УДК 681.3

Е.В. ЗАГУМЕННАЯ[1], В.А. КРАСНОБАЕВ[2], М.А. МАВРИНА[2]

[1]Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко, Украина
[2]Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, Украина

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ СРАВНЕНИЯ ЧИСЕЛ В КЛАССЕ ВЫЧЕТОВ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЗИЦИОНОГО ПРИЗНАКА НЕПОЗИЦИОНОГО КОДА

В данной статье предложены методы и алгоритмы сравнения чисел в классе вычетов (КВ). Методы сравнения чисел основываются на использовании позиционного признака непозиционного кода (ППНК) в КВ. Применяемый ППНК формируются на основе анализа позиционного однорядового кода. В статье был проведен расчет и сравнительный анализ времени реализации операций арифметического и алгебраического сравнения чисел в КВ. Данные методы, обеспечивая максимальную точность сравнения при минимальном количестве оборудования сравнивающих устройств, повышают быстродействия выполнения операции арифметического и алгебраического сравнения в КВ.

Ключевые слова: *класс вычетов, однорядовый код, позиционный признак непозиционного кода, арифметическое и алгебраическое сравнения чисел.*

Введение

Известно, что основным преимуществом непозиционной системы счисления в классе вычетов (КВ) является возможность организации процесса быстрой обработки информации, т.е. возможность создания методов и средств, обеспечивающих высокую пользовательскую производительность решения определенного класса задач (реализация арифметических операций сложения, вычитания, умножения). Это достигается за счет использования таких свойств КВ, как независимость и малоразрядность остатков $\{a_i\}$, совокупность которых представляет число $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ по n основаниям (модулям) данного КВ, путем применения табличной машинной арифметики [1].

Необходимость реализации непозиционных операций (например, часто встречающейся в алгоритмах управления операции сравнения двух чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$ при решении задач различного назначения компьютерной системой обработки информации (КСОИ)), снижает общую эффективность использования КВ. Это обусловлено значительным временем реализации (по сравнению со временем выполнения вышеперечисленных арифметических операций) операции сравнения двух чисел в КВ. Поэтому исследования и разработка методов, алгоритмов и средств сравнения чисел в КВ является важной и актуальной научно-прикладной задачей.

Цель статьи – разработка методов и алгоритмов сравнения двух чисел в КВ, на основе использования позиционного признака непозиционного кода (ППНК).

Основная часть

Существуют три группы методов сравнения чисел в КВ [1].

К первой группе мы отнесем методы непосредственного сравнения, основанные на преобразовании чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ из кода КВ в позиционную двоичную систему счисления (ПСС) $A_{псс} = \overline{\alpha_1, \alpha_2 .... \alpha_\rho}$ и $B_{псс} = \overline{\beta_1, \beta_2, ... \beta_\rho}$ (ρ -разрядность чисел $A_{ПСС}$ и $B_{ПСС}$) и дальнейшего их сравнения на основе использования двоичных позиционных схем сравнения.

Ко второй группе методов относятся методы, основанные на принципе нулевизации. Процедура процесса нулевизации заключается в переходе из исходного числа $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$, представленного в КВ, к числу вида $A_{кв} = (0, 0, ..., 0, \gamma_n^{(A)})$. После чего, по значению $\gamma_n^{(A)}$ определяется интервал $[jm_i, (j+1)m_i)$ попадания числа $A_{кв}$. Аналогично проводится нулевизация числа $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$, откуда получаем значения $\gamma_n^{(B)}$. Позиционное сравнение полученных значений $\gamma_n^{(A)}$ и $\gamma_n^{(B)}$ определяет результат сравнения чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$.

К третьей группе методов, отнесем методы, основанные на определении (выделении) или формировании специальных признаков, так называемых, ППНК. Данные признаки (например, ранг r числа A_{KB}) несут дополнительную информацию о величине чисел, которые сравниваются.

Недостатком всех существующих ППНК, являются:

-временная и аппаратная сложность формирования (выделения) признаков n_A и n_B;

- относительная техническая сложность получения количественной оценки признака;

- возможная сложность непосредственного использования полученного признака при реализации операции сравнения.

В данной статье предлагаются методы и алгоритмы сравнения двух чисел на основе использования ППНК в КВ.

Рассмотрим метод арифметического сравнения чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$, основанный на формировании ППНК (специального однорядового кода (ОК) этих чисел).

Пусть КВ задан совокупностью $\{m_i\}$, $i = \overline{1, n}$, попарно простых чисел. Наибольший общий делитель (НОД) любой пары оснований m_i и m_j $(i, j = \overline{1, n}; i \neq j)$ равен единице, т.е., НОД $(m_i, m_j)=1$. Для общности рассуждений пусть КВ будет упорядоченным $(m_i < m_{i+1})$.

Суть предлагаемого метода заключается в том, что первоначально исходные числа $A_{кв}$ и $B_{кв}$ посредством констант нулевизации (КН) вида $KH_{m_i}^{(A)} = (a_1', a_2', ..., a_{i-1}', a_i, a_{i+1}', ..., a_n')$ и $KH_{m_i}^{(B)} = (b_1', b_2', ..., b_{i-1}', b_i, b_{i+1}', ... b_n')$ приводятся к числам $A_{m_i} = A_{кв} - KH_{m_i}^{(A)} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n) - (a_1', a_2', ..., a_{i-1}', a_i, a_{i+1}', ..., a_n') = (a_1^{(1)}, a_2^{(1)}, ..., a_{i-1}^{(1)}, 0, a_{i+1}^{(1)}, ..., a_n^{(1)})$ и $B_{m_i} = B_{кв} - KH_{m_i}^{(B)} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n) - (b_1', b_2', ..., b_{i-1}', b_i, b_{i+1}', ..., b_n') = (b_1^{(1)}, b_2^{(1)}, ..., b_{i-1}^{(1)}, 0, b_{i+1}^{(1)}, ..., b_n^{(1)})$, кратным одному определенному m_i модулю КВ. Далее, посредством совокупности $0, m_i, 2 \cdot m_i, ..., (N-2) \cdot m_i, (N-1) \cdot m_i$ из N констант, кратных основанию m_i, параллельно во времени проводятся операции вычитания $A_{m_i} - K_A \cdot m_i = Z_{K_A}^{(A)}$ и $B_{m_i} - K_B \cdot m_i = Z_{K_B}^{(B)}$ $(K_A (K_B) = \overline{0, N-1})$ т.е.

$$\begin{cases} A_{m_i} - 0 \cdot m_i = Z_0^{(A)}, \\ A_{m_i} - 1 \cdot m_i = Z_1^{(A)}, \\ A_{m_i} - 2 \cdot m_i = Z_2^{(A)}, \\ \quad ... \\ A_{m_i} - (N-2) \cdot m_i = Z_{N-2}^{(A)}, \\ A_{m_i} - (N-1) \cdot m_i = Z_{N-1}^{(A)}; \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} B_{m_i} - 0 \cdot m_i = Z_0^{(B)}, \\ B_{m_i} - 1 \cdot m_i = Z_1^{(B)}, \\ B_{m_i} - 2 \cdot m_i = Z_2^{(B)}, \\ \quad ... \\ B_{m_i} - (N-2) \cdot m_i = Z_{N-2}^{(B)}, \\ B_{m_i} - (N-1) \cdot m_i = Z_{N-1}^{(B)}, \end{cases} \tag{2}$$

где $N_{m_i} = \prod_{\substack{k=1; \\ k \neq i.}}^{n} m_k$ (N_{m_i} - количество двоичных разрядов в записи ОК $K_{N_{m_i}}^{(n_A)}$ и $K_{N_{m_i}}^{(n_B)}$ или количество сумматоров, осуществляющих операции вида $A_{m_i} - K_A \cdot m_i = Z_{K_A}^{(A)}$ или $B_{m_i} - K_B \cdot m_i = Z_{K_B}^{(B)}$).

