УДК 519.711

В.А. РОМАНКЕВИЧ, А.А. ЕФРЕМОВА, А.С. ГАВРИЛЮК

Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ *GL*-МОДЕЛЕЙ

В статье рассматривается задача трансформации графо-логических моделей, отражающих реакцию реконфигурируемых многопроцессорных систем, устойчивых к двум отказам, на появление заданного количества трёхкратных отказов. Трансформация осуществляется путем изменения дизъюнктивной формы одной или нескольких реберных функций модели добавлением некоторого количества переменных. Сформулированы и доказаны положения, позволяющие описать последовательность действий для выполнения подобной трансформации.

Ключевые слова: *Отказоустойчивые многопроцессорные системы, графо-логические модели, булевы функции, надёжность.*

Введение

Одним из этапов проектирования реконфигурируемых отказоустойчивых многопроцессорных систем (ОМС), часто служащих для управления сложными критическими объектами, является расчёт надёжности. Среди методов осуществления такого расчёта распространён статистический, основанный на выполнении экспериментов с моделями, отражающими состояние ОМС при появлении отказов её компонентов различной кратности. Известны так называемые графо-логические модели (GL-модели) [1], выгодно сочетающие в себе элементы теории графов и булевой алгебры. Ранее уже была описана и исследована GL-модель системы, устойчивой к двум отказам [2]. Подобные системы из n элементов, сохраняющие работоспособность не более чем при m отказах (где $m < n$), называются базовыми и обозначаются $K(m, n)$. Однако реально разработчики часто трансформируют систему таким образом, что она в дальнейшем функционирует при появлении некоторых q отказов (причём $q > m$). Такие ОМС называются небазовыми.

В данной работе рассмотрены возможности решения задачи преобразования модели ОМС, которая, будучи устойчивой к любым двум отказам, продолжает функционировать при появлении сравнительно небольшого числа трёхкратных отказов.

1. Основные понятия

Напомним о некоторых основополагающих свойствах графологических моделей и терминах, связанных с ними.

GL-модель представляет собой неориентированный граф, каждому ребру которого ставится в соответствие булева функция h_i. Аргументами функции являются индикаторные переменные x_i, значение которых определяется состоянием элемента ОМС в заданный момент времени ($x_i = 1$ – в рабочем состоянии, $x_i = 0$ – вышел из строя). В случае, если функция h_i равна нулю, ребро i из графа удаляется.

Таким образом, связность графа моделирует работоспособность системы.

Исследуемая в работе GL-модель 2-отказоустойчивой системы $K(2, n)$ имеет вид циклического графа, рёберные функции которого выглядят следующим образом:

$$h_i = x_i \vee x_{i+1} \cdots x_{i+\left[\frac{n-1}{2}\right]}$$

В дальнейшим конъюнктивную часть функции h_i будем обозначать T_i, а величину $\left[\dfrac{n-1}{2}\right]$ для упрощения выражений обозначим через σ.

Пример 1. *GL*-модель системы $K(2,9)$ – циклический граф, рёбрам которого соответствуют булевы функции :

$$h_1 = x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_5;$$
$$h_2 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5 x_6;$$
$$h_3 = x_3 \vee x_4 x_5 x_6 x_7;$$
$$h_4 = x_4 \vee x_5 x_6 x_7 x_8;$$
$$h_5 = x_5 \vee x_6 x_7 x_8 x_9;$$
$$h_6 = x_6 \vee x_7 x_8 x_9 x_1;$$
$$h_7 = x_7 \vee x_8 x_9 x_1 x_2;$$
$$h_8 = x_8 \vee x_9 x_1 x_2 x_3;$$
$$h_9 = x_9 \vee x_1 x_2 x_3 x_4.$$

В ходе моделирования рассматриваются бинарные векторы состояний, содержащие в себе данные о состоянии каждой составляющей ОМС в заданный момент времени и представляющие собой упорядоченную последовательность $x_1x_2...x_n$. В дальнейшем удобно рассматривать не последовательности, а векторы, элементами которых являются количества единиц между нулевыми переменными. По аналогии с [3] будем называть их r'-векторами, или векторами расстояний. Каждый r'-вектор соответствует определённому множеству векторов состояний. Для рассматриваемого в работе множества W векторов состояний w с тремя нулями вектор расстояния содержит три элемента (r_1, r_2, r_3), порядок расположения которых имеет значение. Например, вектор состояния 001110111 может быть описан r'-вектором (0,3,3).

