УДК 681.518.54;004.3.001.4

А.С. ЕПИФАНОВ

Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия

АНАЛИЗ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ЗАДАННЫХ В ФОРМЕ ЧИСЛОВЫХ СТРУКТУР

В статье исследуются свойства законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем, заданных в виде геометрических образов - кривых с числовыми координатами точек. Используемый аппарат геометрических образов позволяет рассматривать с автоматной интерпретацией геометрические кривые и числовые последовательности, т.е. числовые последовательности и геометрические кривые могут рассматриваться как способ задания законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем. В работе с автоматной интерпретацией рассматриваются фундаментальные математические последовательности π, e, γ, ϕ, $\sqrt{2}$ и др. Осуществляется синтез законов функционирования автоматов по данным последовательностям, анализируются зависимость числа состояний у минимального автомата, построенного по числовой последовательности от числа входных сигналов автомата.

Ключевые слова: *конечный детерминированный автомат, геометрический образ законов функционирования, фазовая картина, дискретная детерминированная динамическая система.*

Введение

В работах [1 – 2] Твердохлебовым В.А. предложен и развит формальный аппарат замены символьных автоматных моделей в форме таблиц, графов, логических уравнений, числовыми структурами в форме геометрических фигур, числовых уравнений и последовательностей. Этот подход предназначен для поиска новых идей и методов организации технического диагностирования больших систем.

Преобразование символьной формы автоматной модели в числовую структуру (геометрический образ законов функционирования автомата) включает линейное упорядочивание автоматного отображения

$$\rho_s = \bigcup_{p \in X^*} \{(p, \lambda(s,p))\},$$

для инициального автомата

$$A_s = (S, X, Y, \delta, \lambda, s),$$

где S, X и Y – соответственно множества состояний, входных и выходных сигналов, а δ: $S \times X \to S$ – функция переходов, λ: $S \times X \to Y$ – функция выходов. Автоматное отображение ρ_s взаимнооднозначно преобразуется в автоматное отображение вида $\rho'_s = \bigcup_{p \in X^*} \{(p, \lambda'(s,p))\}$, где $\lambda'(s,p)$ – последний знак последовательности $\lambda(s,p)$.

Из геометрического образа γ_s автомата A_s выделяется последовательность вторых координат точек геометрического образа, которая взаимнооднозначно соответствует полному геометрическому образу. В результате закона функционирования автомата (то есть, фазовая картина) и конкретные процессы функционирования автомата (то есть, фазовые траектории) оказываются взаимнооднозначно определёнными последовательностью вторых координат точек геометрического образа. Произвольная последовательность элементов из конечного множества может рассматриваться как последовательность вторых координат точек геометрического образа и, следовательно, как задание законов функционирования автомата. Это позволяет некоторые свойства законов функционирования автомата представлять свойствами последовательностей.

1. Синтез автоматов по фундаментальным математическим последовательностям

В работе [2] предложен новый тип автомата - (H,m,d(H)) – автомат. Законы функционирования данного типа автомата задаются числовой последовательностью H, которая полагается последовательностью вторых координат точек геометрического образа. Рассматривается начальный отрезок длины d(H) последовательности H. Величина m – мощность входного алфавита автомата, количество выходных сигналов определяется спецификой начального отрезка последовательности H длины d(H) (число различных значений элементов в начальном отрезке длины d(H)).

© А.С. Епифанов

В статье содержатся результаты по построению и анализу КДА, законы функционирования которых определены начальными отрезками геометрических образов и выбором числа входных сигналов автомата. Для этого из банка последовательностей [2] извлечены 8594 последовательностей и каждая последовательность представлена набором начальных отрезков, имеющих длины 50.60,70 и 80 знаков.

Полученное множество из 34376 последовательностей рассматривается как множество начальных отрезков последовательностей вторых координат точек геометрического образа законов функционирования автоматов. Соответствующие последовательности первых координат точек геометрического образа определялись вариантами выбора числа входных сигналов автомата и линейным порядком ω_1 на множестве входных последовательностей.

Рассматривались множества входных сигналов, содержащие 2,5 и 10 элементов. Подробное описание метода синтеза автомата по последовательности содержится в монографии [4] .Существенным при синтезе законов функционирования автомата является способ доопределения функции переходов δ-автомата. Возможно циклическое доопределение, доопределение в начальное состояние, генерация состояния псевдослучайным образом (из множества возможных состояний). В случае, когда

$$\frac{d(H)}{|X|} \neq \left[\frac{d(H)}{|X|}\right],$$

где |X| – мощность входного алфавита автомата, а *d(H)* – длина начального отрезка последовательности *H* (по которой строятся законы функционирования автомата), доопределение требуется и для функции выходов λ. В данной работе доопределение функции переходов осуществляется всеми указанными способами, а значение мощности входного алфавита и длины начальных отрезков последовательностей выбраны таким образом, что

$$\frac{d(H)}{|X|} = \left[\frac{d(H)}{|X|}\right],$$

поэтому доопределение функции λ не требуется.

