

УДК 658.562.012.7: 519.248

Ю.А. ДОЛГОВ

*Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,
Тирасполь, Молдова*

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Предложен метод значительного сокращения объема выборки при нахождении статистической модели сложного объекта контроля. На основе знания его внутренней структуры строится граф, по которому находится матрица инцидентий. Специальная обработка этой матрицы приводит к декомпозиции объекта контроля на составные части. Модели этих частей требуют значительно меньших объемов выборок, которые затем объединяются в общую модель. Графоаналитическое исследование модели помогает уточнять режимы технологических операций. В статье также предложен метод оценки информационной емкости полученной модели.

Ключевые слова: объект контроля, статистическая модель, граф, матрица инцидентий, декомпозиция, информационная емкость модели.

Введение

При создании автоматизированных систем управления технологическими процессами (ТП) приходится одновременно решать несколько технических задач, среди которых одно из центральных мест занимает задача сбора и статистической обработки измерительной информации о ходе конкретного ТП с целью получения его математического описания в виде модели. Математическую модель используют также для выделения наиболее информативных параметров, по которым можно построить рациональную систему контроля, так как необоснованно большое количество измеряемых параметров приводит к резкому увеличению трудоемкости контрольно-измерительных операций (например, при производстве микросхем до 30 – 50% общей трудоемкости [1]). Задача сводится к созданию методики, позволяющей находить полноценные математические модели ТП (или других объектов) в кратчайшие сроки с минимумом исходной информации.

1. Информационный подход к моделированию технологического процесса

Обычно предлагается исследуемый объект контроля (ОК) рассматривать как функциональный преобразователь типа «черный ящик», что при проведении многофакторных экспериментов для получения модели ОК требует большого числа опытов.

Однако такой ОК, как ТП производства ИМС, априори представляет собой систему взаимодейст-

вующих и взаимосвязанных операций. Подобные структурные особенности ОК являются своего рода ограничениями, уменьшают неопределенность исходной модели, то есть несут добавочную информацию [2]. Для оценки количества этой информации, а, следовательно, и реального выигрыша, который можно от неё получить, наиболее перспективным направлением является использование энтропийной меры [3].

Энтропийная мера $H = \log_2 N_\varepsilon$ по своему смыслу представляет максимальное количество информации, которое может содержаться в случайной величине $x \in X$, определяющей состояние ОК. Этот максимум достигается, когда все состояния x , отличающиеся друг от друга на величину порога различимости ε , равновозможны (общее число таких состояний N_ε), то есть $H(x)$ совпадает с энтропией по Хартли. Энтропия системы H определяет число экспериментов для снятия неопределенности системы. При двухуровневой вариации факторов (опыты полного факторного эксперимента) общее число экспериментов равно $N_\varepsilon = 2^H$. Следовательно, величина

$$2^{H_{\text{чя}}} - 2^{H_{\text{сист}}} = 2^I \quad (1)$$

показывает, во сколько раз уменьшается количество экспериментов при идентификации параметров ОК с известной структурой ($H_{\text{сист}}$) по сравнению с функциональным преобразователем типа «черный ящик» ($H_{\text{чя}}$), и является основной числовой характеристикой, определяющей стратегию моделирования. Покажем это на производственном примере.

Задача: Произвести декомпозицию ТП производства кристаллов интегральных микросхем типа ТТЛШ для выходных параметров: напряжение логического нуля $U(0)$ и напряжение логической единицы $U(1)$ [4].

Процесс формирования выделенных ВПК $U(0)$, $U(1)$ можно представить в виде 4-ступенчатой иерархии, показанной на рис. 1.

