

УДК 691.327:539.383

**ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОВНОТИ ЕПЮРИ НАПРУЖЕНЬ  
І ПОЛОЖЕННЯ РІВНОДІЮЧОГО ЗУСИЛЛЯ НАПРУЖЕНЬ У БЕТОНІ  
СТИСНЕНОЇ ЗОНИ НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ ЗГИНАНИХ  
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОЛНОТЫ ЭПЮРЫ НАПРЯЖЕНИЙ  
И ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕГО УСИЛИЯ НАПРЯЖЕНИЙ  
В БЕТОНЕ СЖАТОЙ ЗОНЫ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ИЗГИБАЕМЫХ  
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

**DETERMINATION OF STRESSES EPURE PLENITUDE COEFFICIENT  
AND POSITION OF STRESSES RESULTANT EFFORT IN CONCRETE  
OF THE NORMAL SECTIONS COMPRESSED ZONE OF THE BENT  
REINFORCE-CONCRETE ELEMENTS**

**Крусъ Ю.О., канд. техн. наук., доцент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

**Крусъ Ю.А., канд. техн. наук., доцент** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ривне)

**Krus Y.A., candidate of technical sciences, associate professor** (National university of water management and nature resources use, Rivne)

Запропоновано математичну модель діаграми механічного стану бетону при центральному стиску; розглянуто можливість її застосування до розрахунку міцності нормальних перерізів згинаних залізобетонних елементів

Предложена математическая модель диаграммы механического состояния бетона при центральном сжатии; рассмотрена возможность её применения к расчёту прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов

The mathematical model of the diagram of a concrete mechanical condition under central compression is offered; possibility of its application to the calculation of normal sections durability of the bent reinforce-concrete elements is considered

**Ключові слова:**

Бетон, деформаційна модель перерізів, діаграма деформування бетону  
Бетон, деформационная модель сечений, диаграмма деформирования бетона  
Concrete, deformation model of cross sections, deformation diagram of concrete

**Стан питання та задачі дослідження.** Сучасні методи розрахунку згинаних залізобетонних елементів, що наразі використовуються в міжнародній нормативній практиці (зокрема, у європейських нормах [1]) і включені до національних нормативних документів деяких країн із складу республік колишнього СРСР (у тому числі - України [2,3], Беларусі [4] і Російської Федерації [5,6]), умовно поділяють на дві групи - загальні й спрощені.

В основу загальних методів покладені деформаційні розрахункові моделі перерізів, що побудовані на спільних принципах, головними з яких є використання рівнянь рівноваги зовнішніх і внутрішніх поздовжніх сил та їхніх моментів, схеми деформування у вигляді плоского повороту й плоского переміщення перерізу та діаграм деформування бетону та арматури при стисненні й розтягненні, що встановлюють зв'язок між напруженнями і відносними деформаціями аж до їхніх кінцевих значень. Такий підхід дозволяє з єдиних позицій вести розрахунки за усіма групами граничних станів (міцністю, деформаціями, утворенням і розкриттям тріщин), а також найбільш повно оцінювати роботу будь-яких елементів незалежно від виду й класу застосованих матеріалів, форми поперечного перерізу й розподілу арматури в його межах, характеру й величини зусиль, спричинених зовнішніми навантаженнями, та ін., виходячи з фактичного напружено-деформованого стану перерізів.

Натомість, спрощені методи ефективні лише для розрахунку залізобетонних елементів за міцністю перерізів, що мають просту симетричну форму (прямокутну, таврову або двотаврову), коли зовнішні сили і згинальні моменти діють у площині симетрії перерізу, а арматура розташована зосереджено уздовж перпендикулярних до вказаної площини стисненої й розтягнутої граней. У спрощеній методиці деформаційні залежності не застосовуються взагалі або їхнє введення вкрай обмежене, а розрахункова модель перерізу складається з рівнянь рівноваги зовнішніх поздовжніх сил і їхніх моментів, що діють у перерізі у стадії його руйнування, а також фіксованих рівнодіючих внутрішніх граничних зусиль у стисненому бетоні та розтягненій і стисненій арматурі, залежних від визначуваних лабораторними випробуваннями матеріалів певних граничних значень напружень.