Рассматриваемому множеству из 34376 последовательностей, при трех различных значениях мощности входного алфавита и трех способах доопределения функции переходов сопоставляется класс автоматов, состоящий из 309384 элементов. Далее осуществляется минимизация автоматов из построенного класса и разбиение на подклассы автоматов по числу состояний в автомате после минимизации.

Проведено более подробное исследование некоторых классов

$(H,m,d(H))$ – автоматов,

где $H \in \{\pi, e, \chi_F, \chi_P\}$, $m \in \{2,5,10\}$,

$d(H) \in \{50,60,70,80,90,100\}$,

χ_F – характеристическая последовательность для чисел Фибоначчи, χ_P - характеристическая последовательность простых чисел. Анализировались три способа доопределения функции переходов: циклическое доопределениие, доопределение в начальное состояние, доопределение с использованием генератора случайных чисел (состояние выбирается из множества возможных случайным образом). Построенные автоматы минимизировались, после чего определялись эквивалентные по числу состояний автоматы.

В табл. 1, 2 приведены законы функционирования автомата, построенного по последовательности длины 50, определяющей приближение фундаментальной математической величины *e* . При построении приведенного в таблицах 1,2 автомата использовано циклическое доопределение функции переходов *δ* и при |X| = 10.

Таблица 1

Таблица переходов автомата (имеющего 10 входных сигналов), построенного по последовательности, определяющей приближение числа *e*

δ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4
x_1	s_1	s_1	s_1	s_1	s_1
x_2	s_2	s_2	s_2	s_2	s_2
x_3	s_3	s_3	s_3	s_3	s_3
x_4	s_4	s_4	s_4	s_4	s_4
x_5	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0
x_6	s_1	s_1	s_1	s_1	s_1
x_7	s_2	s_2	s_2	s_2	s_2
x_8	s_3	s_3	s_3	s_3	s_3
x_9	s_4	s_4	s_4	s_4	s_4
x_{10}	s_0	s_0	s_0	s_0	s_0

В результате анализа класса *π*-автоматов, т.е. класса автоматов построенных по последовательностям, задающим приближение фундаментальной математической величины *π* длины 50,60,70,80,90,100 знаков, при рассмотрении различных вариантов мощности входного алфавита (|X|=2,5,10) отмечено, что при различных способах доопределения функции переходов меняется число состояний у автоматов после минимизации. Так при циклическом доопределении функции переходов отмечено, что у всех построенных *π*-автоматов число классов эквивалентности совпадает с числом состояний. Таким образом все члены класса *π*-автоматов (при циклическом дооопределении функции переходов) являются минимальными по числу состояний. При доопределении в начальное состояние из постренных 18-ти π-автоматов у 3 автоматов после минимизации число состояний уменьшилось: ($\pi,2,70$)-автомат после минимизации имеет 34 состояния, ($\pi,2,80$)-автомат после минимизации имеет 39 состояний, у ($\pi,2,90$)-автомата число состояний после минимизации равно 43.

У всех построенных π-автоматов при доопределении функции переходов на основе использования генератора случайных чисел (состояний выбирается из множества возможных состояний случайным образом) число классов эквивалентности совпадает с числом состояний, т.е. автоматы являются минимальными по числу состояний.

Таблица 2

Таблица выходов автомата (имеющего 10 входных сигналов), построенного по последовательности, определяющей приближение числа *e*

λ	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4
x_1	y_2	y_4	y_2	y_6	y_7
x_2	y_7	y_5	y_8	y_2	y_0
x_3	y_1	y_9	y_7	y_4	y_9
x_4	y_8	y_4	y_4	y_9	y_3
x_5	y_2	y_5	y_7	y_7	y_6
x_6	y_8	y_2	y_1	y_7	y_9
x_7	y_1	y_3	y_3	y_5	y_9
x_8	y_8	y_5	y_5	y_7	y_9
x_9	y_2	y_3	y_2	y_2	y_5
x_{10}	y_8	y_6	y_6	y_4	y_9