Таким образом, формируется ОК вида двоичной последовательности $K_{N_{m_i}}^{(n_A)} = \{Z_{N_{m_i}-1}^{(A)}\ Z_{N_{m_i}-2}^{(A)} ... Z_2^{(A)} Z_1^{(A)}\ Z_0^{(A)}\}$ для числа $A_{кв}$, при этом только одно значение $Z_{K_A}^{(A)} = 0$. В случае, если $A_{m_i} - n_A \cdot m_i = 0$. Остальные значения $Z_{K_A}^{(A)} = 1$, если $A_{m_i} - \ell \cdot m_i \neq 0$, $\ell = \overline{0, N-1}$, $\ell \neq n_A$.

В этом случае ОК вида $K_{N_{m_i}}^{(n_A)}$ и $K_{N_{m_i}}^{(n_B)}$ представляет собой последовательность, состоящую из N_{m_i} двоичных разрядов. В этой последовательности только один двоичный разряд нулевой, а остальные – единичные. Местоположения нулевых разрядов ОК $K_{N_{m_i}}^{(n_A)}$ и $K_{N_{m_i}}^{(n_B)}$ определяют ППНК n_A и n_B соответственно чисел A и B.

Аналогичным образом формируется ОК вида $K_{N_{m_i}}^{(n_B)} = \left\{Z_{N_{m_i}-1}^{(B)}\ Z_{N_{m_i}-2}^{(B)} ... Z_2^{(B)}\ Z_1^{(B)}\ Z_0^{(B)}\right\}$ для числа $B_{кв}$. При этом значение $Z_{K_B}^{(B)} = 0$ (если $B_{m_i} - n_B \cdot m_i = 0$), а остальные значения $Z_{K_B}^{(B)} = 1$, если $B_{m_i} - \ell \cdot m_i \neq 0$ ($\ell = \overline{0, N-1}$, $\ell \neq n_B$).

Для наглядности сути метода сравнения рассмотрим геометрическую интерпретацию предложенного метода сравнения двух чисел. На рисунке 1 представлен числовой отрезок (0, M], соответствующий диапазону представления сравниваемых чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$, где $M = \prod_{i=1}^{n} m_i$. Данный отрезок разбит на N_{m_i} интервалов $[jm_i, (j+1)m_i)$, длиною m_i единиц каждый. Операция преобразования исходных чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ посредством констант нулевизации $KH_{m_i}^{(A)} = (a'_1, a'_2, ..., a'_{i-1}, a_i, a'_{i+1}, ..., a'_n)$ $KH_{m_i}^{(B)} = (b'_1, b'_2, ..., b'_{i-1}, b_i, b'_{i+1}, ..., b'_n)$ к виду $A_{m_i} = A_{кв} - KH_{m_i}^{(A)} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n) - -(a'_1, a'_2, ..., a'_{i-1}, a_i, a'_{i+1}, ..., a'_n) = (a_1^{(1)}, a_2^{(1)}, ..., a_{i-1}^{(1)}, 0, a_{i+1}^{(1)}, ..., a_n^{(1)})$ и $B_{m_i} = B_{кв} - KH_{m_i}^{(B)} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n) - (b'_1, b'_2, ..., b'_{i-1}, b_i, b'_{i+1}, ..., b'_n) = (b_1^{(1)}, b_2^{(1)}, ..., b_{i-1}^{(1)}, 0, b_{i+1}^{(1)}, ..., b_n^{(1)})$ равносильна смещению сравнимых чисел на левый край соответствующих интервалов $[j_1 m_i, (j_1+1)m_i)$ и $[j_2 m_i, (j_2+1)m_i)$ их первоначального нахождения, что соответствует приведению их к числам A_{m_i} и B_{m_i}, кратным модулю m_i КВ. После чего определяются номера $j_1 = n_A$ и $j_2 = n_B$ этих интервалов (см. выражения (1) и (2)), что является позиционным признаком непозиционного кода в КВ.

Важнейшей характеристикой процесса сравнения чисел есть точность W сравнения. В случае сравнения чисел в КВ точность W_{m_i} сравнения двух чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$ зависит от местоположения интервалов $[j_1 m_i, (j_1+1)m_i)$ и $[j_2 m_i, (j_2+1)m_i)$ нахождения этих чисел на числовой оси $0 \div M$ (рис. 1), т.е. от номеров j_1 и j_2 этих интервалов.

В случае $j_1 \neq j_2$, алгоритм сравнения двух чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ следующий. Если $j_1 > j_2$, тогда $A_{кв} > B_{кв}$, а если $j_1 < j_2$ тогда - $A_{кв} < B_{кв}$.

При $j_1 = j_2 = j$ точность W_{m_i} сравнения зависит от величины интервала $[jm_i, (j+1)m_i)$, т.е. от значения m_i модуля КВ. Для случая $j_1 = j_2 = j$ $A_{m_i} = B_{m_i} = j \cdot m_i$, что свидетельствует, что $A_{кв} = B_{кв}$. Однако это не всегда соответствует действительности.

Исходя из геометрической интерпретации (рис.1) предложенного метода для произвольного модуля m_i КВ очевидно, что точность A_{m_i} сравнения зависит от величины интервала $[jm_i, (j+1)m_i)$, т.е. от величины модуля в соответствии с которым был образован ОК. В этом случае точность сравнения в КВ можно определить следующим выражением

$$W_{m_i} = 1/m_i . \tag{3}$$

Однако, в случае $m_i = m_n$, количество N_{m_n} оборудования устройства сравнения двух чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$, зависящие в основном от количества входящих в него двух групп сумматоров, реализующих операции $A_{m_n} - K_A \cdot m_n = Z_{K_A}^{(A)}$ и $B_{m_n} - K_B \cdot m_n = Z_{K_B}^{(B)}$, определяется выражением (4)

$$N_{m_n} = \prod_{k=1}^{n-1} m_k . \tag{4}$$

Для произвольного значения m_i модуля КВ формула (4) будет иметь следующий вид

$$N_{m_i} = \prod_{\substack{k=1; \\ k \neq i.}}^{n-1} m_k . \tag{5}$$

В зависимости от величины модуля m_i рассмотрим варианты методов арифметического сравнения чисел в КВ.