Характерним представником другої групи є методи розрахунку згинаних залізобетонних елементів за міцністю перерізів, нормальних до поздовжньої осі, будівельних норм із проектування бетонних і залізобетонних конструкцій СНіП 2.03.01-84\* [7]. Розглянемо це питання детальніше, тим більше, що саме зазначені методи, будучи достатньо глибоко опрацьованими багатьма поколіннями науковців і даючи результати, що добре узгоджуються з дослідними даними, внесені як спрощені до складу державних нормативних документів багатьох країн - колишніх радянських республік (у тому числі й до національних норм України).

**Основна частина.** Відповідно до СНіП [7] граничне зусилля в стисненому бетоні  $N_b$  визначається напруженнями, що дорівнюють розрахунковому опору бетону стисненню  $R_b$ , рівномірно розподіленими по висоті стисненої зони

(тобто приймається прямокутна епюра напружень). Граничне зусилля у розтягненій арматурі  $N_s$  характеризується розрахунковим опором арматури розтягненню  $R_s$ , відповідаючи її межі текучості (фізичній  $\sigma_y$  або умовній  $\sigma_{0,2}$  відповідно для м'яких або твердих сталей), а граничне зусилля в стисненій арматурі  $N_{sc}$  - розрахунковим опором арматури стисненню  $R_{sc}$ , що також відповідає  $\sigma_y$  або  $\sigma_{0,2}$ , але не більше напружень, визначених граничними деформаціями укорочення бетону  $\varepsilon_{bR}$  при центральному стисненні (приймаються осереднено  $\varepsilon_{bR}=200 \times 10^{-5}$  або  $250 \times 10^{-5}$  при відповідно короткочасній і тривалій дії навантаження незалежно від виду бетону). Граничний стан (стадія руйнування) нормального перерізу у загальному випадку характеризується одночасним досягненням у бетону та арматурі граничних зусиль.

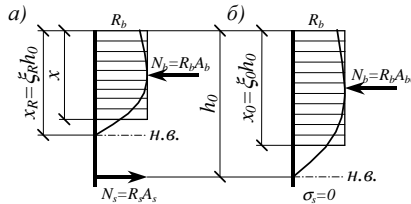


Рис. 1. Епюри напружень у стисненій зоні бетону: а - при частково стисненому перерізі; б - при повністю стисненому перерізі

Прийняття прямокутної епюри напружень у стисненій зоні бетону замість її фактичної криволінійної форми передбачає застосування додаткових емпіричних коефіцієнтів і співвідношень із метою встановлення мінімальних і максимальних граничних значень висоти стисненої зони, що фіксують межі використання арматури й бетону з прийнятими розрахунковими опорами. У результаті розрахунків перерізів здійснюється залежно від співвідношення між значенням відносної висоти стисненої зони бетону  $\xi = x/h_0$ , визначуваної з відповідних рівнянь рівноваги при прямокутній епюрі напружень у бетону, і величиною граничної висоти стисненої зони бетону  $\xi_R = x_R/h_0$ , за якої граничний стан елемента настає одночасно з досягненням розтягаючими напруженнями в арматурі граничних значень  $\sigma_s = R_s$  (рис. 1, а).

У загальному випадку вираз для визначення  $\xi_R$  впливає з одержаної за результатами багаточисельних досліджень гіперболічної залежності між деформаціями арматури  $\varepsilon_s$  і відносною висотою стисненої зони  $\xi$  у момент руйнування та має такий вигляд (див. формулу (25) СНіП [7]):

$$\xi_R = \frac{\omega_{bR}}{1 + (\sigma_{sR} / \sigma_{sc,u}) (1 - \omega_R / 1,1)}, \quad (1)$$

де  $\sigma_{sR}$  і  $\sigma_{sc,u}$  - відповідно умовне напруження у розтягненій арматурі та граничне напруження у стисненій арматурі, які обчислюють згідно з п. 3.12 СНіП [7];  $1,1 \approx h/h_0$  - відношення висоти перерізу до його робочої висоти.

Отже, згідно з концепцією будівельних норм [7] технічна складність отримання безпосередньо з досліду переконливої діаграми  $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ , по якій мо-

жна було б побудувати епюру нормальних напружень у стисненій зоні (через недосконалість чинних методик, зокрема, відсутність надійних способів відповідних прямих вимірювань), передбачає для розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів за граничними зусиллями прийняття прямокутної епюри напружень як найбільш простої за формою, обмеживши її відносну висоту  $\xi = x/h_0$  граничною величиною  $\xi_R = x_R/h_0$ , яка обчислюється за експериментально встановленою залежністю (1). Обґрунтування такого прийому не позбавлене логіки, яка полягає у наступному: заміна реальної криволінійної епюри на прямокутну не повинна давати великої похибки, адже штучному заниженню висоти стисненої зони бетону супутне збільшення плеча внутрішньої пари сил, що компенсує зміну величини внутрішнього моменту [8].