Проведенный анализ построенных (χP ,m,d(H)) – автоматов, где $d(H) \in \{50,60,70,80,90,100\}$, $m \in \{2,5,10\}$, χ_P-характеристическая последовательность простых чисел, показал, что при увеличении длины d(H) возможно как уменьшение, так и увеличение числа состояний у автомата после минимизации (при циклическом доопределении функции переходов). Например, (χ_P,2,50) – автомат после минимизации имеет 25 состояний (число состояний не уменьшилось), (χ_P,2, 60) - автомат после минимизации имеет 19 состояний (число состояний до минимизации 30), (χ_P,2, 70) - автомат после минимизации имеет 35 состояний (число состояний не уменьшилось после минимизации), (χ_P,2, 80) - автомат после минимизации имеет 31 состояние (число состояний до минимизации 40), (χ_P,2, 90) - автомат после минимизации имеет 35 состояний (число состояний не уменьшилось после минимизации), (χ_P,2, 100) - автомат после минимизации имеет 38 состояние (число состояний до минимизации 50).

Аналогичное свойство отмечено при построении автоматов (при циклическом доопределении функции переходов) по характеристической последовательности χ_F чисел Фибоначчи.

В табл. 3 представлена информация о числе состояний до и после минимизации у автоматов, построенных по начальным отрезкам последовательности χ_F различной длины.

Таблица 3

Информация о числе состояний до и после минимизации у автоматов класса (χ_F,2, d(χ_F)) при циклическом доопределении функции переходов

Автомат	Число состояний до минимизации	Число состояний после минимизации
(χ_F,2, 50)	25	25
(χ_F,2, 60)	30	22
(χ_F,2, 70)	35	35
(χ_F,2, 80)	40	24
(χ_F,2, 90)	45	45
(χ_F,2, 100)	50	32

В случае, когда при построении (H,m,d(H)) – автоматов, $H \in \{\pi, e, \chi_F, \chi_P\}$, $m \in \{2,5,10\}$, $d(H) \in \{50,60,70,80,90,100\}$, χ_F – характеристическая последовательность для чисел Фибоначчи и χ_P - характеристическая последовательность простых чисел, используется доопределение в начальное состояние число состояний после минимизации для некоторых построенных автоматов меняется. Например, число состояний у ($\pi,2,100$)-автомата после минимизации уменьшается до 48 (вместо 50 до минимизации), число состояний у (*e, 2, 60*)-автомата после минимизации уменьшается до 28 (вместо 30 до минимизации), у (*e, 2, 70*)-автомата до 33 (вместо 35 до минимизации).

Построенные по последовательности χ_P автоматы при использовании доопределения функции переходов в начальное состояние имеют большую разницу между числом состояний до и после минимизации, чем при использовании циклического доопределения. В табл. 4 представлены число состояний до и после минимизации у автоматов из класса (χ_P*,m, d(*χ_P*)*) – автоматов.

Увеличение разницы между числом состояний у автомата до и после минимизации при доопределении функции переходов в начальное состояние по сравнению с циклическим доопределением наблюдается также и в классе автоматов, построенных по характеристической последовательности чисел Фибоначчи. Например, (χ_F*,2, 50*) – автомат при циклическом доопределении функции переходов после минимизации имеет 25 состояний, а при доопределении в начальное состояние – 11 состояний после минимизации, (χ_F*,2, 60*) - автомат после минимизации имеет 22 состояния (при циклическом доопределении) и 15 состояний при доопределении в начальное состояние.

Таблица 4

Информация о числе состояний до и после минимизации у автоматов класса (χ_P*,m, d(*χ_P*)*) – автоматов

Автомат	Число состояний до минимизации	Число состояний после минимизации
(χ_P,2, 50)	25	11
(χ_P,2, 60)	30	15
(χ_P,2, 70)	35	17
(χ_P,2, 80)	40	20
(χ_P,2, 90)	45	21
(χ_P,2, 100)	50	23
(χ_P,5, 50)	10	10
(χ_P,5, 60)	12	12
(χ_P,5, 70)	14	14
(χ_P,5, 80)	16	15
(χ_P,5, 90)	18	15
(χ_P,5, 100)	20	10
(χ_P,10, 50)	5	5
(χ_P,10, 60)	6	5
(χ_P,10, 70)	7	5
(χ_P,10, 80)	8	6
(χ_P,10, 90)	9	6
(χ_P,10, 100)	10	7

В случае, когда при построении (*H*,*m*,*d*(*H*)) – автоматов, $H \in \{\pi, e, \chi_F, \chi_P\}$, $m \in \{2,5,10\}$, $d(H) \in \{50,60,70,80,90,100\}$, χ_F -характеристическая последовательность для чисел Фибоначчи и χ_P - характеристическая последовательность простых чисел, для доопределения функции переходов используется генератор случайных чисел (состояние выбирается из множества возможных случайным образом) число состояний после минимизации уменьшается только для 4 автоматов анализируемых классов.