Пусть $m_i = m_n = \max$. В этом случае точность W_{m_n} сравнения определяется величиной интервала $[jm_n, (j+1)m_n)$ и будет минимальной. При этом количество оборудования N_{m_n} сравнивающего устройства (см. выражение (5)) также будет минимальным.

Пусть $m_i = m_1 = \min$. В этом случае для упорядоченного КВ обеспечивается максимальная точность сравнения, которая определяется величиной интервала $[jm_1, (j+1)m_1)$. При этом количество оборудования устройства для арифметического сравнения двух чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ в КВ максимально и равно $N_{m_1} = \prod_{k=2}^{n} m_k = m_2 \cdot m_3 ... m_{n-1} \cdot m_n$.

Для КВ минимальное основание равно $m_1 = 2$. В этом случае точность сравнения будет равна двум единицам, что не позволяет добиться максимальной точности сравнения равной единицы (см. выражение (3)).

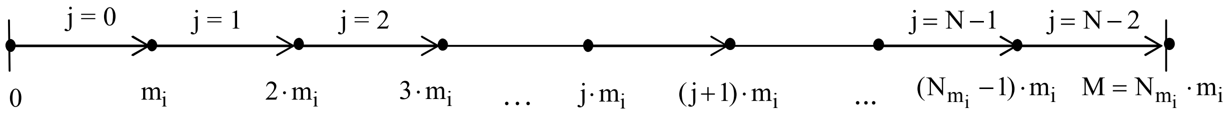

Рис.1. Интервалы разбиения числовой оси [0,M) для произвольного основания m_i КВ.

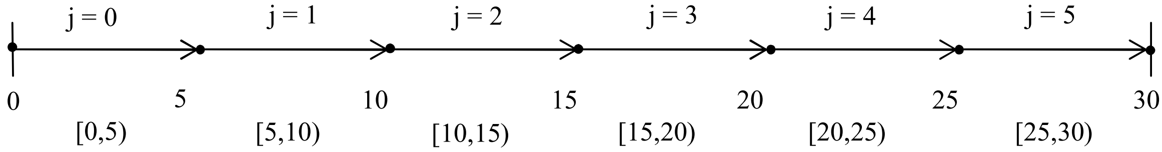

Рис.2. Интервалы разбиения числовой оси [0,M) для основания $m_i = 5$ КВ.

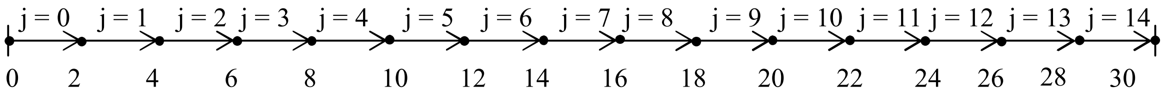

Рис.3. Интервалы разбиения числовой оси [0,M) для основания $m_i = 2$ КВ.

Таким образом, необходимо разработать такой метод арифметического сравнения, результат которого бы определялся с максимальной точностью $W_{max} = 1$ и, желательно, при минимальном количестве оборудования N_{min}. Последнее условие обеспечивается выбором основания $m_i = m_n = \max$, так как оно удовлетворяет обеспечения условию N_{min}.

Для разработки метода арифметического сравнения двух чисел в КВ, обеспечивающего реализацию функционала $F_{opt.} = W_{max}(N_{min})$, необходимо выполнения двух противоречивых условий. Первое, основное, условие, – обеспечение максимальной точности сравнения – удовлетворяется путем выбора минимального $m_i = \min$ (например, $m_1 = 2$) из оснований КВ. Однако в этом случае количество $N_{m_{min}}$ оборудования устройства для сравнения двух чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ будет максимальным (см. выражения (5)). Второе условие – обеспечение минимального количества N_{min} оборудования – обеспечивается путем выбора максимального ($m_i = \max$) основания КВ.

Для устранения вышеперечисленных противоречий введем процедуру сравнения непосредственных остатков a_n и b_n исходных чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ по основанию m_n. В этом случаи достигается максимальная точность сравнения - до единицы интервала. Так как позиционное сравнения остатков a_n и b_n проводятся параллельно во времени с формированием ОК, то быстродействие сравнения двух чисел не снижается.

Зная величины a_n, b_n, n_A и n_B, математически процедуру сравнения двух чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$ можно представить в виде реализации соотношений (6)÷(8).

Таким образом

$$A_{кв} = B_{кв}, \text{ если } [(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)]; \tag{6}$$

$$A_{кв} > B_{кв}, \text{ если } \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n > b_n)]\}; \tag{7}$$

$$A_{кв} < B_{кв}, \text{ если } (n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n < b_n)]. \tag{8}$$

Метод арифметического сравнения двух чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ представлен на рис. 4.

1	Запись во входные регистры сравниваемых в КВ чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$.
2	Выборка по значениям a_n и b_n из БКН констант нулевизации вида $KH^{(A)}_{m_n} = (a'_1, a'_2, ..., a'_{i-1}, a'_i, a'_{i+1}, ..., a_n)$ и $KH^{(B)}_{m_n} = (b'_1, b'_2, ..., b'_{i-1}, b'_i, b'_{i+1}, ...b_n)$. Одновременно производится сравнение остатков a_n и b_n чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$.

3	Определение величин A_{m_n} и B_{m_n}. $A_{m_n} = A_{кв} - KH_{m_n}^{(A)} =$ $= (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n) -$ $-(a_1', a_2', ..., a_{i-1}', a_i', a_{i+1}', ..., a_n) =$ $= (a_1^{(1)}, a_2^{(1)}, ..., a_{i-1}^{(1)}, a_i^{(1)}, a_{i+1}^{(1)}, ..., 0)$ и $B_{m_n} = B_{кв} - KH_{m_n}^{(B)} =$ $= (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n) -$ $-(b_1', b_2', ..., b_{i-1}', b_i', b_{i+1}', ..., b_n) =$ $= (b_1^{(1)}, b_2^{(1)}, ..., b_{i-1}^{(1)}, b_i^{(1)}, b_{i+1}^{(1)}, ..., 0)$, которые кратны значению модуля m_n КВ.

4	Посредством сумматоров, используя совокупность констант $0,\ m_n, ..., (N-1)\cdot m_n$, по формулам $A_{m_n} - K_A \cdot m_n = Z_{K_A}^{(A)}$ и $B_{m_n} - K_B \cdot m_n = Z_{K_B}^{(B)}$ определяются компоненты $z_i^{(A)}$ и $z_j^{(B)}$ ОК, которые представляются в виде $K_{N_{m_n}}^{(n_A)} = \{Z_{N_{m_n}-1}^{(A)}\ Z_{N_{m_n}-2}^{(A)} ... Z_2^{(A)} Z_1^{(A)}\ Z_0^{(A)}\}$ и $K_{N_{m_n}}^{(n_B)} = \{Z_{N_{m_n}-1}^{(B)}\ Z_{N_{m_n}-2}^{(B)} ... Z_2^{(B)}\ Z_1^{(B)}\ Z_0^{(B)}\}$.