Зупинимось на параметрі  $\omega_{bR} = \xi_0 = x_0/h_0$ , що являє собою відносну висоту стисненої зони бетону з умовною прямокутною епюрою напружень, при якій деформації та напруження в поздовжній арматурі дорівнюють нулю, тобто коли фактична нейтральна вісь при фактичній криволінійній епюрі напружень проходить через центр ваги поздовжньої арматури і фактична висота стисненої зони дорівнює  $h_0$  (рис. 1, б). Іншими словами параметр  $\omega_{bR}$  трактують як коефіцієнт повноти епюри напружень у стисненій зоні бетону, що характеризує відхилення фактичної епюри напружень від умовної прямокутної, коли нейтральна вісь розташована у межах поперечного перерізу залізобетонного елемента [8,9].

У будівельних нормах [7] для визначення коефіцієнта  $\omega_{bR}$  наведена спрощена лінійна залежність, що одержана на основі статистичного аналізу великої кількості дослідних даних і має вигляд

$$\omega_{bR} = \alpha - 0,008R_b. \quad (2)$$

Як бачимо, у відповідності зі СНіП [7], величина параметра  $\omega_{bR}$  залежить від призмової міцності бетону  $R_b$  [МПа], а також його виду й способу тверднення, що враховується коефіцієнтом  $\alpha$  (зокрема, для важкого бетону природного тверднення приймається  $\alpha=0,85$ ). З формули (2) очевидно: для бетону одного виду зі збільшенням його класу значення параметра  $\omega_{bR}$  зменшується.

Відзначимо, що у той самий час, коли методологічний підхід СНіП [7] до розрахунку міцності нормальних перерізів згинаних залізобетонних елементів за граничними зусиллями у національні норми Республіки Беларусь [4] включений у практично незмінному вигляді, то у нормативних документах Російської Федерації [5,6] він реалізований у дещо спрощеній деформаційній постановці з визначення  $\xi_R$ . При цьому для  $\xi_R$ , виходячи з лінійного розподілення деформацій по висоті перерізу у його граничному стані, застосовують вираз

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{\omega_{bu}}{1 + \varepsilon_{s,el;R} / \varepsilon_{bu}}, \quad (3)$$

де  $\varepsilon_{s,el;R} = R_s/E_s$  - відносна деформація розтягнутої арматури при напруженніях у ній  $R_s$ ;  $\varepsilon_{bu}$  - гранична відносна деформація стисненого бетону при напруженніях у ньому  $R_b$ , яку для нетривалої дії навантаження приймають  $\varepsilon_{bu} = 350 \times 10^{-5}$

незалежно від виду бетону та технології його виготовлення;  $\omega_{bu}$  - коефіцієнт еквівалентності як аналог коефіцієнта повноти епюри напружень у стисненій зоні бетону, який приймають  $\omega_{bu}=0,8$  незалежно від жодних факторів.

Власний же підхід до визначення коефіцієнта  $\omega_b$  побудуємо, виходячи з таких міркувань. Для залізобетонних елементів, що піддаються згинанню або позацентровому завантажуванню по одній з поздовжніх осей їхньої симетрії, кожний шар по ширині елемента знаходиться в однаковому напружено-деформованому стані. Для стиснено-розтягнутого перерізу, коли нейтральна вісь перетинає його, окреслення епюри нормальних напружень у стисненій зоні кожного шару по ширині елемента повторює окреслення діаграми деформування бетону. У такому разі, вважаючи справедливою гіпотезу плоских перерізів, логічним видається припустити, що коефіцієнт повноти епюри напружень у стисненій зоні бетону згинаного залізобетонного елемента одночасно є і коефіцієнтом повноти діаграми  $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ , одержаної при випробуваннях центральним стисненням еталонних бетонних зразків-призм із постійною швидкістю приросту деформацій  $V_{\varepsilon}=d\varepsilon/dt=const$  (тобто при “жорсткому” режимі навантажування) до руйнування і пристосованої для умов неоднорідного напружено-деформованого стану. Подібні думки стосовно фізичного змісту параметра  $\omega_b$  знаходимо в наукових працях і інших авторів [8,10,11,12,13,14].