Множество векторов W можно разделить на два подмножества W_2 и W_3 в зависимости от числа рёбер (два или три) которые удаляются при их появлении.

В [3] показано, что множество W_3 состоит из векторов состояний, где $r_i \le \sigma - 1$ для $i = 1,2,3$, а множество W_2 – это оставшиеся векторы. Понятно, что в этих векторах $r_i > \sigma - 1$, хотя бы для одного $i = 1,2,3$.

2. Добавление одной переменной

Как уже было сказано, модель базовой ОМС, устойчивой к двум отказам, не может адекватно отображать поведение системы, которая дополнительно устойчива к некоторому количеству векторов состояний с тремя отказами. При необходимости подобных преобразований системы следует изменить GL-модель. В [4] приведено 2 способа выполнения требуемого преобразования: с помощью проведения дополнительных рёбер в графе и изменения рёберных функций. Последний метод более интересен, так как не усложняет граф.

Утверждение 1. Если функцию h_i преобразовать в $h'_i = h_i \vee \overline{x}_{i-k}$, где $k \in [1, \sigma]$, то она перестанет принимать нулевое значение на σ векторах состояний.

Доказательство. Пусть функция

$$h_i = x_i \vee x_{i+1} \dots x_{i+\sigma}$$

была видоизменена следующим образом

$$h'_i = x_i \vee x_{i+1} \dots x_{i+\sigma} \vee \overline{x}_{i-k},\ k \in [1, \sigma].$$

Тогда, при $x_i = 0$, $x_{i-k} = 0$ и $x_j = 0$ ($x_j \in T_i$) функция $h_i = 0$, а значение функции $h'_i = 1$. Очевидно, что количество векторов состояний, при появлении которых ребро i теперь не будет удалено из графа, равно количеству переменных T_i, т.е. σ, что и требовалось доказать.

Обозначим множество векторов состояний с тремя отказами, при появлении которых изменённая по *Утверждению* 1 функция h_i перестала принимать нулевое значение, множеством W_i^*.

Векторы из множества W_i^* могут входить как в множество W_2, так и в множество W_3. При этом те векторы состояния, которые входили в множество W_2, будут блокироваться; обозначим их как множество W_i^b. Остальные векторы, то есть те, что ранее входили в множество W_3, перейдут в множество W_2 (не блокируются); обозначим их множеством W_i^o.

Уточним, какие векторы из W_i^* принадлежат W_i^b (и какие – W_i^o). Для этого рассмотрим соответствующие им r'-векторы и их составляющие.

Элемент r_1 соответствует количеству единиц между первой и второй переменными, принимающими значение ноль, то есть между x_i и x_j, где $x_j \in T_i$ и $j \in [i+1, i+\sigma]$.

Следовательно, $r_1 \in [0, \sigma - 1]$.

Аналогично элемент r_3 соответствует количеству единиц между переменными x_{i-k} и x_i, где $k \in [1, \sigma]$, а значит $r_3 \in [0, \sigma - 1]$ и $r_3 = k - 1$.

Теперь можно определить, что $r_2 \in [n - k - \sigma - 1, n - k - 2]$.

Иными словами, при изменении функции h_i по *Утверждению* 1 множество векторов состояний W_i^* описывается следующей последовательностью r'-векторов:

$$\begin{gathered}(0, n-k-2, k-1), (1, n-3-k, k-1), ..., \\ (\sigma-1, n-k-\sigma-1, k-1),\end{gathered} \tag{1}$$

где $k \in [1, \sigma]$.

Напомним, что, если в r'-векторе

$$r_i \le \sigma - 1, \tag{2}$$

то ему соответствующие векторы состояний принадлежат W_3. Из сказанного выше следует, что значения r_1 и r_3 всегда удовлетворяют этому условию. Становится очевидно, что, когда условие (2) справедливо и для r_2, векторы состояния, соответствующие данному r'-вектору, принадлежат W_i^o.

