

УДК 681.518.54;004.3.001.4

А.С. ЕПИФАНОВ

*Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия*

## ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ И КЛАССИФИКАЦИЯ МАРШРУТОВ ПО СЛОЖНОСТИ НА ОСНОВЕ СПЕКТРА ПАРАМЕТРОВ

*В статье на основе использования аппарата геометрических образов законов функционирования автоматов, предложенного и разработанного Твердохлебовым В.А. в работе [1], проводится анализ свойств трасс 19 официальных этапов автомобильной гоночной серии «Формула-1». Анализ свойств гоночных трасс сводится к исследованию свойств плоских кривых, представляющих собой масштабированные карты реальных трасс. По таким кривым осуществляется построение законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем (автоматов). Для оценки сложности и классификации трасс используется спектр динамических параметров, предложенный и разработанный Твердохлебовым В.А. в монографии [1].*

**Ключевые слова:** конечный детерминированный автомат, геометрический образ законов функционирования автомата, автодром, код маршрута, оценка сложности управления движением

### 1. Введение

Процесс управления движением по заданному маршруту можно представить в виде следующих основных составляющих: анализа информации о текущей ситуации; выбор и приложение управляющего воздействия к органам управления. Сложность управления движением по заданному маршруту существенно зависит от специфики маршрута, которая определяется на основе многих факторов: длины маршрута, графика движения, физических характеристик объекта движения, трассы, специальных знаков и сигналов, внешних условий среды и т.п. Кроме того, сложность управления зависит и от свойств органов управления и ограничений, накладываемых на процесс управления. Все существенные факторы возможно закодировать с помощью символов конечного алфавита и представить, таким образом, специфику маршрута в виде последовательности элементов из конечного множества.

Использование геометрических образов законов функционирования автоматов, предложенных и разработанных Твердохлебовым В.А. (см. [1]), позволило представлять фазовые картины единичными математическими структурами – ломаными линиями с числовыми координатами точек. В работе [1] Твердохлебовым В.А. разработан метод синтеза законов функционирования автомата по геометрической кривой. Это позволяет рассматривать геометрические кривые с автоматной интерпретацией, т.е. как способ задания законов функционирования автомата. В работе [1] предложен и разработан спектр динамических параметров, характеризующих

сложность правил порождения последовательности. Спектр  $\Omega = \langle \Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_4 \rangle$  вводится как многоуровневая структура, в которой на каждом уровне представлены наборы характеристик использованных рекуррентных форм. В статье [2] предложено использовать спектр  $\Omega$  для классификации свойств маршрутов, которые заданы последовательностями. Там же представлена схема формализации процедуры построения оценки сложности управления движением по заданному маршруту, при которой в элементах последовательностей, образующих код маршрута, представлены важнейшие факторы, на основании использования которых вырабатывается управляющее воздействие. Предложенный в [2] метод позволяет не только классифицировать маршруты по сложности процесса управления движением по маршруту, но и сравнивать процессы управления движением по сложности. В данной работе с автоматной интерпретацией рассматриваются геометрические кривые, представляющие собой масштабированные карты трасс этапов формулы-1. На основе использования спектра  $\Omega$  для анализа числовых последовательностей, представляющих специфику трасс, производится оценка сложности и классификация по сложности 19 трасс этапов формулы-1. Кроме того, по каждой кривой (представляющую трассу) осуществляется построение класса автоматов при различных значениях мощности входного алфавита и различных способах доопределения функции переходов автомата. Построенные автоматы минимизируются и на основе числа состояний в минимальном автомате, сопоставленном трассе, проводится классификация трасс по сложности.