Виходячи з раніше виведеної власної апроксимативної залежності між напруженнями  $\sigma_b$  і повними відносними деформаціями бетону  $\varepsilon_b$  [15,16] у вигляді

$$\sigma_b = \frac{R_b (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR}) (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})^{1/(1 - v_{bR})}}, \quad (4)$$

можна одержати у загальному вигляді вираз для визначення коефіцієнта повноти епюри  $\omega_b$  діаграми деформування бетону “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ”, представляючи його як відношення площі  $A_{\sigma-\varepsilon}$  фігури, обмеженої зазначеною діаграмою “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ” та координатними осями  $0-\sigma_b$  і  $0-\varepsilon_b$ , до площі прямокутника, що вміщає розглядувану діаграму (див. рис. 2,а), тобто

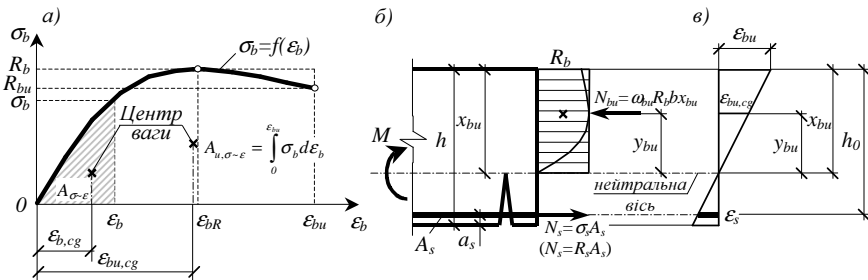


Рис. 2. Схема до визначення коефіцієнта повноти епюри напружень і положення рівнодіючого зусилля напружень у бетоні стисненої зони нормального перерізу згинаного залізобетонного елемента з одиночним армуванням: а - діаграма деформування стисненого бетону, що працює в умовах неоднорідного напруженого стану; б, в - розрахункові схеми відносних деформацій (в), напружень і зусиль (б) у нормальному перерізі елемента у стадії руйнування

- для випадку  $\varepsilon_b \leq \varepsilon_{bR}$

$$\omega_b = A_{\sigma-\varepsilon} / (\sigma_b \varepsilon_b); \quad (5)$$

- для випадку  $\varepsilon_b > \varepsilon_{bR}$

$$\omega_b = A_{\sigma-\varepsilon} / (R_b \varepsilon_b). \quad (6)$$

Площу  $A_{\sigma-\varepsilon}$  діаграми “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ” визначимо, проінтегрувавши залежність (4) від 0 до  $\varepsilon_b$  по  $d\varepsilon_b$ . У результаті матимемо

$$\begin{aligned} A_{\sigma-\varepsilon} &= \int_0^{\varepsilon_b} \sigma_b d\varepsilon_b = \int_0^{\varepsilon_b} \left[ \frac{R_b (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR}) (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})^{1/(1-v_{bR})}} \right] d\varepsilon_b = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{R_b \varepsilon_b}{(2v_{bR} - 1)(1 - v_{bR})} \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{v_{bR}/(v_{bR}-1)} \left\{ (2v_{bR} - 1) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(v_{bR}-1)} \times \right. \\ &\times \left[ 2v_{bR} \operatorname{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}} \cdot \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(1-v_{bR})}, 1, -2v_{bR} \right) + I \right] + 2(v_{bR} - 1) \left. \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

(тут позначення ті ж самі, що й у статтях [15,16]).

Після підстановок (7) і (4) у (5) та (7) у (6) отримаємо

- для випадку  $\varepsilon_b \leq \varepsilon_{bR}$

$$\begin{aligned} \omega_b &= \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{bR} \left[ (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})^{1/(v_{bR}-1)} - 1 \right] + I}{(2v_{bR} - 1)(1 - v_{bR})} \left\{ (2v_{bR} - 1) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(v_{bR}-1)} \times \right. \\ &\times \left[ 2v_{bR} \operatorname{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}} \cdot \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(1-v_{bR})}, 1, -2v_{bR} \right) + I \right] + 2(v_{bR} - 1) \left. \right\}; \quad (8) \end{aligned}$$