Величина $r_2 = n - k - \sigma - 1$ удовлетворяет (2) при $k \geq 2$ для чётных n и при $k \geq 1$ для нечётных n. Понятно, что величина $r_2 = n - k - \sigma$ удовлетворяет условию при $k \geq 3$ для чётных n и при $k \geq 2$ для нечётных n.

Аналогичные вычисления для остальных значений r_2 приводят к выводу о том, что при изменении функции по утверждению 1 для чётных n последние $k-1$ (а для нечётных n последние k) векторов расстояний последовательности (1) соответствуют векторам W_i^n. Вышеизложенного достаточно, чтобы сформулировать следующее

Следствие 1. Преобразование функции h_i по *Утверждению* 1 приводит к тому что :

1) при нечётных n, $|W_i^b| = \sigma - k$ и $|W_i^o| = k$;

2) при чётных n, $|W_i^b| = \sigma - k + 1$ и $|W_i^o| = k - 1$;

Пример 2. Пусть имеется GL-модель системы $K(2,9)$. Приведём все r'-векторы, соответствующие (1), для $k = 1,...,4$:

$k=1$:	(0,6,0),	(1,5,0),	(2,4,0)	(3,3,2)
$k=2$:	(0,5,1),	(1,4,1),	(2,3,1)	(3,2,1)
$k=3$:	(0,4,2),	(1,3,2),	(2,2,2)	(3,1,2)
$k=4$:	(0,3,3)	(1,2,3)	(2,1,3)	(3,0,3)

Векторы состояний, отображаемые r'-векторами в выделенной пунктиром области, будут блокироваться вследствие изменения по *Утверждению* 1, иные же будут лишь переходить из множества W_3 в множество W_2.

3. Добавление нескольких переменных

Для расширения множества блокируемых векторов можно проводить подобные преобразования для нескольких функций. Возникает вопрос, пересекаются ли $W_i^* = W_i^b \cup W_i^o$ при различных $i \in [1, n]$.

Вначале рассмотрим множество W_i^b.

Утверждение 2. $W_i^b \cap W_j^b = \varnothing$, при $i \neq j$.

Доказательство. Как уже было сказано r_1 и r_3 меняются в диапазоне $[0, \sigma - 1]$, тогда как максимальным и минимальным значениями элемента r_2 будут 0 и $n-3$. Учитывая, что для любого k блокироваться будут векторы состояний, соответствующие тем r'-векторам, у которых $r_2 > \sigma - 1$, в блокируемых векторах $r_2 \neq r_1$ и $r_2 \neq r_3$. Это значит, что в последовательностях (1) при $k = 1,...,\sigma$ появление r'-вектора, являющегося циклической перестановкой элементов другого r'-вектора, невозможно. Таким образом, все r'-векторы оказываются различными и им соответствуют различные векторы состояний.

Теперь рассмотрим множество W_i^o.

Утверждение 3. Для каждого вектора состояния $w \in W_i^o$ существуют такие j и s, что $w \in W_j^o$ и $w \in W_s^o$, где $i \neq j \neq s$.

Доказательство аналогично доказательству *Утверждения* 2. В r'-векторах, образующих векторы состояний множества W_i^o, элементы $r_i \leq \sigma - 1$ для $i = 1,2,3$. Иными словами, наличие r'-вектора, являющегося циклической перестановкой элементов другого r'-вектора совокупности последовательностей (1) при $k = 1,...,\sigma$, возможно. Таким образом, каждый из рассматриваемых векторов состояния трижды войдёт в множества W_i^o для различных $i \in [1, n]$.

Определим, какие дополнительные изменения функций достаточны для блокирования векторов из W_i^o. Для этого воспользуемся последовательностью (1). Допустим, мы сделали изменение в функции h_i, добавив к ней $\vee \bar{x}_{j-k}$. Это привело к тому, что ребро j перестало удаляться из графа на некотором векторе состояния $w \in W_j^o$, который описывается r'-вектором (r_1, r_2, r_3). Тогда можно определить, на каких позициях вектора w находятся нулевые переменные. Для функции h_j это будут j, $j+1+r_1$, $j+1+r_1+1+r_2$. Следовательно, искомыми изменениями являются добавление переменной $\bar{x}_j$ в функцию h_{j+1+r_1} или $\bar{x}_{j+1+r1}$ в $h_{j+1+r_1+1+r_2}$. Сказанное фактически доказывает

Следствие 2. Вектор множества W_i^o, соответствующий r'-вектору (r_1, r_2, r_3), может быть блокирован путём дополнительного добавления в какую либо из функций h_{r_1+i+1} или $h_{r_1+r_2+i+2}$ переменной $\bar{x}_i$ или $\bar{x}_{r_1+i+1}$ соответственно.

