}.$$

В соответствии с [6], с точностью до  $\Gamma \ll 1$ :

$$c_v = L_v^p.$$

Тогда

$$c_v = \delta_v^p + \frac{\Psi_v \varphi_p}{4\pi\Gamma i - S_1}, \quad (43)$$

коэффициенты отражения в область 1 равны

$$a_v = \left\{ \delta_v^p e_v^2 + (e_v^2 - 1) \frac{\Psi_v \varphi_p}{4\pi\Gamma i - S_1} \right\}, \quad (44)$$

а коэффициенты прохождения в область 2 –

$$b_p = -\frac{\alpha^2}{2\pi\Gamma i} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n H_0^{(1)}(\zeta_n) J_0(\zeta_n). \quad (45)$$

Явные формулы для коэффициентов  $d_m$ ,  $\ell_m$  и  $f_n$  легко получить из выражений (19), (16) и (24).

Пусть теперь волна набегаёт со стороны прямоугольного волновода. Тогда  $A = 0$ ,  $B = 1$  и система (32) примет вид

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_{nv} = -2 \frac{i\zeta_p \beta_v^0}{\alpha^2 \Delta_p}$$

или

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_{nv}^{(0)} = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tilde{P}_{nv} - \frac{2i\zeta_p \beta_v^0}{\alpha^2 \Delta_p}. \quad (46)$$

или, после использования (36), умножения на  $v$  и суммирования по  $v$ :

$$\begin{aligned} \sum_{v=1}^{\infty} c_v \varphi_v - \frac{1}{4\pi\Gamma i} \sum_{v=1}^{\infty} \Psi_v \varphi_v \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \tilde{P}_{nv} - \frac{2i\zeta_p}{\alpha^2 \Delta_p} \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \beta_v^0, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n = \frac{4\pi\Gamma i}{4\pi\Gamma i - S_1} \times \\ \times \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \tilde{P}_{nv} - \frac{2i\zeta_p S_1}{\alpha^2 \Delta_p} \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \beta_v^0 \right\}. \quad (47) \end{aligned}$$

Подставляя (47) в (46), найдем

$$\begin{aligned} c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n \left\{ \tilde{P}_{nv} + \frac{\Psi_v \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \tilde{P}_{nv}}{4\pi\Gamma i - S_1} \right\} = \\ = -\frac{2i\zeta_p}{\alpha^2 \Delta_p} \left\{ \beta_v^0 - \frac{\Psi_v \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \beta_v^0}{4\pi\Gamma i - S_1} \right\}, \end{aligned}$$

откуда получим систему

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n A_{nv} = K_v^p,$$

где

$$K_v^p = -\frac{2i\zeta_p S_1}{\alpha^2 \Delta_p} \left\{ \beta_v^0 - \frac{\Psi_v \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \beta_v^0}{4\pi\Gamma i - S_1} \right\},$$

а матричные коэффициенты  $A_{nv}$  такие же, как в (41). С точностью до  $\Gamma \ll 1$

$$c_v = -\frac{2i\zeta_p}{\alpha^2 \Delta_p} \left\{ \beta_v^0 - \frac{\Psi_v \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \beta_v^0}{4\pi\Gamma i - S_1} \right\}. \quad (48)$$

Тогда коэффициенты прохождения в область 1 равны

$$a_v = (1 - e_v^2) \frac{2i\zeta_p}{\alpha^2 \Delta_p} \left\{ \beta_v^0 - \frac{\Psi_v \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \beta_v^0}{4\pi r i - S_1} \right\}, \quad (49)$$

а коэффициенты отражения в область 2 –

$$b_m = \delta_m^p \left[ 2 \frac{i\zeta_n}{\Delta_n} H_0^{(1)}(\zeta_n) J_0(\zeta_n) - 1 \right] - \alpha^2 H_0^{(1)}(\zeta_n) J_0(\zeta_n) \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n, \quad (50)$$

где коэффициенты  $c_n$  определяются согласно выражению (47).

На рис. 2 и 4 приведены частотные зависимости амплитуд первых гармоник коэффициентов отражения в КЛ  $|a_1|$  и прохождения в ПВ  $|b_1|$  при падении волны  $e_{01}$  со стороны КЛ ( $A = 1, B = 0$ ), а на рис. 3 и 5 – коэффициентов отражения в ПВ  $|b_1|$  и прохождения в КЛ  $|a_1|$  при падении волны  $H_{10}$  со стороны ПВ ( $B = 1, A = 0$ ). Зависимости построены по формулам (44), (45) и (49), (50) в приближении "узкие щели".