5	По виду ОК $K_{N_{m_n}}^{(n_A)} = \{Z_{N_{m_n}-1}^{(A)}\ Z_{N_{m_n}-2}^{(A)} ... Z_2^{(A)} Z_1^{(A)}\ Z_0^{(A)}\}$ и $K_{N_{m_n}}^{(n_B)} = \{Z_{N_{m_n}-1}^{(B)}\ Z_{N_{m_n}-2}^{(B)} ... Z_2^{(B)}\ Z_1^{(B)}\ Z_0^{(B)}\}$ определяются значения двоичных разрядов ОК, для которых $Z_{n_A}^{(A)} = 0$ и $Z_{n_B}^{(B)} = 0$. После чего формируются количественные значения n_A и n_B ППНК.

6	Определение результата арифметического сравнения чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ в соответствии с выражениями $\mathbf{A_{кв} = B_{кв}}$, если $[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)]$; $\mathbf{A_{кв} > B_{кв}}$, если $(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n > b_n)]$; $\mathbf{A_{кв} < B_{кв}}$, если $(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n < b_n)]$.

Рис. 4. Метод арифметического сравнения двух чисел в КВ

В соответствии с разработанным методом в таблице 1 представлен алгоритм арифметического сравнения чисел в КВ.

Таблица 1

Алгоритм арифметического сравнения чисел $A_{кв}$ и $B_{кв}$ в КВ

№ п.п.	Результат сравнения чисел	Условие выполнения операций сравнения
1	$A_{кв} = B_{кв}$	$(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)$.
2	$A_{кв} > B_{кв}$	$(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n > b_n)]$.
3	$A_{кв} < B_{кв}$	$(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n < b_n)]$.

Рассмотрим пример конкретного выполнения операции арифметического сравнения чисел в КВ с основаниями $m_1 = 2$, $m_2 = 3$ и $m_3 = 5$. При этом $M = \prod_{i=1}^{n} m_i = 30$; $N_{m_i} = \prod_{\substack{k=1;\\ k\neq i.}}^{n} m_k = N_{m_3} = N_5 =$

$= \prod_{\substack{k=1;\\ k\neq 3.}}^{2} m_k = m_1 \cdot m_2 = 2\cdot 3 = 6$. В таблице 2 представлены кодовые слова для данного КВ. В таблице 3 представлены константы нулевизации, а в таблице 4 представлены наборы констант в КВ с основаниями $m_1 = 2, m_2 = 3$ и $m_3 = 5$.

Таблица 2

Таблица кодовых слов КВ

A (B) в ПСС	$A_{кв}$ $(B_{кв})$ в КВ			A (B) в ПСС	$A_{кв}$ $(B_{кв})$ в КВ		
	m_1=2	m_2=3	m_3=5		m_1=2	m_2=3	m_3=5
0	0	00	000	15	1	00	000
1	1	01	001	16	0	01	001
2	0	10	010	17	1	10	010
3	1	00	011	18	0	00	011
4	0	01	100	19	1	01	100
5	1	10	000	20	0	10	000
6	0	00	001	21	1	00	001
7	1	01	010	22	0	01	010
8	0	10	011	23	1	10	011
9	1	00	100	24	0	00	100
10	0	01	000	25	1	01	000
11	1	10	001	26	0	10	001
12	0	00	010	27	1	00	010
13	1	01	011	28	0	01	011
14	0	10	100	29	1	10	100

Таблица 3

Содержимое БКН для $m_3 = 5$

$a_3\ (b_3)$	Константы		
	$m_1 = 2$	$m_2 = 3$	$m_3 = 5$
000	0	00	000
001	1	01	001
010	0	10	010
011	1	00	011
100	0	01	100

Таблица 4

Константы для формирования однорядового кода

$j \cdot m_3$	Константы в КВ		
$(j = \overline{0,5})$	$m_1 = 2$	$m_2 = 3$	$m_3 = 5$
0	0	00	000
5	1	10	000
10	0	01	000
15	1	00	000
20	0	10	000
25	1	01	000

Пример 1. Пусть сравниваемые операнды $A_{кв} = 23$ и $B_{кв} = 21$ будут представлены в виде $A_{23} = (1, 10, 011)$, $B_{21} = (1, 00, 001)$ (рис. 5).

По значениям остатков a_n и b_n, где $a_n = 011$, а $b_n = 001$ выбираем из БКН (табл. 3) константы нулевизации, которые имеют вид $KH_{m_n}^{(A)} = (1, 00, 011)$ и $KH_{m_n}^{(B)} = (1, 01, 001)$. Далее определяем числа $A_{m_n} = A_{KB} - KH_{m_n}^{(A)} = (1, 10, 011) - (1, 00, 011) = (0, 10, 000)$ и $B_{m_n} = B_{KB} - KH_{m_n}^{(B)} = (1, 00, 001) - (1, 01, 001) = (0, 10, 000)$,

что соответствует сдвигу операндов A_{23} и B_{21} на левый край интервала $[20, 25)$ (рис. 5). Далее для входных операндов посредством реализации соотношения (1) и (2) формируем ОК вида $K_{N_{m_n}}^{(n_A)} = K_6^{(4)} = \{101111\}$, и $K_{N_{m_n}}^{(n_B)} = K_6^{(4)} = \{101111\}$, где $N_5 = \prod_{i=1}^{n-1} m_i = 6$. Одновременно с этим посредством $n = [\log_2(m_n - 1)] + 1$-й ($m_n = m_3 = 5$, $n = 3$) разрядной схемы сравнения, параллельно во времени, определяется результат сравнения $a_n = 011 > b_n = 001$. Так как $n_A = n_B = 4$, то в соответствии с п. 2 алгоритма сравнения (табл. 1) определяем, что $A_{кв} > B_{кв}$. Проверка: $23 > 21$.

На основе предложенного метода арифметического сравнения перейдем к реализации алгебраического сравнения двух чисел. В этом случае сравниваемые операнды $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$ дополнительно имеют по два знаковых разряда $\Omega_{+A}(\Omega_{+B})$ и $\Omega_{-A}(\Omega_{-B})$, где

$$\Omega_{+A}(\Omega_{+B}) = \begin{cases} 1, \text{ если } A_{кв}(B_{кв}) > 0, \\ 0, \text{ если } A_{кв}(B_{кв}) < 0; \end{cases}$$
$$\Omega_{-A}(\Omega_{-B}) = \begin{cases} 0, \text{ если } A_{кв}(B_{кв}) > 0, \\ 1, \text{ если } A_{кв}(B_{кв}) < 0. \end{cases} \quad (9)$$

Таким образом, сравниваемые операнды представляются в виде

$$\begin{aligned} A_{кв}^{(*)} &= \{\Omega_{+A}, \Omega_{-A}; A_{кв}\} = \\ &= \{\Omega_{+A}, \Omega_{-A}; (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)\}; \\ B_{кв}^{(*)} &= \{\Omega_{+B}, \Omega_{-B}; B_{кв}\} = \\ &= \{\Omega_{+B}, \Omega_{-B}; (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где Ω_{+A}, Ω_{+B} - положительные и Ω_{-A}, Ω_{-B} - отрицательные признаки алгебраических чисел соответственно $A_{кв}^{(*)}$ и $B_{кв}^{(*)}$ в КВ.