Для того, чтобы блокировать требуемое число векторов состояний, возможно потребуется модифицировать функцию добавлением нескольких переменных $\bar{x}_{j-k}$ сразу, при различных $k \in [1, \sigma]$. Учитывая, что выше уже было доказано несовпадение векторов множеств W_i^b, а пересечение W_i^o и

W_j^o возможно только при $j \neq i$, становиться очевидно, что множества W_i^* для такого рода изменений различные.

Интерес представляет определение максимального количества векторов, которые могут быть блокированы рассматриваемым способом.

Утверждение 4. $W_1^* \cup \ldots \cup W_n^* = W$.

Доказательство. Рассмотрим множества W_i^o и W_i^b после изменения n функций по утверждению 1 с помощью $k = 1,\ldots,\sigma$, для чётных n.

$$\sum_{i=1}^{n} \left| W_i^b \right| = (\sigma + (\sigma-1) + \ldots + 1) \cdot n = \frac{\sigma+1}{2} \cdot \sigma \cdot n$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left| W_i^o \right| = (0 + \ldots + (\sigma-2) + (\sigma-1)) \cdot n = \frac{\sigma-1}{2} \cdot \sigma \cdot n,$$

из которых $\frac{\sigma-1}{6} \cdot \sigma \cdot n$ неповторяющихся

Сумма этих чисел определяет общее количество различных векторов состояний, на которые могут повлиять исследуемые изменения:

$$\frac{\sigma+1}{2} \cdot \sigma \cdot n + \frac{\sigma-1}{6} \cdot \sigma \cdot n = \\ = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6} = C_n^3.$$

Аналогичное справедливо и для нечётных n.

В заключение сформулируем алгоритм трансформации GL-модели системы $K(2,n)$ для блокирования некоторого количества m векторов с тремя отказами.

В ходе трансформации используются три списка: L_1 (изменения, которые на определённом этапе алгоритма блокируют векторы, число которых больше m), L_2 (содержит изменения, которые предполагается выполнить) и L_3 (список сделанных изменений).

Для удобства обозначим преобразование функции h_i добавлением переменной $\bar{x}_{i-k}$ как t_i^k.

4. Алгоритм

1) Для $k = 1$ определить максимальное количество функций q, которые можно преобразовать по утверждению 1 так, чтобы

$$\left| W_i^b \right| \cdot q \leq m,$$

используя следствие 1 для определения величины $\left| W_i^b \right|$.

2) Преобразовать q произвольных функций h_i по утверждению 1. Принять

$$m' = m - \left| W_i^b \right| \cdot q.$$

3) Если $m' \neq 0$, а список L_2 пуст, добавить в него произвольное t_j^k, такое, что

$$\left| W_j^b \right| \leq m \text{ и } t_j^k \notin L_1.$$

при наименьшем из всех подходящих k для определяемого по следствию 1 $\left| W_j^b \right|$. Если такое преобразование не существует, очистить список L_1.

4) Опираясь на (1), установить r'-векторы, описывающие векторы W_j^o рассматриваемого изменения списка L_2.

5) Опираясь на следствие 2, определить для каждого, найденного в п.4 r'-вектора, такие преобразования

$$t_a^c \text{ и } t_d^e,$$

которые блокируют векторы состояния, соответствующие этому r'-вектору.

6) Если $t_a^c \in L_3$ или $t_d^e \in L_3$ принять

$$\left| W_j^b \right| = \left| W_j^b \right| + 1.$$

При $t_a^c \notin L_3$, $t_a^c \notin L_1$ и $t_a^c \notin L_2$ добавить в L_2 преобразование t_a^c. Аналогично для t_d^e.

7) В случае, если

$$\left| W_j^b \right| \leq m',$$

осуществить преобразование t_j^k, переместить его в список L_3 и изменить величину m'

$$m' = m' - \left| W_j^b \right|.$$

Иначе, занести преобразование в список L_1.