## 2. Спектр динамических параметров рекуррентного описания последовательностей

В работе [1] Твердохлебовым В.А. предложен спектр динамических параметров, характеризующих сложность правил порождения последовательности. Спектр  $\Omega = \langle \Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_4 \rangle$  вводится как многоуровневая структура, в которой на каждом уровне представлены наборы характеристик использованных рекуррентных форм  $F_1^m(z_1, z_2, \dots, z_m) = z_{m+1}$ , где  $m$  – порядок рекуррентной формы,  $m=1, 2, \dots$ . Каждая рекуррентная форма  $F_1^m$  с учетом отношения  $\xi \in U^*$  определяется функцией  $f_1^m : U^m \rightarrow U$  и применяется для определения одного или нескольких отрезков в зависимости от структуры последовательности  $\xi$ . Полагается, что рекуррентная форма применяется отдельными вариантами вхождения рекуррентной формы в последовательность правил, определяющих рассматриваемую последовательность  $\xi$ . Вариант применения рекуррентной формы  $F_1^m$  оканчивается в каждом из следующих случаев: применение  $F_1^m$  не соответствует функции  $f_1^m$ ; дальнейшее и соответствующее функции  $f_1^m$  применение  $F_1^m$  связано с (первым) повторным применением рекуррентной формы к уже использованным для определяемого отрезка набора аргументов. Во втором случае применение  $F_1^m$  рассматривается как новый вариант использования  $F_1^m$ . Это условие требуется для выхода из циклов в последовательности отдельных правил определения  $\xi$ , образующих общее правило. Следовательно, при счете правил, использованных при определении последовательности  $\xi$ , пересчитываются варианты вхождения отдельных правил в общее правило. Исследования свойств спектров, соответствующих последовательностям, имеет общее значение для конструктивных объектов. Определим понятие спектра. Пусть  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$  – конечное множество и  $\xi$  последовательность элементов из множества  $U$ :  $\xi = \langle u(1), u(2), \dots, u(t), \dots \rangle$ .

**Определение 1.** Для любой последовательности  $\bar{\xi} \in U^V$  наименьший порядок рекуррентной формы, определяющей последовательность  $\bar{\xi}$ , будем обозначать  $m_0(\bar{\xi})$ .

**Определение 2.** Для любой последовательности  $\bar{\xi} \in U^V$  и  $m \in \mathbb{N}^+$ , где  $1 \leq m \leq m_0(\bar{\xi})$ , наибольшую длину начального отрезка последовательности  $\bar{\xi}$ , определяемого рекуррентной формой порядка  $m$ , будем обозначать  $d^m(\bar{\xi})$ .

**Определение 3.** Для любой последовательности  $\bar{\xi} \in U^V$  и  $m \in \mathbb{N}^+$ , где  $1 \leq m \leq \lfloor \bar{\xi} \rfloor - 1$ , число смен рекуррентных форм порядка  $m$ , требующихся при определении последовательности  $\bar{\xi}$ , будем обозначать  $r^m(\bar{\xi})$ .

**Определение 4.** Для любой последовательности  $\bar{\xi} \in U^V$  и  $m \in \mathbb{N}^+$ , где  $1 \leq m \leq m_0(\bar{\xi})$  и  $j$ , где  $1 \leq j \leq r^m(\bar{\xi})$  длину  $j$ -го отрезка в определении последовательности  $\bar{\xi}$  будем обозначать  $d_j^m(\bar{\xi})$ .

Используя введенные обозначения определим спектр параметров, характеризующих последовательность, как следующую структуру:

$$\begin{aligned} -\Omega_0(\bar{\xi}) &= \langle m_0(\bar{\xi}) \rangle; \\ -\Omega_1(\bar{\xi}) &= \langle d^1(\bar{\xi}), d^2(\bar{\xi}), \dots, d^\alpha(\bar{\xi}) \rangle; \\ -\Omega_2(\bar{\xi}) &= \langle r^1(\bar{\xi}), r^2(\bar{\xi}), \dots, r^\alpha(\bar{\xi}) \rangle; \\ -\Omega_3(\bar{\xi}) &= \langle \Omega_3^1(\bar{\xi}), \Omega_3^2(\bar{\xi}), \dots, \Omega_3^\alpha(\bar{\xi}) \rangle, \end{aligned}$$

$$\text{где } \alpha = m_0(\bar{\xi}) \text{ и } \Omega_3^j(\bar{\xi}) = \langle d_{n_j}^j(\bar{\xi}), d_{n_j}^{j+1}(\bar{\xi}), \dots, d_{n_j}^j(\bar{\xi}) \rangle$$