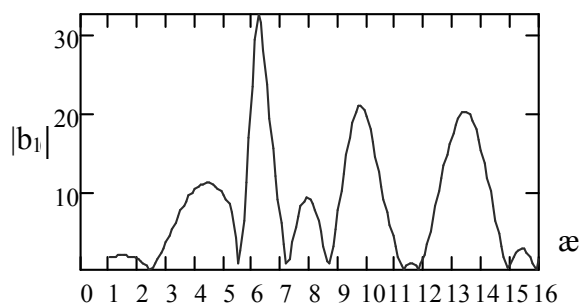
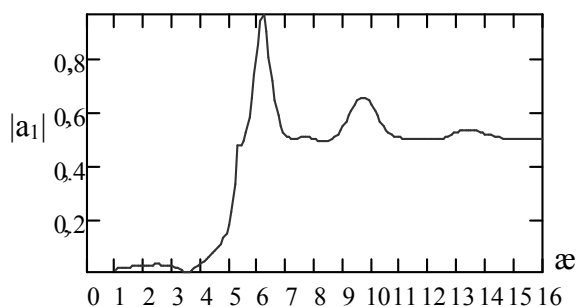


Рис. 2.  $A = 1, B = 0$ :  
коэффициенты отражения  
в КЛ  $|a_1|$  и прохождения в ПВ  $|b_1|$  для:  
 $r = 0,1 R; t = 0,4 R; a = 10 R$

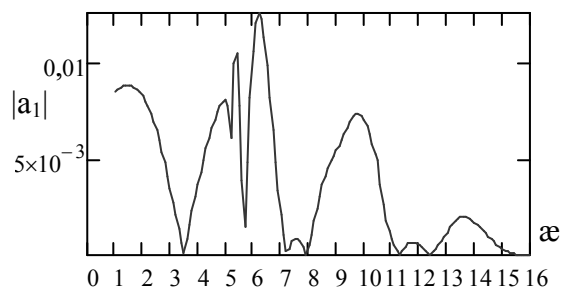
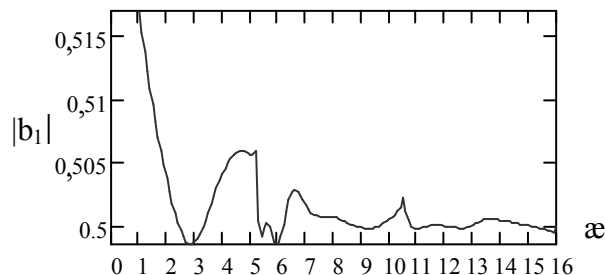


Рис. 3.  $B = 1, A = 0$ :  
коэффициенты отражения  
в ПВ  $|b_1|$  и прохождения в КЛ  $|a_1|$  для:  
 $r = 0,1 R; t = 0,4 R; a = 10 R$

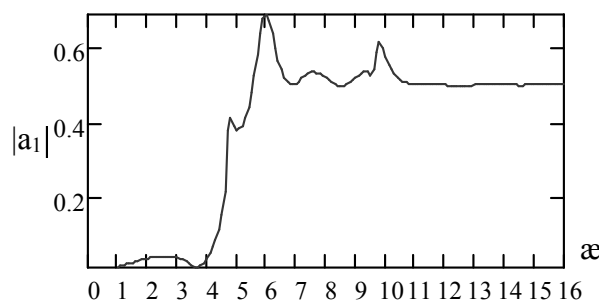
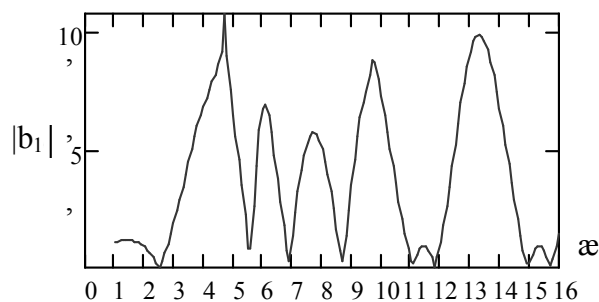


Рис. 4.  $A = 1, B = 0$ :  
коэффициенты отражения  
в КЛ  $|a_1|$  и прохождения в ПВ  $|b_1|$  для:  
 $r = 0,1 R; t = 0,33 R; a = 5 R$