Равенство $A_{кв}^{(*)} = B_{кв}^{(*)}$ двух алгебраических чисел $A_{кв}^{(*)}$ и $B_{кв}^{(*)}$ определяется логическим уравнением. В этом случае $A_{кв}^{(*)} = B_{кв}^{(*)}$, если

$$[(A_{кв} = B_{кв}) \wedge (\Omega_{+A} \wedge \Omega_{+B})] \vee [(A_{кв} = B_{кв}) \wedge \wedge(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{-B})]. \quad (11)$$

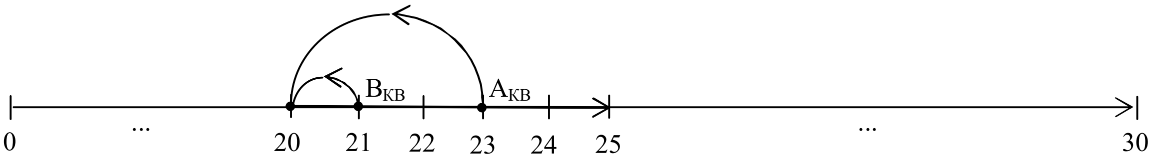

Рис. 5. Схема процедуры сравнения чисел $A_{кв} = 23$ и $B_{кв} = 21$

Учитывая соотношение (6) для определения условия равенства $A_{кв} = B_{кв}$, выражение (11) определяем следующим образом

$$\begin{aligned}&\{[(n_A = n_B)\wedge(a_n = b_n)]\wedge(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{+B})\}\vee\\ &\vee\{[(n_A = n_B)\wedge(a_n = b_n)]\wedge(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{-B})\}.\end{aligned} \qquad (12)$$

Неравенство $A^{(*)}_{кв} > B^{(*)}_{кв}$ основывается на выполнение следующих логических условий

$$\begin{aligned}&[(A_{кв} = B_{кв})\wedge(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{-B})]\vee[(A_{кв} > B_{кв})\wedge\\ &\wedge(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{+B})]\vee[(A_{кв} > B_{кв})\wedge\\ &\wedge(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{-B})]\vee\\ &\vee[(A_{кв} < B_{кв})\wedge(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{-B})]\vee\\ &\vee[(A_{кв} < B_{кв})\wedge(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{-B})].\end{aligned} \qquad (13)$$

Учитывая соотношения (7) совокупность (13) аналитических выражений можно представить в виде

$$\begin{aligned}&\{[(n_A = n_B)\wedge(a_n = b_n)]\wedge(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{-B})\}\vee\\ &\vee\{(n_A > n_B)\vee[(n_A = n_B)\wedge(a_n > b_n)]\}\wedge\\ &\wedge\{(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{+B})\}\vee\\ &\vee\{(n_A > n_B)\vee[(n_A = n_B)\wedge(a_n > b_n)]\}\wedge\\ &\wedge\{(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{-B})\}\vee\\ &\vee\{(n_A < n_B)\vee[(n_A = n_B)\wedge(a_n < b_n)]\}\wedge\\ &\wedge\{(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{-B})\}\vee\\ &\vee\{(n_A < n_B)\vee[(n_A = n_B)\wedge(a_n < b_n)]\}\wedge\\ &\wedge\{(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{-B})\}.\end{aligned} \qquad (14)$$

Неравенство $A^{(*)}_{кв} < B^{(*)}_{кв}$ справедливо, если выполняются следующие логические условия

$$\begin{aligned}&[(A_{кв} = B_{кв})\wedge(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{+B})]\vee\\ &\vee[(A_{кв} > B_{кв})\wedge(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{+B})]\vee\\ &\vee[(A_{кв} > B_{кв})\wedge(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{-B})]\vee\\ &\vee[(A_{кв} < B_{кв})\wedge(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{+B})]\vee\\ &\vee[(A_{кв} < B_{кв})\wedge(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{+B})].\end{aligned} \qquad (15)$$

Учитывая выражения (8) совокупность (15) логических равенств можно записать в виде

$$\begin{aligned}&\{[(n_A = n_B)\wedge(a_n = b_n)]\wedge(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{+B})\}\vee\\ &\vee\{(n_A > n_B)\vee[(n_A = n_B)\wedge(a_n > b_n)]\}\wedge\\ &\wedge\{(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{+B})\}\vee\\ &\vee\{(n_A > n_B)\vee[(n_A = n_B)\wedge(a_n > b_n)]\}\wedge\\ &\wedge\{(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{-B})\}\vee\\ &\vee\{(n_A < n_B)\vee[(n_A = n_B)\wedge(a_n < b_n)]\}\wedge\\ &\wedge\{(\Omega_{+A}\wedge\Omega_{+B})\}\vee\\ &\vee\{(n_A < n_B)\vee[(n_A = n_B)\wedge(a_n < b_n)]\}\wedge\\ &\wedge\{(\Omega_{-A}\wedge\Omega_{+B})\}.\end{aligned} \qquad (16)$$

Совокупность математических соотношений (11)÷(16) лежит в основе метода алгебраического сравнения чисел в КВ (рис. 6).

1	Запись сравниваемых в КВ чисел во входные регистры, которые имеют по два знаковых разряда $A^{(*)}_{кв} = \{\Omega_{+A}, \Omega_{-A}; A_{кв}\} = \{\Omega_{+A}, \Omega_{-A}; (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)\}$ и $B^{(*)}_{кв} = \{\Omega_{+B}, \Omega_{-B}; B_{кв}\} = \{\Omega_{+B}, \Omega_{-B}; (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, ..., b_i, b_{i+1}, ..., b_n)\}$.
2	Выборка по значениям a_n и b_n из БКН констант нулевизации вида $КН^{(A_{кв})}_{m_n} = (a'_1, a'_2, ..., a'_{i-1}, a'_i, a'_{i+1}, ..., a_n)$ и $КН^{(B_{кв})}_{m_n} = (b'_1, b'_2, ..., b'_{i-1}, b'_i, b'_{i+1}, ... b_n)$. Одновременно производится сравнение остатков a_n и b_n.
3	Определение чисел вида $A_{m_n} = A_{кв} - КН^{(A)}_{m_n} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n) - (a'_1, a'_2, ..., a'_{i-1}, a'_i, a'_{i+1}, ..., a_n) = (a^{(1)}_1, a^{(1)}_2, ..., a^{(1)}_{i-1}, a^{(1)}_i, a^{(1)}_{i+1}, ..., 0)$ и $B_{m_n} = B_{кв} - КН^{(B)}_{m_n} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n) - (b'_1, b'_2, ..., b'_{i-1}, b'_i, b'_{i+1}, ..., b_n) = (b^{(1)}_1, b^{(1)}_2, ..., b^{(1)}_{i-1}, b^{(1)}_i, b^{(1)}_{i+1}, ..., 0)$, кратных значению модуля m_n КВ.
4	Посредством сумматоров, используя совокупность констант 0, $m_n, ..., (N-1)\cdot m_n$, по формулам $A_{m_n} - K_A \cdot m_n = Z^{(A)}_{K_A}$ и $B_{m_n} - K_B \cdot m_n = Z^{(B)}_{K_B}$ определяются компоненты $z^{(A)}_i$ и $z^{(B)}_j$ ОК, которые представляются в виде $K^{(n_A)}_{N_{m_n}} = \{Z^{(A)}_{N_{m_n}-1}\, Z^{(A)}_{N_{m_n}-2} \ldots Z^{(A)}_2 Z^{(A)}_1\, Z^{(A)}_0\}$ и $K^{(n_B)}_{N_{m_n}} = \{Z^{(B)}_{N_{m_n}-1}\, Z^{(B)}_{N_{m_n}-2} \ldots Z^{(B)}_2\, Z^{(B)}_1\, Z^{(B)}_0\}$.