( $n_j$  – номер последнего отрезка в определении последовательности  $\bar{\xi}$  как последовательности отрезков, определяемых отдельными рекуррентными формами порядка  $j$ ). Четвёртый уровень  $\Omega_4(\bar{\xi})$  спектра  $\Omega(\bar{\xi})$  добавляет к характеристикам в предшествующих уровнях оценку сложности правил и вариантов использования правил. Формально  $\Omega_4(\bar{\xi}) = \Theta(\Omega_3(\bar{\xi}))$ , где  $\Theta$  – оператор замены в  $\Omega_3(\bar{\xi})$  величин длин отрезков весами использованных рекуррентных форм для определения отрезков. Рекуррентная форма  $F(z_{t-m}, z_{t-m+1}, \dots, z_{t-1}) = z_t$  порядка  $m$  определяет последовательность  $\xi = \langle u(1), u(2), \dots, u(t), \dots \rangle$ , если для любого  $t$ ,  $m < t$  и  $t \in \mathbb{N}$ ,  $F(u_{t-m}, u_{t-m+1}, \dots, u_{t-1}) = u_t$ . Рекуррентная форма  $F$  рассматривается как правило, определяющее последовательность  $\xi$ , сложность которого может быть выражена с помощью величин  $m_0$  (наименьший порядок рекуррентной формы) и  $n = |W|$ , где  $W$  – множество значений переменных  $\xi_i$ . Простейшая формула, определяющая чи-

словое значение оценки сложности использованной рекуррентной формы, имеет вид

$$\theta = \frac{m_0 \cdot k}{n^{m_0-1}},$$

где  $k$  – число знаков в последовательности, порожденных применением рекуррентной формы  $F$ .

### 3. Построение и анализ спектров для трасс гоночной серии «Формула -1»

В данной части статьи с использованием спектра динамических параметров осуществляется исследование свойств гоночных трасс 19 официальных этапов автомобильной гоночной серии «Формула-1». Анализ свойств гоночных трасс сводится к исследованию свойств плоских кривых, представляющих собой масштабированные карты реальных трасс. Карты трасс официальных этапов формулы-1 и детальная информация о каждом этапе извлечены из [5]. Анализ каждой из 19 геометрических кривых состоит в извлечении из кривой числовой последовательности, которая интерпретируется как последовательность вторых координат точек геометрического образа автомата. Для элементов множества, состоящего из 19 извлеченных последовательностей строятся спектры и на основе совпадения числовых показателей спектра множество разбивается на классы эквивалентных последовательностей. Кроме того, по каждой из 19 кривых построены автоматы. На каждой кривой выбирались точки, соответствующие поворотам и точки, обозначенные как контрольные при прохождении трассы (данные точки используются в ходе квалификации и непосредственно в гонке). Направление обхода для каждой кривой совпадает с направлением движения болидов формулы -1 по трассе, которой сопоставляется кривая.

В качестве начальной точки рассматривалась точка старта болидов в гонке. Количество точек, задающих приближение кривой зафиксировано для всех 19 кривых и равно 23 – среднему количеству поворотов для рассматриваемых трасс. Таким образом количество элементов в числовой последовательности, сопоставленной кривой равно 23. На рис. 1 приведена геометрическая кривая, соответствующая трассе Сепанг гран-при Малайзии с выбранными на ней точками (и указанием скоростей и перегрузок в поворотах). Извлеченные из масштабированных карт трасс формулы-1 последовательности длины 23 были проанализированы с использованием спектра динамических параметров.

Для каждой последовательности построены спектры и по совпадению значений параметров на уровнях  $\Omega_0 - \Omega_3$  спектра  $\Omega$  построены разбиения  $P_0, P_1, P_2, P_3$  множества рассматриваемых последо-

вательностей на классы эквивалентных последовательностей. Информация о разбиениях  $P_0, P_1, P_2, P_3$  множества последовательностей, кодирующих трассы формулы-1 представлена в таблице 1.

