УДК 621.382

Г.Ю. ЩЕРБАКОВА, В.Н. КРЫЛОВ, О.В. ЛОГВИНОВ, Р.А. ПИСАРЕНКО

Одесский национальный политехнический университет, Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ АДАПТИВНОГО СУБГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА КЛАСТЕРИЗАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Исследована помехоустойчивость и время расчетов мультистартового субградиентного метода кластеризации в пространстве вейвлет-преобразования (ВП) для случая линейно (почти линейно) меняющихся параметров кластера на этапе адаптации. Применение представленного в работе метода в случае медленно меняющихся параметров кластера позволит сократить вычислительные затраты, а также временные и аппаратурные затраты на измерение параметров в процессе кластеризации при уровнях помехи до 10^4 и за счет этого повысить быстродействие, а следовательно и оперативность диагностирования.

Ключевые слова: *адаптивная кластеризация, помехоустойчивость, субградиентные методы, гиперболическое вейвлет- преобразование.*

Введение

Обеспечение оперативности контрольно-диагностических операций является одной из важных задач при автоматизации технического диагностирования. Для повышения оперативности важным является применение методов, которые позволяют повысить быстродействие вычислительных процедур и сократить количество контрольно-измерительных операций по сбору данных, необходимых для их реализации. В таких задачах технического диагностирования как прогнозирование параметров изделий, контроль состояния аппаратуры и технологических процессов производства для разделения объектов на группы по значениям параметров применяют классификацию при распознавании образов. Если нет указаний о том, к какой группе (кластеру) относится исследуемый объект, но необходимо определить границы между кластерами, применяется классификация с самообучением, которая включает две процедуры: кластеризация и собственно классификация. Кластеризация является одной из самых времяемких вычислительных процедур при диагностировании.

При кластеризации данные разделяют на кластеры по признаку компактности, чтобы был оптимизирован функционал качества. Этот функционал может быть недифференцируемым, с многоэкстремальной, зашумленной поверхностью, поскольку анализ в указанных задачах диагностирования проводится по малым выборкам данных. Истинный минимум этого функционала может дрейфовать со временем и (или) под действием каких-либо производственных или эксплуатационных факторов [1, 2]. Это обусловливает необходимость применения адаптивных методов кластеризации [4, 6-9].

Большинство существующих методов кластеризации отличаются либо низкой помехоустойчивостью, либо высокой погрешностью, что снижает достоверность диагностики. Поэтому в качестве базового метода выбран разработанный авторами метод кластеризации в пространстве ВП, с повышенными помехоустойчивостью и пониженной погрешностью [8].

Для поиска оптимума в условиях дрейфа истинного минимума функционала разработаны субградиентные методы нестационарной оптимизации, реализуемые по схеме

$$c[n+1] = c[n] - \gamma[n]g(c[n]), \qquad (1)$$

где $c[n]$ - оценка координаты экстремума на итерации n; $g(c[n])$ - субградиент, который «в среднем» должен совпадать с градиентом, и близок к нулю, когда его аргумент стремится к точке экстремума [1]. Эти методы разработаны для различных вариантов дрейфа минимума функционала и различных типов и уровней помех [1]. Однако на область их применения налагаются ограничения – требуется, чтобы этот функционал был с одним экстремумом, дифференцируемым, сильно выпуклым в точке минимума и др. [1]. Эти требования в процессе диагностирования часто не выполнимы [1, 2, 6-9] из-за описанных выше особенностей функционалов при оптимизации. Поэтому для решения задач кластеризации в условиях дрейфа истинного минимума функционала разработан субградиентный мультистартовый метод адаптивной кластеризации в пространстве ВП, который позволяет проводить кластеризацию в условиях дрейфа параметров кластера [8]. Этот метод адаптивен за счет того, что для последующих временных шагов начальные параметры центров кластеров определяются из анализа на предыдущем шаге. Но этот метод при оптимизации требует при оценке субградиента [4, 8] (при размерности пространства признаков d и количестве шагов дискретизации длины носителя анализирующего вейвлета N) до $2Nd$ измерений на каждой итерации. Временные и аппаратурные затраты на проведение измерений параметров при диагностировании с помощью этого метода возрастают при дрейфе минимума функционала кластеризации пропорционально количеству временных шагов при кластеризации.