8) Перейти к следующему преобразованию из списка L_2 и повторить для него п.4 – п.8. Если все возможные преобразования рассмотрены, перейти к п.3.

Примечание 1. Алгоритм следует завершать, когда условия трансформации модели выполнены, т.е. $m' = 0$.

Примечание 2. Фактически алгоритм состоит из двух этапов: первый включает п.1 и п.2, а второй – п.3-п.8. В ходе выполнения первого этапа блокируется основная часть требуемого количества векторов, а оставшиеся блокируются в ходе второго этапа.

Покажем применение алгоритма на примере.

Пример 3. Пусть проектируемая ОМС $K(2,9)$ должна оставаться работоспособной при появлении 31 вектора состояния с тремя отказами. Строим GL-модель базовой ОМС $K(2,9)$ (см. *пример* 1) и трансформируем её согласно алгоритму.

1) Максимальное количество функций $q = 9$ при $\left|W_i^b\right| = 3$.

2) Преобразуем все функции GL-модели следующим образом:

$$h_1 = x_1 \vee x_2x_3x_4x_5 \vee \overline{x}_9;$$
$$h_2 = x_2 \vee x_3x_4x_5x_6 \vee \overline{x}_1;$$
$$h_3 = x_3 \vee x_4x_5x_6x_7 \vee \overline{x}_2;$$
$$h_4 = x_4 \vee x_5x_6x_7x_8 \vee \overline{x}_3;$$
$$h_5 = x_5 \vee x_6x_7x_8x_9 \vee \overline{x}_4;$$
$$h_6 = x_6 \vee x_7x_8x_9x_1 \vee \overline{x}_5;$$
$$h_7 = x_7 \vee x_8x_9x_1x_2 \vee \overline{x}_6;$$
$$h_8 = x_8 \vee x_9x_1x_2x_3 \vee \overline{x}_7;$$
$$h_9 = x_9 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee \overline{x}_8.$$

Блокировано 27 векторов, $m' = 4$.

3) Добавляем в список L_2 преобразование t_1^2 для которого $\left|W_1^b\right| = 2$.

4) Используя пример 2, выясняем, что множеству W_i^o соответствуют r'-векторы (2,3,1) и (3,2,1).

5) Для r'-вектора (2,3,1) находим преобразования t_4^3 и t_8^4, для вектора (3,2,1) – t_5^4 и t_8^3.

6) Ни одно из этих изменений не принадлежит спискам L_1, L_2 или L_3. Добавляем их в L_2.Число векторов, которые блокируются данным преобразованием, остаётся прежним.

7) Осуществим преобразование t_1^2 и занесём его в список L_3.

$$h_1 = x_1 \vee x_2x_3x_4x_5 \vee \overline{x}_9 \vee \overline{x}_8$$

Блокировано 29 векторов, $m' = 2$.

8) Перейдём к рассмотрению следующего преобразования t_4^3, для которого $\left|W_4^b\right| = 1$.

9) Используя пример 2, выясняем, что W_i^o соответствуют r'-векторы (1,3,2), (3,2,1) и (2,2,2).

10) Находим для r'-векторов следующие преобразования: (1,3,2) – t_6^2 и t_1^4, (2,2,2) – t_7^3 и t_1^3, (3,2,1) – t_8^4 и t_1^2.

11)Одно из двух преобразований, найденных для r'-вектора (3,2,1), принадлежит L_3, следовательно, принимаем $\left|W_4^b\right| = 2$. Остальные преобразования добавляем в список L_2.

12)Осуществляем преобразование t_4^3 и заносим его в список L_3.

$$h_4 = x_4 \vee x_5x_6x_7x_8 \vee \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1$$

Блокирован 31 вектор состояния, $m' = 0$

Преобразование закончено. Функции GL-модели поведения системы $K(2,9)$ в потоке отказов принимают следующий вид:

$$h_1 = x_1 \vee x_2x_3x_4x_5 \vee \overline{x}_9 \vee \overline{x}_8;$$
$$h_2 = x_2 \vee x_3x_4x_5x_6 \vee \overline{x}_1;$$
$$h_3 = x_3 \vee x_4x_5x_6x_7 \vee \overline{x}_2;$$
$$h_4 = x_4 \vee x_5x_6x_7x_8 \vee \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1;$$
$$h_5 = x_5 \vee x_6x_7x_8x_9 \vee \overline{x}_4;$$
$$h_6 = x_6 \vee x_7x_8x_9x_1 \vee \overline{x}_5;$$
$$h_7 = x_7 \vee x_8x_9x_1x_2 \vee \overline{x}_6;$$
$$h_8 = x_8 \vee x_9x_1x_2x_3 \vee \overline{x}_7;$$
$$h_9 = x_9 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee \overline{x}_8.$$

Следует отметить, что полученная трансформация модели не является единственной.