5	По виду ОК $K^{(n_A)}_{N_{m_n}} = \{Z^{(A)}_{N_{m_n}-1}\ Z^{(A)}_{N_{m_n}-2} \dots Z^{(A)}_2 Z^{(A)}_1\ Z^{(A)}_0\}$ $K^{(n_B)}_{N_{m_n}} = \{Z^{(B)}_{N_{m_n}-1}\ Z^{(B)}_{N_{m_n}-2} \dots Z^{(B)}_2\ Z^{(B)}_1\ Z^{(B)}_0\}$ определяются значения двоичных разрядов ОК, для которых $Z^{(A)}_{n_A} = 0$ и $Z^{(B)}_{n_B} = 0$. После чего формируются количественные значения n_A и n_B ППНК.
6	Получение результата алгебраического сравнения чисел $A^{(*)}_{кв}$ и $B^{(*)}_{кв}$ в соответствии с выражениями $\mathbf{A^{(*)}_{кв} = B^{(*)}_{кв}}$, если $\{[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)] \wedge (\Omega_{+A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)] \wedge (\Omega_{-A} \wedge \Omega_{-B})\}$. $\mathbf{A^{(*)}_{кв} > B^{(*)}_{кв}}$, если $\{[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)] \wedge (\Omega_{+A} \wedge \Omega_{-B})\} \vee$ $\vee \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n > b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{+A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n > b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{+A} \wedge \Omega_{-B})\} \vee$ $\vee \{(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n < b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{+A} \wedge \Omega_{-B})\} \vee$ $\vee \{(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n < b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{-B})\}$. $\mathbf{A^{(*)}_{кв} < B^{(*)}_{кв}}$, если $\{[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)] \wedge (\Omega_{-A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n > b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n > b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{-B})\} \vee$ $\vee \{(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n < b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{+A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge (a_n < b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{+B})\}$.

Рис. 6. Метод алгебраического сравнения двух чисел в КВ

В таблице 5 дан алгоритм алгебраического сравнения чисел в КВ.

Алгоритмы арифметического (табл. 1) и алгебраического (табл. 5) сравнения рекомендовано использовать при практической реализации операции сравнения двух чисел в КВ.

Таблица 5

Алгоритм алгебраического сравнения чисел $A^{(*)}_{кв}$ и $B^{(*)}_{кв}$

№ п.п.	Результат сравнения чисел $A^{(*)}_{кв}$ и $B^{(*)}_{кв}$	Условие выполнения операций сравнения
1	$\mathbf{A^{(*)}_{кв} = B^{(*)}_{кв}}$	$\{[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)] \wedge$ $\wedge (\Omega_{+A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\{[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)] \wedge$ $\wedge (\Omega_{-A} \wedge \Omega_{-B})\}$.
2	$\mathbf{A^{(*)}_{кв} > B^{(*)}_{кв}}$	$\{[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)] \wedge$ $\wedge (\Omega_{+A} \wedge \Omega_{-B})\} \vee$ $\vee \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge$ $\wedge (a_n > b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{+A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge$ $\wedge (a_n > b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{+A} \wedge \Omega_{-B})\} \vee$ $\vee \{(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge$ $\wedge (a_n < b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{+A} \wedge \Omega_{-B})\} \vee$ $\vee \{(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge$ $\wedge (a_n < b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{-B})\}$.
3	$\mathbf{A^{(*)}_{кв} < B^{(*)}_{кв}}$	$\{[(n_A = n_B) \wedge (a_n = b_n)] \wedge$ $\wedge (\Omega_{-A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge$ $\wedge (a_n > b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{(n_A > n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge$ $\wedge (a_n > b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{-B})\} \vee$ $\vee \{(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge$ $\wedge (a_n < b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{+A} \wedge \Omega_{+B})\} \vee$ $\vee \{(n_A < n_B) \vee [(n_A = n_B) \wedge$ $\wedge (a_n < b_n)]\} \wedge$ $\wedge \{(\Omega_{-A} \wedge \Omega_{+B})\}$.

Рассмотрим пример алгебраического сравнения двух чисел $A^{(*)}_{кв}$ и $B^{(*)}_{кв}$.

Пример 2. Сравнить два числа $A^{(*)}_{кв} = 21$ и $B^{(*)}_{кв} = -24$. Учитывая выражения (9) - (10) представим сравниваемые операнды в виде

$A_{21}^{(*)} = \{(1, 0; (1, 00, 001)\}$ и $B_{-24}^{(*)} = \{(0, 1; (0, 00, 100)\}$. По значению остатков $a_n = a_3 = 001$ и $b_n = b_3 = 100$ выбираем из БКН (табл. 3) константы нулевизации, которые имеют вид $KH_{m_n}^{(A)} = (1, 01, 001)$ и $KH_{m_n}^{(B)} = (0, 01, 100)$. Далее определяем числа,

$A_{m_n} = A_{кв} - KH_{m_n}^{(A)} = (1, 10, 011) - (1, 00, 011) =$

$= (0, 10, 000)$;

$B_{m_n} = B_{кв} - KH_{m_n}^{(B)} = (1, 00, 001) - (1, 01, 001) =$

$= (0, 10, 000)$,

что соответствует сдвигу операндов $A_{21} = \left|A_{21}^{(*)}\right|$ и $B_{24} = \left|B_{-24}^{(*)}\right|$ на левый край интервала [20, 25). Далее посредством реализации соотношений (1) и (2) формируется ОК для входных операндов $\left|A_{21}^{(*)}\right|$ и $\left|B_{-24}^{(*)}\right|$ в виде $K_{N_{m_n}}^{(n_A)} = K_6^{(4)} = \{101111\}$, $K_{N_{m_n}}^{(n_B)} = K_6^{(4)} = \{101111\}$. Одновременно с этим посредством $n = [\log_2(m_n - 1)] + 1$-й разрядной схемы сравнения, параллельно во времени определяется результат сравнения остатков $a_n = 001 < b_n = 100$. Так как $n_A = n_B = 4$, $\Omega_{+A} = 1$, а $\Omega_{-B} = 1$, то в соответствии с алгоритмом алгебраического сравнения (п. 2, табл. 5) определяем, что $A_{21}^{(*)} > B_{-24}^{(*)}$. Проверка: $21 > -24$.