В ряде случаев, в зависимости от условий хранения или использования, параметры объектов одного из исследуемых кластеров могут меняться медленно и зависеть от времени (или других факторов) почти линейно [2, 8]. Классификация для медленно меняющихся параметров класса на основе метода динамической стохастической аппроксимации исследована в работе [6]. На основании этого подхода авторами [2] разработан и исследован адаптивный мультистартовый субградиентный метод кластеризации для случая линейно меняющихся параметров. Применение подобного подхода при кластеризации в случае медленно меняющихся параметров кластера, позволило сократить временные и аппаратурные затраты на измерение параметров в процессе кластеризации и за счет этого повысить оперативность диагностики.

Исследованию помехоустойчивости и времени поиска истинного минимума в случае медленно (линейно) меняющихся параметров кластера для указанного метода посвящена эта работа.

1. Адаптивный метод кластеризации

Адаптивный мультистартовый субградиентный метод кластеризации в пространстве ВП для линейно меняющихся параметров кластера включает следующие этапы.

Этап 1. Определение числа кластеров в данных об объекте одним из известных методов [3, 9].

Этап 2. Определение параметров кластера в начальный момент времени [8].

При кластеризации определяют оптимальный вектор $c = c_{opt}$, который доставляет экстремальное значение $Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})$ - функционалу вектора переменных $\mathbf{c} = (c_1, \ldots, c_N)$, зависящему от вектора случайных последовательностей $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_M)$. По показам $x \in X$ определяют центры и границы множеств X_k. При этом

$$Q(\mathbf{x}, c_1, \ldots, c_M) = \\ = \sum_{k=1}^{M} \varepsilon_k(\mathbf{x}, c_1, \ldots, c_M) F_k(\mathbf{x}, c_1, \ldots, c_M)$$

- реализация функционала качества; $F_k(x, c_1, \ldots, c_M)$ - функция расстояния элементов $\mathbf{x}$ множества X от «центров» $\mathbf{c}_k$ подмножеств X_k (кластеров); $\varepsilon_k(\cdot)$ - характеристические функции

$$\varepsilon_k(x, c_1, \ldots, c_M) = \begin{cases} 1, \text{ когда } \mathbf{x} \in X_k, \\ 0, \text{ когда } \mathbf{x} \notin X_k. \end{cases}$$

Для двух кластеров поисковый регулярный итеративный алгоритм кластеризации для определения значений центров кластеров c_1^* и c_2^*

$$c_1[n] = c_1[n-1] - \\ -\gamma_1[n]\tilde{\nabla}_{c1+}Q(\mathbf{x}[n], c_1[n-1], c_2[n-1]) \\ c_2[n] = c_2[n-1] - \\ -\gamma_2[n]\tilde{\nabla}_{c2+}Q(\mathbf{x}[n], c_1[n-1], c_2[n-1]),$$

где $\gamma_k[n]$ – величина шага; n - номер итерации;

$$\tilde{\nabla}_{c1\pm}Q(x[n], c_1[n-1], c_2[n-1])$$

и $\tilde{\nabla}_{c2\pm}Q(x[n], c_1[n-1], c_2[n-1])$ - оценки субградиента реализации для первого и второго кластера соответственно; k – номер кластера.

Для кластеризации в первый момент времени для i элементов взвешенной суммы с ВП определяют $\varepsilon_l(x, c_1, c_2), l = 1,2$, для чего при данном $x[n]$ пары значений:

$$c_1[n-1], c_2[n-1]; \; c_1[n-1] \pm ie_1a[n], c_2[n-1]; \\ c_1[n-1], c_2[n-1] \pm ie_2a[n] \;\; (i = \overline{1,N})$$

подставляют в

$$f(x, c_1, c_2) = \|x[n]\text{-}c_1\|^2 - \|x[n]\text{-}c_2\|^2.$$

Здесь N - длина носителя вейвлет-функции; $a[n]$ - скаляр.

Функция $f(x, c_1, c_2)$ равна нулю на границе и имеет различные знаки в различных областях. Поэтому, если $f(x, c_1, c_2)$ отрицательна - $\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 0$, если положительна - $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon_2 = 1$ [7,8].

В качестве базового для поиска минимума был использован градиентный алгоритм [5]. При вычислении оценки субградиента на каждой итерации на первом этапе поиска вычисляется свертка значений минимизируемого функционала

$$Q(x[n], c_1[n-1], c_2[n-1])$$

с вейвлет-функцией Хаара. Это позволяет переместить поиск в район экстремума с погрешностью, определяемой асимметрией этого функционала. На втором этапе оценки субградиента при кластеризации вычисляется взвешенная сумма минимизируемого функционала $Q(x[n], c_1[n-1], c_2[n-1])$ с гиперболической функцией $\Psi(i) = \frac{1}{\alpha x}$ при начальном масштабе $\alpha = 0,5$

$$HWT(c[n]) = Q(x[n], c_1[n-1], c_2[n-1]) * \Psi(i),$$

где * – операция взвешенного суммирования.