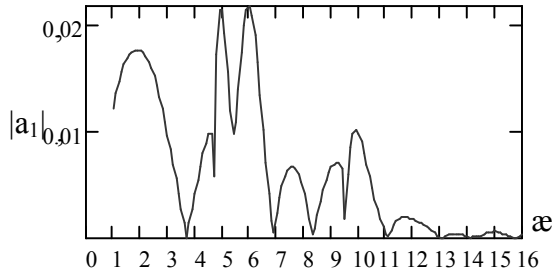


Рис. 5.  $B = 1, A = 0$ :  
коэффициенты прохождения в КЛ  $|a_1|$  для:  
 $r = 0,1 R; t = 0,33 R; a = 5 R$

### Приближение геометрической оптики

На высоких частотах ( $\alpha \gg 1, \alpha r \gg 1$ ) нужно учитывать, что амплитуды дифрагированного на соединении поля  $a_n, b_m, c_n, \ell_m$  и  $f_n$  убывают с ростом  $n$  и  $m$ . Если  $\alpha \gg |n_1|$  и  $\alpha r \gg |m_1|$ , где  $n_1$  и  $m_1$  - наибольшие номера гармоник с еще заметными амплитудами, то в представлении полей можно учитывать только гармоники с номерами  $n < n_1$  и  $m < m_1$  и приближенно для них принимать [6]

$$g_n \approx \alpha, \quad \tilde{A}_m \approx \alpha, \quad \gamma_n \approx \alpha, \quad \zeta_n \approx \alpha \quad (51)$$

и для  $A = 1, B = 0$  системы (19) и (31) записать в виде

$$d_m = -\frac{2}{\pi i \Delta_0} \frac{kr(e_0^2 - 1)}{(2kr)^2 - m^2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tau_n, \quad (52)$$

$$c_n + \beta_n^0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m = \delta_n^p, \quad (53)$$

где

$$\Delta_0 = \alpha H_0^{(1)}(\alpha) \{iJ_0(\alpha) - J_1(\alpha)\}, \quad e_0^2 = e^{4\alpha \pi r i}, \quad (54)$$

$$\beta_n^0 = \frac{\alpha H_0^{(1)}(\alpha) v_n^0}{2h_n \sigma_n^e}, \quad (55)$$

$\tau_n$  - такое же, как и для приближения "Узкие щели", а  $v_n^0$  определяется выражением (29) при выполнении условий (51).

Обозначим в (52) и (53)

$$\chi_n = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tau_n, \quad \varsigma_m = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \quad (56)$$

и просуммируем (52) по  $m$ , а (53) - по  $n$  после умножения его на  $\tau_n$ . Получим

$$\varsigma_m = -\chi_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2}{\pi i} \frac{\alpha r (e_0^2 - 1)}{(2\alpha r)^2 - m^2},$$

$$\chi_n + \varsigma_m \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \beta_n^0 = \tau_p,$$

или

$$\varsigma_m = -\chi_n S_2, \quad \chi_n + \varsigma_m S_3 = \tau_p, \quad (57)$$

где

$$S_2 = \frac{2\alpha r (e_0^2 - 1)}{\pi i \Delta_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2\alpha r)^2 - m^2},$$

$$S_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^0 \tau_n = \frac{\alpha H_0^{(1)}(\alpha)}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n^0 \tau_n}{h_n \sigma_n}.$$

Из (57) находим

$$\chi_n = \frac{\tau_p}{1 - S_2 S_3}, \quad \varsigma_m = -\frac{\tau_p S_2}{1 - S_2 S_3},$$

тогда окончательно амплитуды  $c_n$  и  $d_m$  примут вид:

$$c_n = \delta_n^p - \varsigma_m \beta_n^0, \quad (58)$$

$$d_m = -\frac{2}{\pi i \Delta_0} \frac{\alpha r (e_0^2 - 1)}{(2\alpha r)^2 - m^2} \frac{\tau_p}{1 - S_2 S_3}. \quad (59)$$

Коэффициенты отражения в сторону коаксиальной линии  $a_n$  в соответствии с (13) и (58) будут определяться как

$$a_n = e_0^2 \delta_n^p + \frac{(e_0^2 - 1) \tau_p S_2}{1 - S_2 S_3} \beta_n^0, \quad (60)$$

а коэффициенты прохождения в сторону прямоугольного волновода  $b_m$  в соответствии с (14) и (59) как

$$b_m = d_m \alpha^2 H_0^{(1)}(\alpha) J_0(\alpha). \quad (61)$$

При  $B = 1, A = 0$  системы (19) и (31) примут вид:

$$d_m = 2\delta_m^p \frac{i}{\alpha \Delta_0} - \frac{1}{\Delta_0} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \alpha_n^n,$$

$$c_n = -\beta_n^0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m$$

или, в обозначениях (56),

$$\varsigma_m = \frac{2i}{\alpha \Delta_0} - \frac{2\alpha r (e_0^2 - 1)}{\pi i \Delta_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2\alpha r)^2 - m^2} \chi_n, \quad (62)$$

$$\chi_n = -\varsigma_m \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \beta_n^0, \quad (63)$$