Проведем расчет времени реализации операции сравнения для метода с использованием ППНК.

В соответствии с предложенными в статье методами, основанными на использовании ППНК в КВ, время сравнения определяется следующим образом:

$$T_{ср.КВ}^{(ППНК)} = t_{выб.} + t_{\Sigma 1} + t_{\Sigma 2} + t_{ср.ОК} + t_з, \qquad (17)$$

где $t_{выб.}$-время выборки по значению остатков a_n и b_n чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1,} ..., b_n)$ из БКН констант нулевизации $KH_{m_n}^{(A)}$ и $KH_{m_n}^{(B)}$;

$t_{\Sigma 1}$ – время определения значения чисел $A_{m_n} = A_{кв} - KH_{m_n}^{(A)} = (a_1^{(1)}, a_2^{(1)}, ..., a_{i-1}^{(1)}, a_i^{(1)}, a_{i+1}^{(1)}, ..., 0)$ и $B_{m_n} = B_{кв} - KH_{m_n}^{(B)} = (b_1^{(1)}, b_2^{(1)}, ..., b_{i-1}^{(1)}, b_i^{(1)}, b_{i+1}^{(1)}, ..., 0)$;

$t_{\Sigma 2}$ – время реализации операции $A_{m_n} - K_A \cdot m_n = Z_{K_A}^{(A)}$ и $B_{m_n} - K_B \cdot m_n = Z_{K_B}^{(B)}$;

$t_{ср.ОК}$ – время сравнения ОК;

$t_з = \tau_и = \tau/2$ – время срабатывания элемента И.

С учетом того, что арифметические операции сложения, вычитания и умножения в КВ могут быть реализованы на основе табличного принципа (т.е. выполняются за один временной $\tau_и$ такт), то время $t_{выб.}$, время сложения $t_{\Sigma 1}$ и $t_{\Sigma 2}$ будет выполняться за один временной такт. Таким образом, правомерно считать, что $t_{выб.} = t_{\Sigma 1} = t_{\Sigma 2} \approx \tau_{сл.} = \tau_{выч.}$, где $\tau_{сл.}$ - время реализации операций логического сложения (умножения). Кроме этого известно, что процедура сравнения ОК может быть реализована за время $t_{ср.ОК} = 5 \cdot \tau_и$ [4]. При сравнительном анализе времени сравнения удобно пользоваться величиной $\tau = 2\tau_и$ - условный временной такт обработки данных.

С учетом вышеизложенного выражения (17) представится в виде

$$T_{ср.кв}^{(ППНК)} = \frac{\tau}{2} + \frac{\tau}{2} + \frac{\tau}{2} + \frac{5\tau}{2} + \frac{\tau}{2} \approx 5\tau. \qquad (18)$$

Проведем сравнительный анализ времени сравнения двух чисел для метода непосредственного сравнения, а так же для метода, основанного на принципе нулевизации и, наконец, для предлагаемого метода сравнения на основе применения ППНК.

Известно, что для метода непосредственного сравнения, время сравнения определяется выражением:

$$T_{ср.КВ}^{(н.с.)} = T_{КВ-ПСС} + T_{ср.ПСС}, \qquad (19)$$

где: $T_{КВ-ПСС} = t_{умн.} + t_{слож.}$ время преобразования чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1,} ..., b_n)$ из КВ в ПСС, т. е. получение значений $A_{ПСС}$ и $B_{ПСС}$;

$T_{ср.ПСС}$ – время позиционного сравнения чисел $A_{ПСС}$ и $B_{ПСС}$.

При переводе чисел из КВ в ПСС используется известное выражение [1]. Так для числа $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ в КВ имеем

$$A_{ПСС} = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i \cdot B_i\right) \bmod M = (a_1 \cdot B_1 + \\ + a_2 \cdot B_2 + ... + a_i \cdot B_i + ... + a_n \cdot B_n) \bmod M. \qquad (20)$$

Время $t_{умн.}$ реализации значений $a_i \cdot B_i \; (i = \overline{1, n})$ определяется максимальным значением $t_{max}(a_i \cdot B_i) = t(a_n \cdot B_n)$, т.е. временем умножения остатков a_n по наибольшему модулю m_n КВ на ортогональный базис B_n. С учетом того, что в

ПСС время $t_{умн.}^{(ПСС)}$ умножения определится выражением [2]:

$$t_{умн.}^{(ПСС)} = 2 \cdot \tau \cdot \rho^2, \quad (21)$$

где: $\rho = \{[\log_2(M-1)]+1\}$ – разрядность обрабатываемых операндов. В этом случае можно записать, что

$$t_{умн.} = \tau \cdot 2 \cdot \{[\log_2(M-1)]+1\}^2 . \quad (22)$$

В соответствии с выражением (20) необходимо провести (n-1)-у операцию сложения результатов парного произведения $a_i \cdot B_i \ (i = \overline{1,n})$ чисел. В этом случае, с учетом того, что в ПСС время $t_{слож.}^{(ПСС)}$ сложения чисел равно [2]:

$$t_{слож.}^{(ПСС)} = \tau(2 \cdot \rho - 1), \quad (23)$$

где: $\rho = \{[\log_2(M-1)]+1\}$ – разрядность обрабатываемых операндов.

Таким образом получим, что

$$t_{слож.} = (n-1) \cdot \tau \cdot \{2 \cdot ([\log_2(M-1)]+1)-1\}. \quad (24)$$

На основании выражений (22) и (24) формула для оценки времени $T_{КВ-ПСС}$ преобразования чисел из кода КВ в код ПСС для последовательной операции сложения парных произведений $a_i \cdot B_i$ будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} T_{КВ-ПСС} &= t_{умн.} + t_{слож.} = \\ &= \tau(2 \cdot \{[\log_2(M-1)]+1\}^2 + \\ &+(n-1) \cdot \{2 \cdot ([\log_2(M-1)]+1)-1\}). \end{aligned} \quad (25)$$

Отметим, что минимальное время $t_{слож.}$ (см. (24)) достигается в случае параллельного n слагаемых вида $\sum_{i=1}^{n} a_i \cdot B_i$.

Для параллельного сложения n слагаемых $a_i \cdot B_i$ выражение (25) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} T_{КВ-ПСС} &= \tau \cdot (2 \cdot \{[\log_2(M-1)]+1\}^2 + \\ &+([\log_2(n+1)]+1) \cdot \{2 \cdot ([\log_2(M-1)]+1)-1\}). \end{aligned} \quad (26)$$

Аналогично, с помощью выражений (20) – (26), определяется время преобразования числа $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$ из КВ в ПСС.