Далее, после определения оценки субградиента, определяют приближение к значению координаты центра кластера, используя итеративный алгоритм в пространстве гиперболического ВП по схеме

$$c_1[n+1] = c_1[n] + \gamma[n] HWT(c[n]),$$

где $HWT(c[n])$ – значение взвешенной суммы с вейвлет-функцией в точке $c[n]$; $\gamma[n]$ - шаг.

Если найденная на этом этапе координата оптимума отличается от координаты оптимума, найденной на предыдущем этапе не более, чем на δ, процесс поиска заканчивается. Здесь δ - заданная точность поиска координаты оптимума. Для оценки субградиента использовано гиперболическое вейвлет-преобразование (ГВП), полученное по лифтинговой схеме [4,8,11]. На каждом уровне поиска координаты оптимума значение масштаба α увеличивается в соответствии с $\alpha = \{0,5; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Если условие окончания поиска координаты оптимума при значении величины $\alpha = 5$ не достигается, оценка субградиента производится разностным методом и поиск заканчивается.

Этап 3. На этом этапе оценка параметра кластера проводится с помощью динамической стохастической аппроксимации [2, 6, 10].

Оценка параметров кластера в случае, если его параметры меняются под действием внешних факторов линейно или почти линейно осуществляется с помощью двухступенчатой процедуры аппроксимации на каждом временном шаге. Первая ступень предназначена для корректировки изменений координаты центра кластера под действием влияющего фактора. Вторая ступень производится по схеме (1) с оценкой субградиента на основе данных о параметрах элементов кластера ($x[k+1]$), измеренных на новом $k+1$ шаге измененного влияющего фактора.

Так, для одномерного случая, $c[k]$ - координата центра кластера, изменяющаяся со временем или под действием другого фактора

$$c^*[k+1] = (1+k^{-1})c^*[k] + O(k^{-\mu}), \mu \geq 1. \qquad (2)$$

Тогда алгоритм двухступенчатой стохастической аппроксимации для оценки изменения координаты центра кластера будет на первой ступени

$$c[k+1] = (1+k^{-1})c[k] + O(k^{-\mu}), \qquad (3)$$

и далее, на второй ступени

$$\begin{aligned} c[k+1] &= (1+k^{-1})c[k] + O(k^{-\mu}) + \\ &+ \gamma^*[k](x[k+1] - (1+k^{-1})c[k]), \end{aligned} \qquad (4)$$

где $x[k+1]$ - значение параметра и $c[k+1]$ - оценка координаты центра кластера на $k+1$ временном шаге; $\gamma^*[k]$ – последовательность положительных чисел [2, 6]

$$\gamma^*[k] = \frac{(k+1)^2}{\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3) + (\alpha-1)}.$$

2. Исследование метода кластеризации

Оценка помехоустойчивости для второго этапа кластеризации проводилась с использованием функции $f(x) = x^2$ при значениях $x = 1, \ldots 80$ (рис.1). Такая функция моделирует функционал, оптимум которого отыскивают в большинстве задач классификации и кластеризации [1].

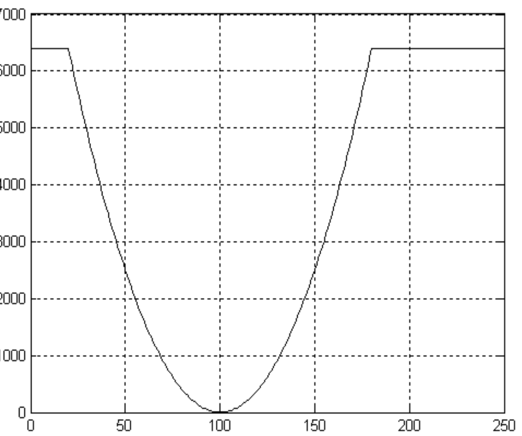

Рис. 1. Функция $f(x) = x^2$ для оценки помехоустойчивости

При отношении сигнал/шум по амплитуде 1,17 (помеха распределена по нормальному закону с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением 5477, максимальное значение $f(x) = 6400$) относительная погрешность определения минимума составила 8,32%.