или

$$\varsigma_m = \frac{2i}{\alpha \Delta_0} - \chi_n S_2, \quad \chi_n = -\varsigma_m S_3,$$

откуда

$$\varsigma_m = \frac{2i}{\alpha \Delta_0} \frac{1}{1 - S_2 S_3}, \quad (64)$$

$$\chi_n = -\frac{2i}{\alpha\Delta_0} \frac{S_3}{1-S_2S_3}. \quad (65)$$

Окончательно:

$$c_n = -\frac{2i}{\alpha\Delta_0} \frac{\beta_n^0}{1-S_2S_3};$$

$$d_m = \frac{2i}{\alpha\Delta_0} \left\{ \delta_m^p + \frac{2\alpha r (e_0^2 - 1)}{\pi i \Delta_0 [(2\alpha r)^2 - m^2]} \frac{S_3}{1-S_2S_3} \right\}.$$

Тогда коэффициенты прохождения в сторону коаксиальной линии согласно (13) будут определяться как

$$a_n = (e_0^2 - 1)c_n, \quad (66)$$

а коэффициенты отражения в сторону прямоугольного волновода согласно (14) – как

$$b_m = d_m \alpha^2 H_0^{(1)}(\alpha) J_0(\alpha) - \delta_m^p. \quad (67)$$

На рис. 6 приведены частотные зависимости амплитуд первых гармоник коэффициентов отражения в КЛ  $|a_1|$  и прохождения в ПВ  $|b_1|$  при падении волны  $e_{01}$  со стороны КЛ ( $A = 1, B = 0$ ), а на рис. 7 – коэффициентов отражения в ПВ  $|b_1|$  и прохождения в КЛ  $|a_1|$  при падении волны  $H_{10}$  со стороны ПВ ( $B = 1, A = 0$ ).

Зависимости построены по формулам (60), (61) и (66), (67) в приближении геометрической оптики.

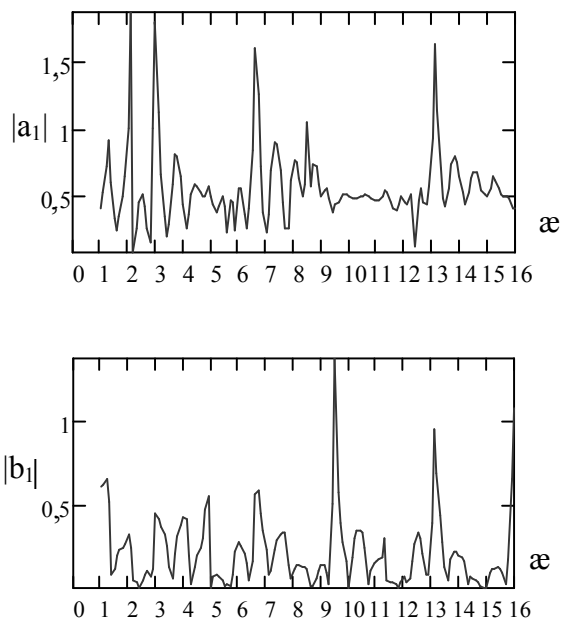


Рис. 6.  $A = 1, B = 0$ :  
коэффициенты отражения  
в КЛ  $|a_1|$  и прохождения в ПВ  $|b_1|$  для:  
 $r = 0,7 R; t = 0,05 R; a = 7 R$

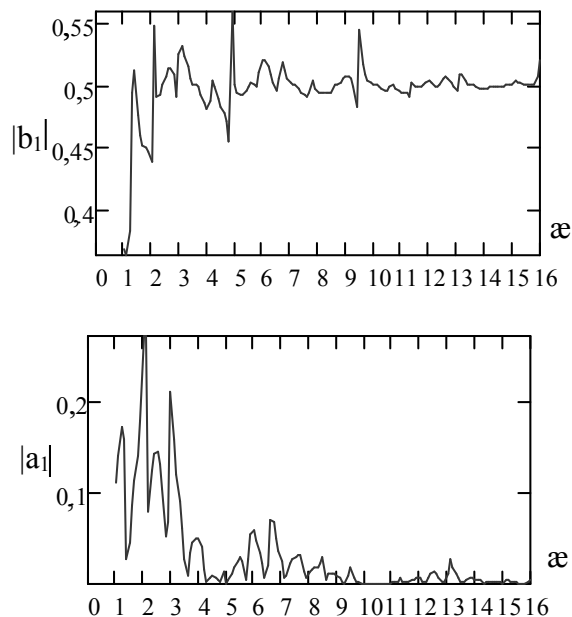


Рис. 7.  $B = 1, A = 0$ :  
коэффициенты отражения  
в ПВ  $|b_1|$  и прохождения в КЛ  $|a_1|$  для:  
 $r = 0,7 R; t = 0,05 R; a = 7 R$