Значение $T_{ср.ПСС}$ в выражении определяется временем позиционного сравнения чисел $A_{ПСС}$ и $B_{ПСС}$.

Известно, что минимальное время $T_{ср.ПСС}$ сравнения двух чисел в ПСС достигается за счет использования пирамидальной процедуры сравнения. В этом случае оно равно:

$$T_{ср.ПСС} = 5 \cdot \tau_и = 5 \cdot \tau / 2. \quad (27)$$

Исходя из выражения 19÷27, время $T_{ср.КВ}^{(н.с)}$ непосредственного сравнения в КВ будет равно:

$$\begin{aligned} T_{ср.КВ}^{(н.с.)} &= T_{КВ-ПСС} + T_{ср.ПСС} = \\ &= \tau \cdot (2 \cdot \{[\log_2(M-1)]+ \\ &+1\}^2 + ([\log_2(n-1)]+1) \cdot \\ &\cdot \{2 \cdot ([\log_2(M-1)]+1)-1\} + 5/2). \end{aligned} \quad (28)$$

Время $T_{ср.КВ}^{(н)}$ сравнения двух чисел, основанных на использовании метода нулевизации, определяется следующим выражением:

$$T_{ср.КВ}^{(н)} = T_н + T_{ср.\gamma_n}, \quad (29)$$

где: $T_н$ – время нулевизации чисел $A_{кв} = (a_1, a_2, ..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, ..., a_n)$ и $B_{кв} = (b_1, b_2, ..., b_{i-1}, b_i, b_{i+1}, ..., b_n)$ в КВ;

$T_{ср.\gamma_n}$ – время позиционного сравнения величин $\gamma_n^{(A)}$ и $\gamma_n^{(B)}$.

Исходя из выражения (27) правомерно считать, что $T_{ср.\gamma_n} = 5 \cdot t_и = 5 \cdot \tau / 2 \approx 2\tau$.

Известно, что [1] время $T_н$ нулевизации равно:

$$T_н = 2 \cdot n \cdot t_{сл}, \quad (30)$$

где: $t_{сл} = \tau_{или} = \tau/2$ - время срабатывания элемента ИЛИ. Тогда

$$T_н = n \cdot \tau \quad (31)$$

В этом случае имеем, что:

$$T_{ср.КВ}^{(н)} = T_н + T_{ср.\gamma_n} = n \cdot \tau + 2 \cdot \tau = (n+2) \cdot \tau. \quad (32)$$

На основе полученных математических соотношений (17), (28) (32) проведен расчет и сравнительный анализ времени сравнения в КВ для различных ℓ – байтовых разрядных сеток ЭВМ ($\ell = \overline{1,4}, 8$).

Результаты расчетов и сравнительного анализа представлены в табл. 6.

Таблица 6

Сравнительный анализ времени реализации операции сравнения

ℓ (n)	$[T/\tau]$		
	Метод непосредственного сравнения чисел	Метод нулевизации чисел	ППНК
1(4)	428	6	7
2(6)	>428	8	7
3(8)	>428	10	7
4(10)	>428	12	7
8(16)	>428	18	7

Из таблицы 6 видно, что с увеличением длины разрядной сетки ЭВМ, эффективность применения метода, основанного на принципе использования ППНК, по сравнению с методом нулевизации и методом непосредственного сравнения, существенно возрастает.

Заключение

Таким образом, в статье были разработаны метод арифметического и метод алгебраического сравнения чисел в КВ, которые основаны на получении и использовании ППНК. На основе данных методов были разработаны алгоритмы, которые рекомендованы к использованию при практической реализации операции арифметического и алгебраического сравнения в КВ.

Данные методы, обеспечивают максимальную точность сравнения при минимальном количестве оборудования сравнивающих устройств. При этом повышается быстродействие выполнения операции арифметического и алгебраического сравнения, что позволяет более эффективно использовать непозиционную систему счисления в КВ.

Литература

1. Акушский, И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах [Текст] / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. – М.: Советское радио, 1968. -440с.

2. Самофалов, К.Г. Электронные цифровые вычислительные машины [Текст] / К.Г. Самофалов, В.И. Корнейчук, В.П. Тарасенко. – К.: Вища школа, 1976. -480с.

Поступила в редакцию 10.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. автоматизации и компьютерно-интегрированных технологий И.А. Фурман, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко, Харьков.

МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ПОРІВНЯННЯ ЧИСЕЛ У КЛАСІ ЛИШКІВ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ ПОЗИЦІЙНОЇ ОЗНАКИ НЕПОЗИЦІЙНОГО КОДУ

К.В. Загуменна, В.А. Краснобаєв , М.О. Мавріна

У даній статті запропоновані методи і алгоритми порівняння чисел у класі лишків (КЛ). Методи порівняння чисел ґрунтуються на використанні позиційної ознаки непозиційного коду (ПОНК) у КЛ. Використання ПОНК формуються на основі аналізу позиційного однорядкового коду. У статті був проведений розрахунок і зроблений порівняльний аналіз часу реалізації операцій арифметичного та алгебраїчного порівняння чисел у КЛ. Дані методи забезпечують максимальну точність порівняння при мінімальній кількості устаткування порівнюючих пристроїв, підвищують швидкодію виконання операції арифметичного і алгебраїчного порівняння у КЛ.

Ключові слова: клас лишків, однорядковий код, позіційна ознака непозиційного коду, арифметичне і алгебраїчне порівняння чисел.

METHODS AND ALGORITHMS OF COMPARISON OF NUMBERS IN CLASS OF TAKE-OUTS BASED ON USE POSITIONAL SIGNS OF UNPOSITIONAL CODE

K.V. Zagumenna, V.A. Krasnobayev , M.A. Mavrina

In this article methods and algorithms of comparison of numbers are offered in the class of take-outs . The methods of comparison of numbers are based on the use of position signs of unposition code (PSUK) in the class of take-outs. Applied PSUK is formed on the basis of analysis of position oneordinary code. In the article a calculation and comparative analysis of time of realization of operations of arithmetic and algebraic comparison of numbers was conducted in the class of take-outs. These methods, providing maximal exactness of comparison at the least of equipment of comparing devices, promote the fast-actings of implementation of operation of arithmetic and algebraic comparison in the class of take-outs.

Key words: class of take-outs, position sign of unpositional code, arithmetic and algebraic comparisons of numbers.

Загуменная Екатерина Викторовна – ассистент кафедры автоматизации и компьютерно-интегрированных технологий, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко, Харьков, Украина.

Краснобаев Виктор Анатольевич – д-р техн. наук, профессор, зав. каф. компьютерной инженерии, Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, Полтава, Украина.

Маврина Марина Алексеевна – специалист по специальности «Информационные сети связи», кафедры компьютерной инженерии, Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, Полтава, Украина.