- для випадку  $\varepsilon_b > \varepsilon_{bR}$

$$\begin{aligned} \omega_b &= \frac{1}{2} \cdot \frac{I}{(2v_{bR} - 1)(1 - v_{bR})} \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{v_{bR}/(v_{bR}-1)} \left\{ (2v_{bR} - 1) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(v_{bR}-1)} \times \right. \\ &\times \left[ 2v_{bR} \operatorname{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}} \cdot \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(1-v_{bR})}, 1, -2v_{bR} \right) + I \right] + 2(v_{bR} - 1) \left. \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

У граничному стані, коли  $\varepsilon_b = \varepsilon_{bu}$  і  $\sigma_b = R_{bu}$ , коефіцієнт повноти епюри  $\omega_{bu}$  діаграми “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ” (а, отже, і епюри напружень стисненої зони у нормальному перерізі згинаного елемента у стадії руйнування) визначатиметься з (9) за виразом

$$\omega_{bu} = A_{u, \sigma-\varepsilon} / (R_b \varepsilon_{bu}) = \int_0^{\varepsilon_{bu}} \sigma_b d\varepsilon_b / (R_b \varepsilon_{bu}) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2v_{bR} - 1) \left[ 2v_{bR} \operatorname{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}}, I, -2v_{bR} \right) + I \right] + 2(v_{bR} - 1)}{(2v_{bR} - 1)(1 - v_{bR})}. \quad (10)$$

Віднайдемо координату центра ваги  $\varepsilon_{b,cg}$  фігури, обмеженої діаграмою деформування бетону “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ” та координатними осями 0- $\sigma_b$  і 0- $\varepsilon_b$ , по відношенню до вертикальної осі 0- $\sigma_b$ , адже саме ця деформація  $\varepsilon_{b,cg}$  визначатиме в нормальному перерізі згинаного залізобетонного елемента положення рівнодіючого зусилля стискаючих напружень у бетоні відносно нейтральної осі (див. рис. 2,б). У загальному випадку вираз для визначення  $\varepsilon_{b,cg}$  має вигляд

$$\varepsilon_{b,cg} = S_{\sigma-\varepsilon} / A_{\sigma-\varepsilon}, \quad (11)$$

де  $A_{\sigma-\varepsilon}$  і  $S_{\sigma-\varepsilon}$  - відповідно площа діаграми “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ” (див. вираз (7)) і її статичний момент відносно вертикальної осі 0- $\sigma_b$ .

Статичний момент  $S_{\sigma-\varepsilon}$  діаграми “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ” визначимо, проінтегрувавши вираз  $\sigma_b \times \varepsilon_b$  (тут для визначення  $\sigma_b$  застосуємо залежність (4)) від 0 до  $\varepsilon_b$  по  $d\varepsilon_b$ . У результаті будемо мати

$$\begin{aligned} S_{\sigma-\varepsilon} &= \int_0^{\varepsilon_b} \sigma_b \varepsilon_b d\varepsilon_b = \int_0^{\varepsilon_b} \left[ \frac{R_b(\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR})(\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})^{1/(1-v_{bR})}} \right] \varepsilon_b d\varepsilon_b = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{R_b \varepsilon_b^2}{(1 - 3v_{bR})(3v_{bR} - 2)(v_{bR} - 1)^2} \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{v_{bR}/(v_{bR}-1)} \left\{ v_{bR} (9v_{bR}^2 - 9v_{bR} + 2) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{2/(v_{bR}-1)} \times \right. \\ &\quad \times \left[ 3v_{bR} \operatorname{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}} \cdot \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(1-v_{bR})}, I, -3v_{bR} \right) + I \right] + \\ &\quad \left. + 3v_{bR} (3v_{bR}^2 - 5v_{bR} + 2) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(v_{bR}-1)} + 3(3v_{bR}^3 - 7v_{bR}^2 + 5v_{bR} - 1) \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

Підставивши (7) і (12) у (11), одержимо

$$\varepsilon_{b,cg} = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_b \cdot \frac{(2v_{bR} - 1)}{(1 - 3v_{bR})(3v_{bR} - 2)(1 - v_{bR})} \cdot \frac{L}{M}, \quad (13)$$