## Заключение

В результате строгого решения задачи методом частичных областей получены бесконечные системы линейных алгебраических уравнений второго рода относительно амплитуд волн пространственного спектра дифрагированного поля. Решение получено без ограничений на параметры структуры.

Для предельных случаев – приближения "узкие щели" и геометрической оптики выражения для коэффициентов преобразования получены и численно реализованы в виде простых явных формул.

## Литература

1. Заикин И.П. Дифракция электромагнитных волн на симметричном соединении коаксиальной линии и круглого волновода с цилиндрическим резонатором / И.П. Заикин, А.А. Ткаченко // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2008. – № 4 (31). – С. 5-13.
2. Заикин И.П. Дифракция электромагнитных волн на симметричном соединении двух круглых волноводов и цилиндрического резонатора, заполненных диэлектриком / И.П. Заикин, А.А. Ткаченко, А.В. Фатеев // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2008. – № 3 (22). – С. 5-13.

3. Барсуков С.Н. Электромагнитные волны в направляющих структурах / С.Н. Барсуков. – Х.: НАКУ "ХАИ", 2007. – 58 с.

4. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.

5. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров / А.Анго. – М.: Наука, 1965. – 778 с.

6. Заикин И.П. Дифракция электромагнитных волн на симметричном соединении двух круглых волноводов с цилиндрическим резонатором. Ч. 2. Аналитические приближения / И.П. Заикин, А.А. Ткаченко // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – 2007. – № 4 (23). – С. 7-14.

Поступила в редакцию 27.03.2009

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой теоретической радиофизики, проф. Н.Н. Колчигин, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков, Украина.

### РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА СИМЕТРИЧНОМУ З'ЄДНАННІ КОАКСІАЛЬНОЇ ЛІНІЇ І ПРЯМОКУТНОГО ХВИЛЕВОДУ

**І.П. Заїкін, О.О. Ткаченко, О.О. Ткаченко**

Розглянута задача дифракції аксіально-симетричних  $TM_{0n}(e_{0n})$  - хвиль у напівнескінченній коаксіальній лінії і  $TE_{nm}(H_{nm})$  – хвиль у нескінченному прямокутному хвилеводі при їх симетричному з'єднанні і почерговому збудженні кожного з них. Для строгого розв'язання внутрішньої крайової задачі використаний метод часткових областей. Рішення одержано у вигляді нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду відносно амплітуд хвиль просторового спектру дифрагованого поля. Задача розв'язана без обмежень на параметри структури. Для наближень "вузькі щілини" та геометричної оптики рішення системи рівнянь одержано у явному вигляді. Наведені чисельні результати у цих наближеннях.

**Ключові слова:** розсіяння, поляризація, коаксіальна лінія, коефіцієнти перетворення, прямокутний хвилевод.

### DISPERSION OF ELECTROMAGNETIC WAVES ON SYMMETRICAL CONNECTION OF COAXIAL LINE AND RECTANGULAR WAVEGUIDE

**I.P. Zaikin, A.A. Tkachenko, A.A. Tkachenko**

The problem of dispersion of the axial-symmetrical  $TM_{0n}(e_{0n})$  - waves in seminfinte coaxial line and  $TE_{nm}(H_{nm})$  – waves in infinite rectangular waveguide on their symmetrical connectin as they are alternated stimulation is considered. For rigorous solution of such internal boundary problem the method of partial domains is proposed. Solution is obtained in the appearance infinite system of linear algebraic equations of second kind relatively to amplitudes of waves spatial spectrum of diffracted field. The problem without restrictions at the characteristics of structure is solved. Simple obvious formulas for "narrow slots" approximation and geometrical optics approximation are obtained. Results of numerical calculations for this approximations are showed.

**Key words:** dispersion, polarization, coaxial line, coefficients transformation, rectangular waveguide.

**Заикин Иван Павлович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры приёма, передачи и обработки сигналов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.

**Ткаченко Алексей Александрович** – магистрант, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.

**Ткаченко Александра Александровна** – студентка, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.