Анализ построенных классов автоматов показал, что использование при построении автоматов доопределения функции переходов в начальное состояние дает наименьшее число состояний после минимизации, чем циклическое доопределение и случайное доопределение.

Проведенный анализ автоматов, построенных по множеству числовых последовательностей, извлеченному из [3] при трех различных способах доопределения функции переходов показал, что способ доопределения в начальное состояние дает наилучшие результаты.

При таком способе доопределения число состояний у автоматов после минимизации меньше, чем у автоматов, построенных при других способах доопределения функции переходов.

Заключение

Изложенные в статье результаты показывают возможность использования аппарата геометрических образов для анализа свойств автоматов на основе исследования свойств числовых последовательностей.

Числовые последовательности рассматриваются с автоматной интерпретацией, т.е. как последовательности вторых координат точек геометрических образов автоматов. Это позволяет выявить принципиально новые свойства дискретных детерминированных динамических систем (автоматов), давать оценку сложности и осуществлять новую классификацию законов функционирования автоматов.

Литература

1. *Твердохлебов В.А. Геометрические образы поведения дискретных детерминированных систем / В.А. Твердохлебов // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2006. – № 5. - С. 161-165.*
2. *Твердохлебов В.А. Геометрические образы законов функционирования автоматов / В.А. Твердохлебов. – Саратов: Изд-во «Научная книга», 2008. – 183 с.*
3. *Сайт AT&T Labs, Inc. – Research [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: http://www.research.att.com/~njas/sequences/Seis.html.*
4. *Епифанов А.С. Анализ фазовых картин дискретных динамических систем / А.С. Епифанов. – Саратов: Изд-во «Научная книга»,2008. – 156 с.*
5. *Епифанов А.С. Интерпретация спектра характеристик дискретных систем при проектировании /А.С Епифанов // Материалы международной конф. «Автоматизация проектирования дискретных систем». - Т.1. – Минск, 2007. – С. 123-154.*

Поступила в редакцию 24.01.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры А.В. Дрозд, Одесский национальный политехнический университет, Одесса, Украина.

АНАЛІЗ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ, ЗАДАНИХ У ФОРМАТІ ЧИСЛОВИХ СТРУКТУР

А.С. Єпіфанов

В статті досліджуються властивості законів функціонування дискретних детермінованих динамічних систем, заданих у вигляді геометричних образів – кривих з числовими координатами точок. Використання апарату геометричних образів дозволяє розглядати з автоматною інтерпретацією геометричні криві і числові послідовності, тобто числові послідовності і геометричні криві можуть розглядатися як спосіб завдання законів функціонування дискретних детермінованих динамічних систем. В роботі з автоматною інтерпретацією розглядаються фундаментальні математичні послідовності π, e, γ, ϕ, $\sqrt{2}$ та інші. Здійснюється синтез законів функціонування автоматів за даними послідовностями, аналізується залежність числа станів у мінімального автомата, побудованого за числовою послідовністю, від числа вхідних сигналів автомата.

Ключові слова*:* кінцевий детермінований автомат, геометричний образ законів функціонування, фазова картина, дискретна детермінована динамічна система.

THE ANALYSIS OF THE DISCRETE DYNAMIC SYSTEMS SET IN THE FORM OF NUMERICAL STRUCTURES

A.S. Epifanov

In clause are researched properties of laws of functioning of the discrete determined dynamic systems set in the form of geometrical images - curves with numerical coordinates of points are researched. The used device of geometrical images allows to consider geometrical curve and numerical sequences with automatic interpretation, i.e. numerical sequences and geometrical curves can be considered as a way of the task of laws of functioning of the discrete determined dynamic systems. In work with automatic interpretation are considered fundamental mathematical sequences π, e, γ, ϕ, $\sqrt{2}$ etc., synthesis of laws of functioning of automatic devices according to sequences is carried out, are analyzed dependence of number of conditions at the minimal finite state machine constructed on numerical sequence from number of entrance signals of the finite state machine.

Key words: finite state machine, geometrical image of laws of functioning, phase picture, the discrete determined dynamic system.

Епифанов Антон Сергеевич – аспирант, Институт проблем точной механики и управления Российской Академии Наук, Саратов, Россия, e-mail: epifanovas@list.ru.