де

$$\begin{aligned} L &= v_{bR} (9v_{bR}^2 - 9v_{bR} + 2) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{2/(v_{bR}-1)} \times \\ &\quad \times \left[ 3v_{bR} \operatorname{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}} \cdot \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(1-v_{bR})}, I, -3v_{bR} \right) + I \right] + \end{aligned}$$

$$+ 3v_{bR} (3v_{bR}^2 - 5v_{bR} + 2) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(v_{bR}-1)} + 3(3v_{bR}^3 - 7v_{bR}^2 + 5v_{bR} - 1); \quad (14)$$

$$M = (2v_{bR} - 1) \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(v_{bR}-1)} \times \\ \times \left[ 2v_{bR} \text{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}} \cdot \left( \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} \right)^{1/(1-v_{bR})}, I, -2v_{bR} \right) + 1 \right] + 2(v_{bR} - 1). \quad (15)$$

У граничному стані, коли  $\varepsilon_b = \varepsilon_{bu}$  і  $\sigma_b = R_{bu}$ , координата центра ваги  $\varepsilon_{bu, cg}$  діаграми деформування бетону “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ” (а, отже, і деформація, що відповідатиме в нормальному перерізі згинаного залізобетонного елемента положенню граничного рівнодіючого зусилля стискаючих напружень у бетоні відносно нейтральної осі) визначатиметься за виразом

$$\varepsilon_{bu, cg} = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_{bu} \cdot \frac{2v_{bR} - 1}{(3v_{bR} - 1)(3v_{bR} - 2)(v_{bR} - 1)} \times \\ \times \frac{v_{bR} (9v_{bR}^2 - 9v_{bR} + 2) \left[ 3v_{bR} \text{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}}, I, -3v_{bR} \right) + 1 \right] + 3(6v_{bR}^3 - 12v_{bR}^2 + 7v_{bR} - 1)}{(2v_{bR} - 1) \left[ 2v_{bR} \text{LerchPhi} \left( \frac{v_{bR} - 1}{v_{bR}}, I, -2v_{bR} \right) + 1 \right] + 2(v_{bR} - 1)}. \quad (16)$$

Зі співвідношень (10) і (16) випливає, що для стисненого бетону в стадії руйнування параметр  $\omega_{bu}$  залежить виключно від граничного значення коефіцієнта пружності бетону  $v_{bR}$ , а параметр  $\varepsilon_{bu, cg}$  - додатково від граничної стисливості бетону  $\varepsilon_{bu}$ . Така сприятлива обставина дає логічні підстави табулювати параметри  $\omega_{bu}$  і  $\varepsilon_{bu, cg} / \varepsilon_{bu}$  залежно від  $v_{bR}$  (див. табл. 1). Аналогічні висновки знаходимо і в публікаціях [11,14], де автори, досліджуючи за власною методикою напружено-деформований стан нормальних перерізів залізобетонних елементів при згинанні та позацентровому стисненні, застосовують інші види аналітичної залежності  $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ .

Як бачимо із записів (10) і (16) та табл. 1, чисельно параметри  $\omega_{bu}$  і  $\varepsilon_{bu, cg}$  за довільного  $v_{bR}$  набувають проміжних значень між тими граничними величинами, що притаманні ідеально пружному та ідеально пластичному матеріалам, деформування яких характеризуються відповідно трикутним та прямокутним окресленнями діаграми “ $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ ” (тобто за граничних умов, коли відповідно  $v_{bR} = 1$  і  $v_{bR} = 0$ ), і дорівнюють

$$\lim_{v_{bR} \rightarrow 1} \omega_{bu} = 1/2; \quad \lim_{v_{bR} \rightarrow 0} \omega_{bu} = 1; \quad \lim_{v_{bR} \rightarrow 1} \varepsilon_{bu, cg} = (2/3)\varepsilon_{bu}; \quad \lim_{v_{bR} \rightarrow 0} \varepsilon_{bu, cg} = (1/2)\varepsilon_{bu}, \quad (17)$$

засвідчуючи адекватність досліджуваних параметрів  $\omega_{bu}$  і  $\varepsilon_{bu, cg}$  фізичному змісту роботи нелінійно деформованих матеріалів та правильність остаточних виразів (10) і (16) для їхнього (відповідно  $\omega_{bu}$  і  $\varepsilon_{bu, cg}$ ) визначення.