Сравнительная оценка длительности расчетов для двух методов при поиске минимума с линейным изменением параметров проводилась следующим образом. Истинный минимум функции (рис.1) смещался на пять шагов (от 100 до 75), с добавлением помехи с нулевым средним и дисперсией от 0 до 10^6 (рис.2) с оценкой времени расчетов для двух вариантов поиска минимума при адаптации. Программы написаны в среде пакета MatLab. Длина носителя вейвлет-функции $N = 5$, точка старта поиска оптимума - 10. Поиск минимума функции (рис. 1, 2) в первом случае проводился с помощью субградиентного метода на основе поиска оптимума в пространстве ВП, который позволяет проводить кластеризацию в условиях дрейфа параметров кластера (базовый метод) [8]. Этот метод адаптивен за счет того, что для последующих временных шагов начальные параметры координат оптимума определяются из анализа на предыдущем шаге. Поиск минимума во втором случае проводился с помощью адаптивного субградиентного метода поиска оптимума при кластеризации для случая линейно меняющихся параметров кластера [2], описанного в этой работе.

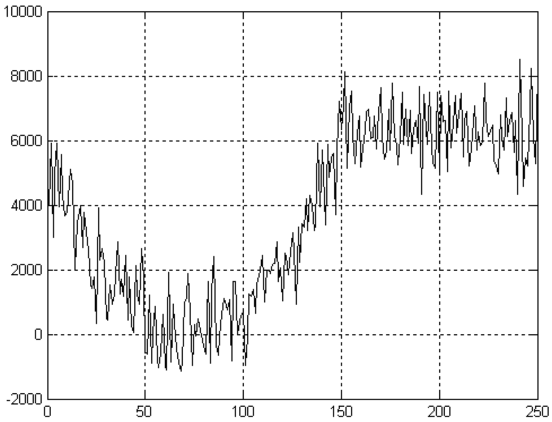

Рис. 2. Функция $f(x) = x^2$ с истинным минимумом при $x = 75$ и дисперсией помехи 10^6

Результаты оценки времени расчетов (в секундах) приведены на рис.3 (сплошная линия - метод, описанный в этой работе, штрих-пунктир – базовый метод). Эти результаты позволяют сделать вывод, что при дисперсии помехи до 10^4 (для указанных выше значений сигнала) метод, описанный в работе, позволяет оценивать координаты истинного минимума функционала, который смещается линейно, быстрее от 2 до 2,5 раз.

Выводы

Таким образом, в работе представлен адаптивный мультистартовый субградиентный метод кластеризации в пространстве вейвлет-преобразования (ВП) для случая линейно меняющихся параметров кластера. Исследованы помехоустойчивость и время поиска истинного минимума в случае медленно (линейно) меняющихся параметров кластера для помехи с нулевым средним и дисперсией от 0 до 10^6 для заданного уровня сигнала. Применение представленного в работе метода в случае медленно (линейно или почти линейно) меняющихся параметров кластера позволит сократить вычислительные затраты, а также временные и аппаратурные затраты на измерение параметров в процессе кластеризации при уровнях помехи до 10^4 и за счет этого повысить быстродействие, а следовательно и оперативность диагностирования.

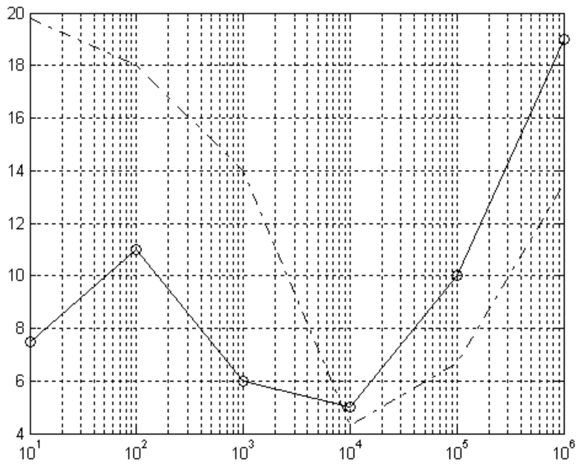

Рис. 3. Результаты оценки времени поиска истинного минимума (сплошная линия – метод, описанный в этой работе, штрих-пунктир – базовый метод) в зависимости от дисперсии помехи

Литература

1. *Вахитов, А.Т. Псевдоградиентный метод с возмущением на входе для нестационарной задачи безусловной оптимизации [Электронный ресурс] / А.Т. Вахитов, Л.С. Гуревич. – Режим доступа: http://www.math.spbu.ru/user/gran/soi4/gurevich4.pdf. – 30.11.2011 г.*

2. *Щербакова, Г.Ю. Адаптивный субградиентный мультистартовый метод кластеризации в пространстве вейвлет–преобразования [Текст] / Г.Ю. Щербакова, В.Н. Крылов, О.В. Логвинов // Электротехнические и компьютерные системы. – 2011. – № 2. – С. 126 – 131.*