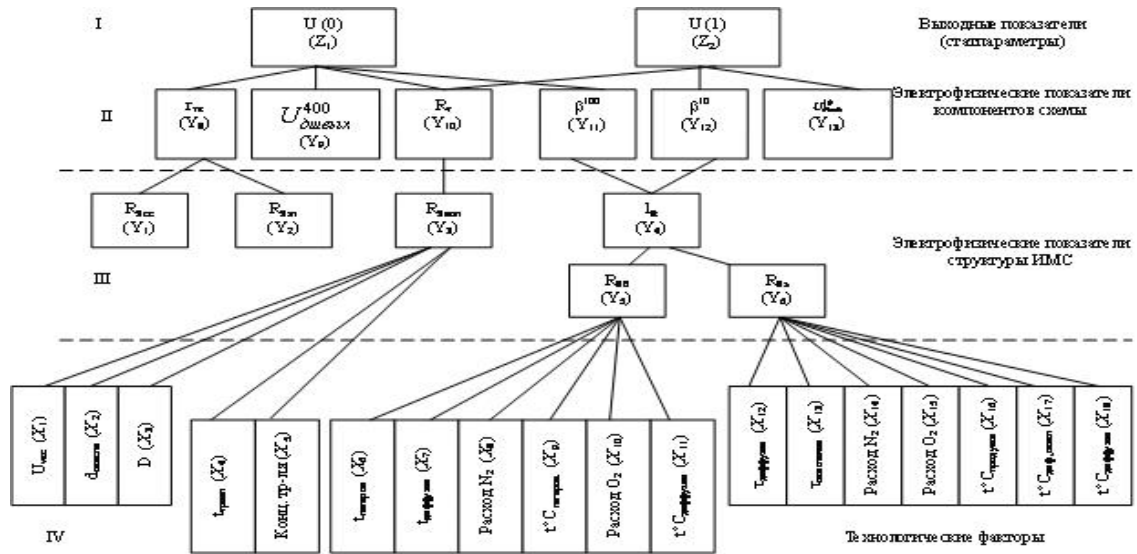


Рис. 1 . Схема формирования напряжения логического нуля и логической единицы

В приведенной схеме указанные связи интерпретируются с точки зрения зависимости значений одних параметров от других. Эту структуру удобнее всего описывать в терминах теории графов. Если представить граф как множество корневых (конечных) вершин $Z_1 (i = \overline{1, m})$ (это могут быть выходные показатели качества ОК), множество промежуточных величин $Y_j (j = \overline{1, k})$ (выходные параметры технологических операций) и множество инцидентных вершин $X_i (i = \overline{1, n})$ (режимы операций), которые соединены рёбрами там, где между ними имеется связь, то можно сформировать матрицу инцидентий (табл. 1).

В этой матрице число 2 (число уровней варьирования каждого фактора) ставится на пересечение тех строк и столбцов, которые имеют связь согласно графу ОК, и 0 там, где такая связь отсутствует. Матрица позволяет получить правильную декомпозицию ОК на части, модели которых искать много проще, чем глобальную модель ОК. Для этого достаточно выписать в качестве целевых функций заголовки столбцов, а в качестве факторов – соответствующие ненулевые элементы строк:

$$N_{чя} = \log_2 \sum_{l=1}^m 2^n \text{ или } N_{чя} = n + \log_2 m ; \quad (2)$$

$$N_{сист} = \log_2 \sum_{f=1}^{k+m} N_p \cdot 2^{N_f} , \quad (3)$$

где $f = \overline{1, k+m}$ – нумерация столбцов матрицы; $p = f - m = \overline{1-m, k}$ – нумерация части строк матрицы, из которых, из которых первые m введены формально и не соответствуют никаким реальным строкам; N_f – число ненулевых элементов в f -м столбце; N_p – равен либо 1 при $p \leq 0$, либо числу ненулевых элементов в p -й строке.

Таблица 1

Матрица инцидентий графа

	Z ₁	Z ₂	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇	Y ₈	Y ₉	Y ₁₀	Y ₁₁	Y ₁₂	Y ₁₃
Y ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
Y ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
Y ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
Y ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0
Y ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
Y ₆	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
Y ₇	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0
Y ₈	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y ₉	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y ₁₀	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y ₁₁	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y ₁₂	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y ₁₃	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₁	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₂	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₃	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₄	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₅	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₆	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₇	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₈	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₉	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₀	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₁	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₂	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₃	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₄	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₅	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₆	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₇	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
X ₁₈	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0

Анализ матрицы инцидентий показал, что величины выходных показателей качества определяются следующими частными моделями:

$$U(0) = f(Y_8, Y_9, Y_{10}, Y_{11});$$

$$U(1) = f(Y_{10}, Y_{12}, Y_{13}),$$

причём параметры, являющиеся управляемыми факторами, в свою очередь, могут находиться на основе других частных моделей $Y_8 = f(Y_1, Y_2)$; $Y_{10} = f(Y_3, Y_4)$ и т.д. Каждая из моделей может быть получена сравнительно небольшим количеством опытов, в то время как нахождение прямых зависимостей требует значительных усилий.