Таблиця 1

Числові значення параметрів  $\omega_{br}$ ,  $\epsilon_{bu,cg}/\epsilon_{bu}$  і  $\text{LerchPhi}[(V_{br}-I)/V_{br}, I, -2V_{br}]$  у залежності від граничної величини коефіцієнта пружності бетону  $V_{br}$

Сота доля у значенні $V_{br}$	Значення параметрів $\omega_{br}$ , $\epsilon_{bu,cg}/\epsilon_{bu}$ і $\text{LerchPhi}[(V_{br}-I)/V_{br}, I, -2V_{br}]$ при граничній величині коефіцієнта пружності бетону $V_{br}$									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
	0,00	1,000 0,500 -∞	0,874 0,551 -8,382	0,814 0,574 -5,908	0,769 0,592 -5,706	0,730 0,606 -7,656	0,700 0,613 497,7	0,658 0,631 2,939	0,623 0,643 0,624	0,585 0,653 -0,062
0,01	0,971 0,512 -54,86	0,867 0,554 -7,902	0,810 0,576 -5,821	0,765 0,593 -5,768	0,726 0,608 -8,170	0,690 0,620 47,72	0,654 0,632 2,505	0,619 0,644 0,521	0,582 0,654 -0,102	0,546 0,662 -0,356
0,02	0,953 0,520 -29,31	0,860 0,557 -7,506	0,805 0,578 -5,750	0,761 0,595 -5,849	0,722 0,608 -8,824	0,686 0,622 22,75	0,651 0,634 2,146	0,616 0,645 0,429	0,578 0,655 -0,140	0,537 0,664 -0,393
0,03	0,940 0,525 -20,68	0,854 0,559 -7,174	0,800 0,580 -5,695	0,757 0,596 -5,950	0,718 0,610 -9,679	0,683 0,623 14,44	0,648 0,635 1,845	0,612 0,646 0,345	0,574 0,656 -0,174	0,533 0,664 -0,410
0,04	0,927 0,530 -16,33	0,848 0,562 -6,895	0,795 0,582 -5,654	0,753 0,598 -6,076	0,715 0,612 -10,83	0,679 0,612 10,30	0,644 0,636 1,590	0,608 0,647 0,270	0,570 0,657 -0,206	0,528 0,665 -0,426
0,05	0,917 0,535 -13,69	0,842 0,564 -6,658	0,791 0,583 -5,628	0,749 0,599 -6,229	0,711 0,613 -12,46	0,676 0,625 7,825	0,640 0,637 1,371	0,605 0,648 0,202	0,566 0,658 -0,236	0,524 0,665 -0,440
0,06	0,907 0,539 -11,93	0,836 0,566 -6,456	0,786 0,585 -5,615	0,745 0,601 -6,414	0,707 0,614 -14,93	0,672 0,627 6,183	0,637 0,638 1,180	0,601 0,649 0,139	0,562 0,659 -0,264	0,519 0,666 -0,454
0,07	0,898 0,542 -10,66	0,831 0,568 -6,284	0,782 0,587 -5,616	0,741 0,602 -6,639	0,704 0,615 -19,06	0,669 0,628 5,016	0,633 0,639 1,014	0,597 0,650 0,082	0,558 0,660 -0,289	0,515 0,666 -0,467
0,08	0,890 0,545 -9,711	0,825 0,570 -6,137	0,778 0,588 -5,631	0,737 0,603 -6,911	0,700 0,617 -27,36	0,665 0,629 4,145	0,630 0,640 0,868	0,593 0,651 0,030	0,554 0,660 -0,313	0,510 0,666 -0,467
0,09	0,882 0,548 -8,971	0,820 0,572 -6,012	0,773 0,590 -5,660	0,733 0,605 -7,245	0,697 0,618 -52,34	0,662 0,630 4,145	0,626 0,642 0,739	0,590 0,652 -0,018	0,550 0,661 -0,335	0,505 0,667 -0,490

Примітка. При проміжних значеннях  $V_{br}$  параметри  $\omega_{br}$ ,  $\epsilon_{bu,cg}/\epsilon_{bu}$  і  $\text{LerchPhi}[(V_{br}-I)/V_{br}, I, -2V_{br}]$  слід приймати за лінійною інтерполяцією

Таблиця 2

Значення параметра  $\omega_{br}$  ( $\omega_{bu}$ ) для важкого бетону природного тверднення

Спосіб визначення параметра $\omega_{br}$ ( $\omega_{bu}$ )	Параметр $\omega_{br}$ ( $\omega_{bu}$ ) при класі бетону за міцністю на центральне стиснення					
	B10 $R_b=6,0$	B20 $R_b=11,5$	B30 $R_b=17,0$	B40 $R_b=22,0$	B50 $R_b=27,5$	B60 $R_b=33,0$
За методикою СНІП 2.03.01-84* [7] (див. формулу (2))	0,802	0,758	0,714	0,674	0,630	0,586
За методикою нормативних документів Російської Федерації [5,6]	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
За запропонованою методикою (див. формулу (10))	0,770	0,748	0,733	0,720	0,707	0,694

Примітки. 1. Значення  $V_{br}$  для бетону певного класу представлені в табл. 1 у [17]. 2. Значення  $R_b$  [МПа] прийняті з табл. 5.2 у СП 52-101-2003 [6].