Заключение

В данной работе решена задача трансформации GL-модели базовой ОМС, устойчивой к двум отказам, в GL-модель небазовой ОМС, устойчивой к некоторому количеству трёх отказов.

Трансформация осуществляется путем добавления одной или нескольких переменных к определённым рёберным функциям GL-модели базовой ОМС $K(2,n)$.

При небольшом числе векторов состояний с тремя нулевыми компонентами выполнение описанных изменений приведёт лишь к незначительным усложнениям модели, и вопрос определения связности по-прежнему будет решаться тривиально. Предложен алгоритм выполнения такого преобразования, основой которого служат несколько сформулированных и доказанных в работе положений.

Литература

1. Романкевич А.М. Графо-логические модели для анализа сложных отказоустойчивых вычислительных систем / А.М. Романкевич, Л.Ф. Карачун, В.А. Романкевич // Электронное моделирование – 2001 – Т. 23, № 1. – С. 102-111.

2. Романкевич А.М. К вопросу построения модели поведения многомодульных систем / А.М. Романкевич, Л.Ф. Карачун, В.А. Романкевич // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 1998. – № 1. – С. 38-40.

3. Романкевич А.М. Граничные характеристики графо-логической модели 2-отказоустойчивой многопроцессорной системы / А.М. Романкевич, В.А. Романкевич, А.А. Кононова // Вісник НТУУ "КПІ", Інформатика управління та обчислювальна техніка – 2004. – № 42. – С. 28-39.

4. Романкевич А.М. Анализ многоустойчивых многомодульных систем со сложным распределением отказов на основе циклических GL-моделей / А.М. Романкевич, В.В. Иванов, В.А. Романкевич // Электронное моделирование. – 2004. – Т. 26, № 5. – С. 67-81.

Поступила в редакцию 8.02.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.П. Широчин, Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев, Украина.

ЩОДО ОДНОГО АЛГОРИТМ ПЕРЕТВОРЕННЯ *GL*-МОДЕЛЕЙ

В.О. Романкевич, А.А. Єфремова, А.С. Гаврилюк

У статті розглядається задача трансформації графо-логічних моделей, які відображають реакцію багатопроцесорних систем, що реконфігуруються, стійких до двох відмов, на появу заданої кількості трикратних відмов. Трансформація здійснюється шляхом зміни діз'юнктівної форми однієї або декількох реберних функцій моделі додаванням деякої кількості змінних. Сформульовані й доведені положення, що дозволяють описати послідовність дій для виконання подібної трансформації.

Ключові слова: відмовостійкі багатопроцесорні системи , графо-логічні моделі, булеві функції, надійність.

THE TRANSFORMATION ALGORYTHM OF THE GL-MODELS

V.A. Romankevich, A.A. Efremova, A.S. Gavriluk

The article deals with a problem of transformation of the graph-logical models reflecting reaction of the reconfigurable multiprocessor systems that are fault-tolerant against two failures, to specified number of triple failures. Transformation is carried out by changing the disjunctive form of one or more models' rib functions with adding a certain number of variables. Some principles are formulated and proved to describe the sequence of actions for implementing such a transformation.

Key words: fault-tolerant multiprocessor systems, graph-logical models, Boolean functions, reliability.

Романкевич Виталий Алексеевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры СКС Национального технического университета Украины «КПИ», Киев, Украина, e-mail: romankev@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

Ефремова Анна Анатолиевна – аспирантка Национального технического университета Украины «КПИ», Киев, НТУУ «КПИ», Украина.

Гаврилюк Анна Сергеевна – студентка факультета прикладной математики Национального технического университета Украины «КПИ», Киев, НТУУ «КПИ», Украина.