Для нашего конкретного примера $N_{\text{чя}} = 19$ бит, а величина энтропии системы по выражению (3) и табл. 1 равна $N_{\text{сист}} = \log_2 274 = 8,10$ бит. Суммарный выигрыш от структурирования ТП или, другими словами, разбиения общей модели на частные, составляет 10,9 бит. При этом количество экспериментов, необходимых для получения математической модели объекта, сокращается в $2^{10,9} = 1910$ раз по сравнению с традиционным представлением.

Отметим, что в случаях, когда математическая модель – связь между выходными параметрами Y и факторами технологического процесса X – уже известна, то рекомендуется использовать именно информационный подход к оценке параметров подсистем, суть которого сводится к оценке количества информации от Y , полученной путем измерения X .

2. Графоаналитическое исследование моделей

Для более полного понимания всех особенностей полученных математических моделей и для удобства работы с ними в условиях реального производства полезно произвести их графоаналитическое исследование. Известно, какими сложными конфигурациями могут обернуться рабочие области при, казалось бы, простых ограничениях влияющих факторов. Однако проекция n -мерной фигуры на плоскость вызывает определенные трудности, которые можно смягчить числовым анализом модели. Покажем весь метод на примере модели $U(0)$ [4].

$$\hat{U}(0) = 419,7 - 0,55U_{\text{дш}} + 5,365R_{\text{кр}} + 1,970R_{\text{S}_3} + 1,394R_{\text{S}_{\text{cc}}} + 0,020\beta. \quad (4)$$

В модель, полученную методом МНКО, входит пять факторов, коэффициенты при которых не являются весовыми коэффициентами. Поэтому для оценки влияния каждого фактора на выходную величину $U(0)$ необходимо подставить в модель граничные значения нормы этих факторов и оценить

максимальное изменение $U(0)$ от этого.

Из таблицы ясно, что наиболее влияющими на выходную величину $U(0)$ являются $U_{\text{дш}}$, $R_{\text{S}_{\text{cc}}}$ и $R_{\text{кр}}$, факторы R_{S_3} и β на первом этапе исследования можно не принимать во внимание ввиду их слабого влияния на $U(0)$.

Таблица 2
Оценка влияния каждого фактора на выходную величину модели

Параметр	Ед. изм.	Границы нормы		Максимальное изменение $U(0)$
		нижняя	верхняя	
$U(0)$	мВ	220	300	–
$U_{\text{дш}}$	мВ	560	640	на 44 мВ
$R_{\text{кр}}$	кОм	18	24	на 32 мВ
R_{S_3}	Ом/кВ	6	12	на 12 мВ
$R_{\text{S}_{\text{cc}}}$	кОм/кВ	20	45	на 35 мВ
β	–	50	250	на 4 мВ

Построим рабочую область допустимых значений всех параметров модели (4), которая изображена на рис. 2.

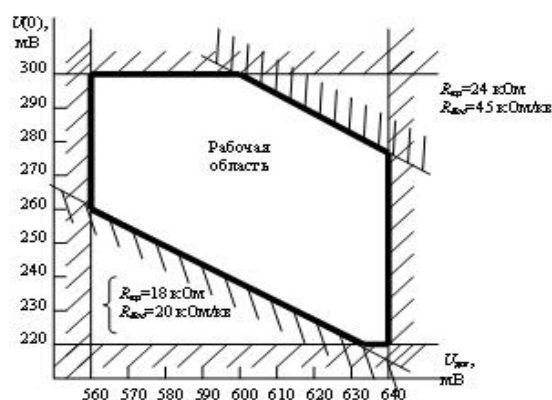


Рис. 2. Допустимая рабочая область

Анализируя уравнение (4) и рабочую область, можно сделать следующие выводы:

а) основным влияющим параметром является $U_{\text{дш}}$, причем с его увеличением $U(0)$ уменьшается. Поэтому желательно изготавливать кристаллы с более высоким значением напряжения $U_{\text{дш}}$.

б) для удобства практической работы представим уравнение (4) в виде номограммы на рисунке 3.

По ней можно решать прямую задачу – прогнозирование значений $U(0)$ в зависимости от конкретных сочетаний параметров, входящих в (4), и обратную задачу – определять нужные сочетания параметров для получения заданных значений $U(0)$. Естественно, что можно построить аналогичные номограммы и с учетом крайних значений других влияющих факторов.