**Висновок.** Порівняємо величини  $\omega_{br}$  ( $\omega_{bu}$ ) для важкого бетону природного тверднення класів B10...B60, що обчислені у різні способи і представлені в табл. 2. Табличні результати засвідчують іноді суттєву відмінність значень  $\omega_{br}$  ( $\omega_{bu}$ ), обчислених згідно з нормативними документами з проектування бетонних і залізобетонних конструкцій порівняно з відповідними величина-

ми, встановленими із залученням пропонованої формули (10). Так, зокрема, для величин  $\omega_{bR}$  ( $\omega_{bu}$ ), обчислених за СНіП [7] (див. формулу (2)) і згідно з нормативними документами Російської Федерації [5,6], розбіжність у результатах розрахунків із залученням власне авторських пропозицій становить відповідно  $\pm(4,0...18,4)\%$  і  $\pm(3,8...13,3)\%$ . Причину зазначених відхилень вбачаємо в недостатньому врахуванні в зазначених нормативних методиках пружно-пластичних властивостей бетонів різних видів і класів.

1. prEN 1992-1 (Final draft, October 2001). Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings. - Brussels, 2002. - 230 p. 2. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. - К.: Мінрегіонбуд України, 2011. - 71 с. 3. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. - К.: Мінрегіонбуд України, 2011. - 118 с. 4. СНБ 5.03.01-02. Бетонные и железобетонные конструкции. - Минск: Минстройархитектуры, 2003. - 139 с. 5. СНиП 52-01-2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения/ГУП НИИЖБ Госстроя России. - М.: ФГУП ЦПП, 2004. - 25 с. 6. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры/ГУП НИИЖБ Госстроя России. - М., 2004. - 70 с. 7. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции/Госстрой СССР. - М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985. - 79 с. 8. Расчёт железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям/А.С.Залесов, Э.Н.Кодыш, Л.Л.Лемьш, И.К.Никитин. - М.: Стройиздат, 1988. - 320 с. 9. Залізобетонні конструкції: Підручник/А.Я.Барашиков, Л.М.Буднікова, Л.В.Кузнецов та ін.; За ред. А.Я.Барашикова. - К.: Вища шк., 1995. - 591 с. 10. Бич П.М. Экспериментально-теоретические исследования критических характеристик бетона/Бетон и железобетон. - 1987. - № 3. - С. 26-27. 11. Ильин О.Ф. Прочность нормальных сечений и деформации элементов из бетонов различных видов/Бетон и железобетон. - 1984. - № 3. - С. 38-40. 12. Маилян Л.Р. Разработка методов системного комплексного расчёта железобетонных статически неопределимых балок с учётом полных диаграмм деформирования материалов, сечений и конструкций на статические, повторные и динамические воздействия: Дис. ... д-ра техн. наук. - М., 1989. - 584 с. 13. Новое о прочности железобетона/А.А.Гвоздев, С.А.Дмитриев, С.М.Крылов и др.; Под. ред. К.В.Михайлова. - М., Стройиздат, 1977. - 272 с. 14. Панышин Л.Л. Диаграмма момент-кризиса при изгибе и внецентренном сжатии/Бетон и железобетон. - 1985. - № 11. - С. 18-20. 15. Крусь Ю.О., Крусь О.Ю. Моделювання зв'язку між напруженнями і деформаціями центрально стисненого бетону при різних режимах його навантажування/Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. - Рівне: Вид-во НУВГП, 2012. - Вип. 23. - С. 285-292. 16. Крусь Ю.А., Крусь А.Ю. Энергетический метод определения предельной сжимаемости бетона/Будівельні конструкції: Міжвід. наук.-техн. зб. - Київ: НДІБК, 2013. - Вип. 78. Кн. 2. - С. 22-33. 17. Крусь Ю.О. Пропозиції до нормування основних механічних характеристик бетону при осьових стиску і розтягу//Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури: Зб. наук. праць. - Вип. 2007-6(68). - Макіївка, 2007. - С. 106-111.