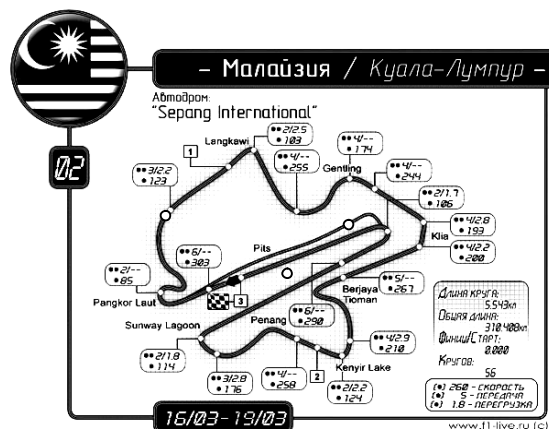


Рис. 1. Карта трассы «Сепанг» Гран-при Малайзии с выбранными точками

Анализ полученных результатов показывает, что значительное увеличение (почти в 6 раз) числа классов эквивалентных последовательностей наблюдается при построении разбиения  $P_1$  (число классов увеличивается с 3 до 17), при этом в 5 раз уменьшается значение максимальной мощности класса в разбиении (с 10 элементов в классе до 2 элементов). Разбиение  $P_2$  увеличивает число классов до 19, т.е. все классы в разбиении  $P_2$  являются одноэлементными. В таблице 2 приведены классы эквивалентных этапов формулы -1 (по совпадению показателей нулевого уровня  $\Omega_0$  спектра  $\Omega$  для последовательностей, кодирующих трассы).

Таблица 1

Информация о разбиениях  $P_0, P_1, P_2, P_3$  множества последовательностей, извлеченных из карт гоночных трасс по показателям спектра  $\Omega$  на уровнях  $\Omega_0 - \Omega_3$

| Характеристика                  | $P_0$ | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Число подклассов в разбиении    | 3     | 17    | 19    | 19    |
| Максимальная мощность подкласса | 10    | 2     | 1     | 1     |
| Минимальная мощность подкласса  | 1     | 1     | 1     | 1     |

Для каждой из 19 последовательности (соответствующей трассе этапа) вычислено значение характеристики - значение характеристики  $\theta$  (см. раздел 2). Эта оценка  $\theta$  в варианте  $\Omega_0 = \langle m_0 \rangle$  использована на 0-ом уровне спектра  $\Omega$ , что упрощает и огрубляет первую оценку сложности последовательности, построены классы эквивалентных этапов

формулы-1 по совпадению значения характеристики  $\theta$ . Разбиение  $P_0$  содержит 10 классов эквивалентности, максимальное число элементов - 4 содержится в классе, значение характеристики  $\theta$  в котором также является максимальным ( $\theta = 2.85714$ ). Разбиение  $P_0$  включает 4 одноэлементных класса, 4 двухэлементных класса, один трехэлементный и один четырехэлементный класс. Минимальное значение характеристики  $\theta = 0.0601052$  имеет последовательность, извлеченная из карты трассы гран-при Франции. Это позволяет сделать вывод, что управление движением по трассе «Маньи-Кур Невер» (гран-при Франции) является самым простым среди рассмотренных 19 этапов.

Таблица 2

Классы эквивалентных на нулевом уровне  $\Omega_0$  спектра  $\Omega$  этапов «Формулы-1»

| Класс          | Этап формулы-1          | Трасса                              |
|----------------|-------------------------|-------------------------------------|
| К <sub>1</sub> | Гран-при Бахрейна       | Сахир                               |
|                | Гран-при Малайзии       | Сепанг                              |
|                | Гран-при Канады         | Автодром имени Жиля Вильнева        |
|                | Гран-при Германии       | Хоккенхаймринг                      |
|                | Гран-при Венгрии        | Хунгароринг                         |
|                | Гран-при Турции         | Курткой                             |
|                | Гран-при Бельгии        | Спа                                 |
|                | Гран-при Китая          | Шанхай Интернешнл                   |
|                | Гран-при Японии         | Сузука Интернешнл                   |
|                | Гран-при Бразилии       | Интерлагос                          |
| К <sub>2</sub> | Гран-при Австралии      | Альберт-Парк                        |
|                | Гран-при Сан-Марино     | Автодром имени Энцо и Дино Феррари  |
|                | Гран-при Европы         | Нюрбургринг                         |
|                | Гран-при Испании        | Каталунья Монтмелло                 |
|                | Гран-при Италии         | Аутодроме Национале                 |
|                | Гран-при Великобритании | Сильверстоун                        |
|                | Гран-при США            | Автодром Индианаполис Мотор Спидвей |
| К <sub>3</sub> | Гран-при Франции        | Маньи-Кур Невер                     |

На основе метода, предложенного и разработанного Твердохлебовым В.А. в работе [2], по каж-

дой трассе построено 9 автоматов (при 3 различных значениях мощности входного алфавита и трех способах доопределения функции переходов). В результате проведенного анализа построенных автоматов выявлено, что у всех построенных автоматов при циклическом доопределении функции переходов, при доопределении в начальное состояние, при доопределении с использованием генератора случайных чисел (состояние выбирается случайным образом из множества возможных состояний) число классов эквивалентности совпадает с числом состояний автомата.