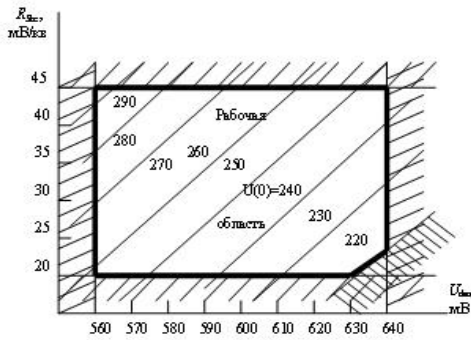


Рис. 3. Номограмма допустимых значений параметров

3. Оценка информационной емкости

Предлагается о качестве модели судить по количеству информации, которое она может дать, то есть по *информационной емкости*.

Представим исследуемый объект контроля в виде двух систем: системы факторов X и системы выходных показателей качества Y . Энтропии их равны $H(X)$ и $H(Y)$, а энтропия объединенной системы будет максимальна и равна $H(X, Y) = H(X) + H(Y)$. После получения сведений о характере взаимодействия обеих систем X и Y в виде математической модели $\hat{Y} = f(X)$, «остаточная» энтропия и есть информация

$$I_{\hat{Y} \rightarrow X} = H(Y) - H(\hat{Y}/X), \quad (5)$$

где $H(\hat{Y}/X)$ – условная энтропия модели системы \hat{Y} относительно X .

Это означает, что количество информации, получаемое за счёт знания характеристик взаимодействия (математических моделей) систем Y и X равно разности энтропии системы, состояние которой описывается случайной величиной Y (ее можно представить в виде гистограммы опытных данных), и условной энтропии модели системы \hat{Y} при условии, что каждый k -й эффект $k = \overline{1, m}$ включенный в модель, находится в i -м состоянии $i = \overline{1, l_i}$.

Величина $H(Y)$ рассчитывается по известной формуле на основе результатов измерений [5]

$$H(Y) = - \sum_{j=1}^n p(Y_j) \log_2 p(Y_j), \quad (6)$$

где $p(Y_j)$ – вероятность нахождения случайной величины Y в j -м состоянии. Тогда

$$I_{\hat{Y} \rightarrow X} = - \sum_{j=1}^n \frac{N_j}{N} \log_2 \frac{N_j}{N} + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^n \frac{t_k}{\sum_{k=1}^m t_k} \cdot \frac{N_{ki}}{N} \cdot \frac{N_{kij}}{N_{ki}} \cdot \log_2 \frac{N_{kij}}{N_{ki}}. \quad (7)$$

Для расчета первого слагаемого в уравнении (7) воспользуемся гистограммой распределения $U(0)$ на рис. 4, на которой указано количество попаданий случайной величины N_j в соответствующий разряд. Вероятность $p(Y_j)$ в пределе определяется частотой, т.е. отношением N_j к общему количеству измерений $N = 171$. Подставив полученные значения в первое слагаемое выражения (7) получим $H(Y) = 4,23$ бит.

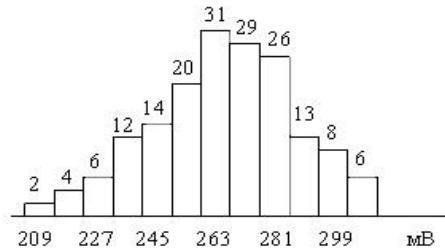


Рис. 4. Гистограмма распределения опытных значений $U(0)$

Для расчета второго слагаемого в (7) были построены двумерные распределения \hat{Y}_k в виде \hat{Y}_{kj} по модели (4) с каждым фактором X_k входящим в эту модель. Удобнее всего это делать с помощью серии промежуточных таблиц двумерного распределения, одна из которых для $X_1 = U_{дш}$ [мВ] построена для наглядности в табл. 3.

Таблица 3

Оценка двумерного распределения модели \hat{Y} от $U_{дш}$

$U_{дш}$ [мВ]	$\hat{Y}, [мВ]$									N_i
	21 5	22 5	235	24 5	25 5	26 5	27 5	28 5	29 5	
565								4	2	6
575							3	4	1	8
585					1	2	8	2	2	15
595					3	7	8	5	1	24
605				3	13	16	8	3		43
615				8	9	11	4			32
625			2	7	6	2				17
635		1	4	6	2					13
645	1	2	4	2	1					10
655	2	1								3
N_j	3	4	10	26	35	38	31	18	6	171

Аналогично строятся двумерные таблицы для остальных факторов, входящих в модель.