3. *Загоруйко, Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний [Текст] / Н.Г. Загоруйко. – Новосибирск: Изд. ин–та математики, 1999. – 270 с.*

4. *Крилов, В.Н. Субградієнтний ітеративний метод оптимізації в просторі вейвлет– перетворення [Текст] / В.Н. Крилов, Г.Ю. Щербакова // Збірн. наук. праць Військ. ін–ту Київського нац. ун–ту ім. Т. Шевченка. – 2008. – Вип. 12. – С. 56– 60.*

5. *Полак, Э. Численные методы оптимизации [Текст] / Э. Полак. – М.: Мир, 1976. – 509 с.*

6. *Фу, К. Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин [Текст] / К. Фу; пер. с англ. Э.Ф.Зайцева. – М.: Наука, 1971. – 256 с.*

7. *Цыпкин, Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах [Текст] / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1968. – 400 с.*

8. *Щербакова, Г.Ю. Адаптивная кластеризация в пространстве вейвлет-преобразования [Текст] / Г.Ю. Щербакова, В.Н. Крылов // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2009. – № 6. – С. 123 – 127.*

9. *Щербакова, Г.Ю. Определение количества кластеров при прогнозировании состояния ЭА [Текст] / Г.Ю. Щербакова, В.Н. Крылов, С.Г. Антощук // Электроника и связь. – 2010. – № 3 (56). – С. 91 – 95.*

10. *Dupac, V. A Dynamic Stochastic Approximation Method [Text] / V. Dupac. // The Annals of Mathematical Statistics. – 1965. – V. 36, № 6. – P. 1695 – 1702.*

11. *Krylov, V.N. Contour images segmentation in space of wavelet transform with the use of lifting [Text] / V.N. Krylov, M.V. Polyakova // Optical–electronic informatively–power technologies. – 2007. – № 2 (12). – P. 48 – 58.*

Поступила в редакцию 27.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедры информационных систем С.Г. Антощук, Одесский национальный политехнический университет, Одесса, Украина.

ДОСЛІДЖЕННЯ АДАПТИВНОГО СУБГРАДІЄНТНОГО МЕТОДУ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ В ПРОСТОРІ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Г.Ю. Щербакова, В.М. Крилов, О.В. Логвинов, Р.О. Писаренко

Досліджено завадостійкість та час розрахунків мультістартового субградієнтного методу кластеризації в просторі вейвлет – перетворення для випадку, коли параметри кластера змінюються лінійно (майже лінійно) на етапі адаптації. Застосування представленого в роботі методу в разі повільно мінливих параметрів кластера дозволить скоротити обчислювальні витрати, а також часові та апаратурні витрати на вимірювання параметрів в процесі кластеризації при рівнях перешкоди до 10^4 і за рахунок цього підвищити швидкодію, а отже і оперативність діагностування.

Ключові слова: адаптивна кластеризація, завадостійкість, субградієнтні методи, гіперболічне вейвлет-перетворення.

INVESTIGATION OF THE ADAPTIVE SUB GRADIENT CLUSTERING METHOD IN THE WAVELET TRANSFORMING DOMAIN

G.Yu. Shcherbakova, V.N. Krylov, O.V. Logvinov, R.A. Pisarenko

The noise stability and time of the optimum search for adaptive multi-start sub gradient method of clustering in the wavelet transforming domain for the case, when cluster parameters are changed linear (or nearly linear), are investigated. Application of the method presented in the case of slowly varying parameters of the cluster will reduce the computational cost, as well as time and hardware expenses on the measurement of the parameters in the process of clustering with noise levels up to 10^4 and thereby improve performance, and thus the efficiency of diagnosis.

Keywords: Adaptive clustering, noise stability, sub gradient methods, hyperbolic wavelet transforming.

Щербакова Галина Юрьевна – канд. техн. наук, доц., доц. каф. электронных средств и информационно-компьютерных технологий Одесского Национального политехнического университета, Одесса, Украина, e-mail: Galina_onpu@mail.ru.

Крылов Виктор Николаевич – д-р техн. наук, проф., проф. каф. информационных систем Одесского Национального политехнического университета, Одесса, Украина, e-mail: victor_krylov@inbox.ru.

Логвинов Олег Викторович – канд. техн. наук, доц. каф. электронных средств и информационно-компьютерных технологий Одесского Национального политехнического университета, Одесса, Украина.

Писаренко Радмила Алексеевна – аспирант каф. электронных средств и информационно-компьютерных технологий Одесского Национального политехнического университета, Одесса, Украина.