Таким образом, все построенные автоматы уже являются минимальными.

Несмотря на то, что способ доопределения функции переходов существенно влияет на число состояний у автомата после минимизации, в проведенном исследовании три использованных способа доопределения функции переходов автомата дали одинаковые результаты (по числу состояний автомата после минимизации).

Подробное описание и результаты проведенного исследования свойств геометрических кривых и трасс официальных этапов формулы-1 представлены в работе [3].

## Заключение

Изложенные в статье результаты исследования геометрических кривых, интерпретируемых как масштабированные карты трасс автодромов гоночной серии «Формула-1», показывают возможность использования аппарата геометрических образов законов функционирования автоматов и спектра динамических параметров для оценки сложности процесса управления движением по заданному маршруту.

По геометрическим кривым построены и проанализированы классы дискретных детерминированных динамических систем.

Определены классы эквивалентных по сложности кривых и стоящих за ними законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем.

## Литература

1. Твердохлебов В.А. Геометрические образы законов функционирования автоматов / В.А. Твердохлебов. – Саратов: Научная книга, 2008. – 183 с.
2. Филиппова М.И. Оценка сложности управления движением по известному маршруту / М.И. Филиппова, В.А. Твердохлебов // Информационно-вычислительные системы на железнодорожном транспорте. – 2007. – № 4. – С. 7-10.

3. Епифанов А.С. Анализ фазовых картин дискретных динамических систем / А.С. Епифанов – Саратов: Научная книга, 2008. – 156 с.
4. Епифанов А.С. Анализ фазовых картин дискретных динамических систем с использованием спектра динамических параметров / А.С. Епифанов // Радиоэлектронні і комп'ютерні системи. – 2009. – №5(39). – С. 111-116.
5. Russian Live Formula 1 [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.fl-live.ru>.

Поступила в редакцию 3.02.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Г.Ф. Кривуля, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина.

### ОЦІНКА СКЛАДНОСТІ І КЛАСИФІКАЦІЯ МАРШРУТІВ ЗА СКЛАДНІСТЮ НА БАЗІ СПЕКТРУ ПАРАМЕТРІВ

*А.С. Єпифанов*

У статті на базі використання апарату геометричних образів законів функціонування автоматів, що був запропонований та розроблений Твердохлебовим В.А. в роботі [1], проводиться аналіз властивостей трас 19 офіційних етапів автомобільної гоночної серії «Формула-1». Аналіз властивостей гоночних трас зводиться до дослідження властивостей плоских кривих, що становлять собою масштабовані мапи реальних трас. За такими кривими здійснюється побудова законів функціонування дискретних детермінованих динамічних систем (автоматів). Для оцінки складності та класифікації трас використовується спектр динамічних параметрів, що був запропонований та розроблений Твердохлебовим В.А. в монографії [1].

**Ключові слова:** кінцевий детермінований автомат, геометричний образ законів функціонування автомату, автодром, код маршруту, оцінка складності керування рухом.

### ESTIMATION OF COMPLEXITY AND CLASSIFICATION OF ROUTES ON COMPLEXITY ON THE BASIS OF A SPECTRUM OF PARAMETERS

*A.S. Epifanov*

In article on the basis of use of the apparatus of geometrical images of laws of functioning of the state machines offered and developed by V.A. Tverdohlebov in work [1], the analysis of properties of lines of 19 official stages of an automobile racing series «Formula-1» is spent. The analysis of properties of racing lines is reduced to research of properties of the flat curves representing scaled maps of real lines. On such curves is carried out construction of laws of functioning of the discrete determined dynamic systems (state machines). For an estimation of complexity and classification of lines used the spectrum of dynamic parameters offered and developed by V.A. Tverdohlebov in the monography [1].

**Keywords:** finite state machine, geometrical image of lows of functioning of state machine, an autodrome, a code of a route, an estimation of complexity of management of movement.

**Епифанов Антон Сергеевич** – аспирант, Институт проблем точной механики и управления Российской Академии Наук, Саратов, Россия, e-mail: epifanovas@list.ru.