Результаты расчётов сведены в табл. 4, где величина $q_k = t_k / \sum_{k=1}^m t_k$ играет роль веса k -го фактора в модели, а t_k – критерий Стьюдента. Затем по формуле (7) находим выигрыш в информации, который составил $\approx 45\%$ по отношению к исходному распределению. Это почти вдвое больше той информации, которую мы могли бы получить при классическом подходе к объекту исследования как к

«черному ящику», n/t без урахування знання його внутрішньої структури, да при цьому затратили бй гораздо больше усилий (число експериментальных данных возросло бй в 1910 раз).

Таблица 4

Расчёт условной энтропии модели $U(0)$

№	Параметр	t_k	q_k	$H(\hat{Y}/Z_k)$	$q_k H(\hat{Y}/Z_k)$
1	$U_{дшкр}$	134,70	0,456	2,409	1,098
2	$R_{кр}$	47,70	0,120	2,508	0,301
3	R_{S_3}	26,11	0,089	2,731	0,240
4	$R_{S_{cc}}$	82,01	0,239	2,679	0,642
5	β	5,164	0,017	2,841	0,048
Σ	–	295,384	1,0	–	2,329

Заключение

В статье рассмотрен вопрос и предложена методика существенного (в десятки и сотни раз) сокращения трудоемкости при получении математической модели сложного объекта контроля по пассивным данным, то есть по результатам промежуточных контрольных операций, присущих конкретному технологическому процессу. Методика опробована на ряде микросхемотехнических производств РФ.

Кроме того, в статье предложен метод количественной оценки качества полученных математических моделей, пригодный как для моделей активного, так для моделей пассивного экспериментов. На все предложенные методы и методики разработаны программные обеспечения, на которые получены авторские свидетельства.

Литература

1. Талалай А.М. Методы статистической оптимизации и активной идентификации для адаптивного управления производством изделий электронной техники / А.М. Талалай // Дис. на соиск. уч. степ. докт. техн. наук. – М., 1987. – 318 с.
2. Ляпунов А.А. В чем состоит системный подход к изучению реальных объектов сложной природы / А.А. Ляпунов // Системные исследования. – М.: Наука, 1972. – С. 5-12
3. Рабинович В.И. Информационные характеристики средств измерения и контроля / В.И. Рабинович, М.П. Цапенко. – М.: Энергия, 1968. – 96 с.
4. Долгов Ю.А. Статистическое моделирование: учеб. для ВУЗов / Ю.А. Долгов. – Тирасполь: РИО ПГУ, 2002. – 280 с.
5. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Шеннон. – М.: Мир, 1978. – 418 с.

Поступила в редакцию 10.01.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры автоматизации и компьютерных технологий В.А. Краснобаев, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко, Харьков.

ІНФОРМАЦІЙНІ МОЖЛИВОСТІ СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Ю.О. Долгов

Запропонований метод значного скорочення об'єму вибірки при знаходженні статистичної моделі складного об'єкту контролю. На основі знання його внутрішньої структури будується граф, по якому знаходиться матриця інцидентів. Спеціальна обробка цієї матриці приводить до декомпозиції об'єкту контролю на складові частини. Моделі цих частин вимагають значно менших об'ємів вибірок, які потім об'єднуються в загальну модель. Графоаналітичне дослідження моделі допомагає уточнювати режими технологічних операцій. У статті також запропонований метод оцінки інформаційної ємкості отриманої моделі. У статті також запропонований метод оцінки інформаційної ємкості отриманої моделі.

Ключові слова: об'єкт контролю, статистична модель, граф, матриця інцидентів, декомпозиція, інформаційна ємкість моделі.

INFORMATION POSSIBILITIES OF STATISTICAL MODELLING

Y.A. Dolgov

There is offered a method, which permits to considerable reduce of sample size for statistical modeling of complicated check object. On the base of its inside structure there is made out a graph in order to make the matrix of incidence. A special calculation of the matrix is result in decomposition of check object on components. The models of these components are required of considerable lesser sample sizes which then are united in general model. A graph-analysis investigation of the model is assisted to define more precisely of technological operation regimes. There is offered a method of information capacity estimate of the received model too.

Key words: check object, statistical model, graph, new boundaries, incidence matrix, decomposition, information capacity of the model.

Долгов Юрий Александрович – член-корр. РАЕН, д-р техн. наук, проф., зав. каф. ИТУ, Приднестровский государственный университет им. Т.Г.Шевченко, Тирасполь, Приднестровье, Молдова, e-mail: dolgov@spsu.ru